ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΣΧΟΛΗ

## ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ &ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

# «ΗΛΕΚΤΡΑΣΘΕΝΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟ»

ΑΙΣΩΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ
Α.Μ: 142601

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΚΕΧΑΓΙΑΣ

ΑΘΗΝΑ
ΜΑΪΟΣ , 2023

# Περίληψη.

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στη διερεύνηση της διδακτικής μεταφοράς ή μεταφοράς εννοιών της Σύγχρονης Φυσικής που σχετίζονται με τη δομή της ύλης σε μαθητές των τελευταίων τάξεων Λυκείου. Σύμφωνα με το υπάρχον πρόγραμμα σπουδών, οι μαθητές λαμβάνουν ελάχιστη εκπαίδευση σχετικά με τις έννοιες της φυσικής των σωματιδίων και τις βασικές αρχές που διέπουν αυτό το πεδίο της επιστήμης. Μέσα από την τρέχουσα διδακτική παρέμβαση, έγινε προσπάθεια να μεταδοθούν αυτές οι έννοιες στους μαθητές μέσω των ακόλουθων βασικών στοιχείων: 1) Μια ιστορική επισκόπηση της εξέλιξης των εννοιών που σχετίζονται με τη δομή του κόσμου, 2) τις βασικές έννοιες από την Κβαντομηχανική και τη Σχετικότητα, 3) Το πρότυπο μοντέλο για τη δομή της ύλης,

# Abstract.

This thesis aims to investigate the didactic transfer or transfer of concepts of Modern Physics related to the structure of matter to students attending the senior year of the secondary school . Under the existing curriculum, high school students receive little training in the concepts of particle physics and the basic principles that govern this field of science. Through the current teaching intervention, an attempt has been made to convey these concepts to students through the following key elements: 1) A historical overview of the development of concepts related to the structure of the world, 2) the basic concepts from Quantum Mechanics and Relativity, 3) The Standard Model for the Structure of Matter.

# Περιεχόμενα

# Εισαγωγή

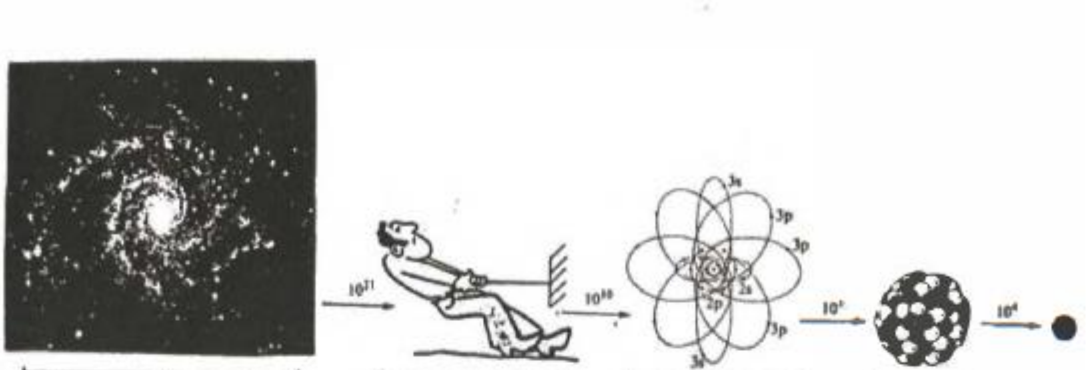
Η Κβαντομηχανική και η Σύγχρονη Φυσική διαδραματίζουν κρίσιμο ρόλο στις τελευταίες τεχνολογικές εξελίξεις, όπως ηλεκτρονικές συσκευές που χρησιμοποιούνται στην επικοινωνία, τους υπολογιστές και την παρατήρηση, οι οποίες βασίζονται σε φυσικά φαινόμενα που μπορούν να εξηγηθούν μόνο από τη Σύγχρονη Φυσική. Παρά το γεγονός ότι εκτίθενται σε καθημερινή κάλυψη από τα μέσα ενημέρωσης της σύγχρονης επιστήμης και τεχνολογίας, πολλοί άνθρωποι δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις βασικές αρχές. Είναι απαραίτητο οι απόφοιτοι της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης να αποκτήσουν βασικές γνώσεις στη Σύγχρονη Επιστήμη και Τεχνολογίας.

Μέσω της διδασκαλίας της σύγχρονης φυσικής μπορεί να προσφέρει στους μαθητές μια νέα προοπτική στο πεδίο της φυσικής. Μερικά άτομα μπορεί να πιστεύουν λανθασμένα ότι η φυσική έχει φτάσει σε ένα σημείο οριστικού μετά τις μεγάλες ανακαλύψεις που έγιναν μέσω εκτεταμένων πειραματισμών και παρατήρησης, με αποτέλεσμα να πιστεύουν ότι το πεδίο στερείται αβεβαιότητας και δεν έχει περαιτέρω περιθώρια προόδου.

Επιπρόσθετα, η αυξανόμενη διαθεσιμότητα βιβλίων δημοφιλούς επιστήμης και η κάλυψη επιστημονικών θεμάτων από τα μέσα ενημέρωσης υπογραμμίζει την ανάγκη διδασκαλίας της Σύγχρονης Φυσικής στο Λύκειο. Πολλοί μαθητές διαβάζουν βιβλία όπως δημοφιλείς μεταφράσεις έργων μεγάλων σύγχρονων φυσικών, όπως του Χόκινγκ, και απογοητεύονται όταν βρίσκουν ένα σημαντικό χάσμα ανάμεσα σε αυτά που έμαθαν στη σχολική φυσική και στα ενδιαφέροντα θέματα που παρουσιάζονται σε αυτά τα βιβλία. Συχνά η Σύγχρονη Φυσική παρουσιάζεται σαν κάτι που δεν μπορεί να κατανοηθεί εύκολα. Μια λανθασμένη αντίληψη είναι ότι η σπουδή της απαιτεί βαθιές μαθηματικές ικανότητες και γνώσεις. Η μεταφορά της διδασκαλίας της Σύγχρονης Φυσικής όμως στο Λύκειο μπορεί να γίνει με την χρήση ελάχιστων μαθηματικών εννοιών. (Barlow R, 1992)

Υπάρχει ωστόσο, η δυσκολία πραγματοποίησης πειραμάτων που να σχετίζονται με τη Σύγχρονη Φυσική στα σχολικά εργαστήρια, εξαιτίας των πολύ εξειδικευμένων, υψηλής τεχνολογίας πειραματικών διατάξεων και οργάνων που απαιτούνται . Ωστόσο, αυτό το κενό μπορεί να καλυφθεί με τη χρήση προσομοιώσεων και εικονικών πειραμάτων. Χρησιμοποιώντας οπτικοποιήσεις και προσομοιώσεις υπολογιστή, οι μαθητές μπορούν να βελτιώσουν την κατανόησή τους για τις έννοιες. Ευτυχώς, υπάρχει πλέον άφθονο υλικό διαθέσιμο στο διαδίκτυο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως συμπλήρωμα παραδοσιακών εργαστηριακών πειραμάτων. Αυτή η λύση, αν και δεν είναι ιδανική, είναι πρακτική, δεδομένης της ευρείας χρήσης των υπολογιστών στη σημερινή εποχή και της καθημερινής εμπλοκής τους στη ζωή των μαθητών.

Η διδασκαλία της Φυσικής στο Λύκειο δεν πρέπει να σταματά στην κλασική Μηχανική και Ηλεκτρομαγνητισμό, που αντιπροσωπεύουν τη Φυσική του 19ου αιώνα,αλλά να επεκτείνεται και στην Σύγχρονη Φυσική  του 20$^{ου}$ αιώνα με την κβαντομηχανική και τη σχετικότητα να αποτελούν τις κύριες αιχμές της. Τα φαινόμενα του φυσικού κόσμου δεν είναι τυχαία και γίνονται με αυστηρή νομοτέλεια που τίποτε δεν μπορεί να της ξεφύγει. Στόχος της φυσικής είναι η ανακάλυψη της νομοτέλειας αυτής , της μελέτης και της κατανόησης της. Το μέγεθος των ποσοτήτων που χρησιμοποιούνται για την μελέτη του φυσικού κόσμου μεταβάλλεται σε ευρείς κλίμακα , ξεκινώντας από $10^{23} cm$ που είναι οι διαστάσεις του γαλαξία μας φτάνοντας στο $10^{-12} cm$ που είναι οι διαστάσεις του πυρήνα , και στην ακόμα μικρότερη των $10^{-16} cm$ που είναι οι χαρακτηριστικές διαστάσεις λεπτονίων.




Για να μπορέσουμε να παρατηρήσουμε ένα αντικείμενο πρέπει το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που προσπίπτει πάνω σε αυτό να είναι μικρότερο της διάστασης του παρατηρούμενου σώματος. Καταλαβαίνουμε πως για να παρατηρήσουμε σωματίδια με τόσο μικρές διαστάσεις όπως τα νουκλεόνια ($10^{-13} cm$) και τα λεπτόνια $10^{-16} cm$ πρέπει το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για να τα παρατηρήσουμε πρέπει να είναι της ίδιας τάξης . Από τη σχέση ισοδυναμίας μήκους κύματος και ορμής ενός p ενός σωματιδίου $\lambda = \frac{h}{p}$ , μικρό μήκος κύματος απαιτεί μεγάλες ορμές και συνεπώς και μεγάλες ποσότητες ενέργειας. Όσο η ικανότητα του ανθρώπου στην παραγωγή μεγάλων ποσών ενέργειας αυξάνεται , τόσο αυξάνεται και η ικανότητα του να διεισδύει σε μικρότερες διαστάσεις του κόσμου.

Έτσι εξηγείται πως το τελευταίο κάστρο της φύσης που άνοιξε τις πύλες του για την Φυσική Επιστήμη είναι ο μικρόκοσμος δηλαδή τα ατομικά και υποατομικά φαινόμενα που έχει ως βασικό στόχο την ανακάλυψη των δομικών συστατικών της ύλης. Η μελέτη βέβαια σε αυτές τις διαστάσεις δε γίνεται με την οπτική παρατήρηση ,παρά με αφαιρετική σκέψη, διαίσθηση , και πείραμα. Με αυτούς τους τρόπους παρατηρήσαμε και οδηγηθήκαμε στους θεμελιώδους λίθους της φύσης που δημιουργούν όλον τον κόσμο. Ονομάζονται στοιχειώδη σωματίδια , θεωρούνται σημειακά, δεν μπορούν να διαιρεθούν σε άλλα μικρότερα στοιχεία , χτίζουν όλα τα υπόλοιπα σωμάτια που δομούν την ύλη αλλά δεν χτίζονται. Κάθε στοιχειώδες σωματίδιο μπορεί να είναι ασταθές αλλά και σταθερό έχοντας δικό του χρόνο ζωής που μπορεί να είναι από απειροελάχιστος για τα ασταθή μέχρι και άπειρος για τα σταθερά. Να επισημάνουμε βέβαια πως τα στοιχειώδη σωματίδια δεν είναι ανάγκη να είναι ελεύθερα , καθώς και πως ένα σωματίδιο που αυτή τη στιγμή θεωρείται στοιχειώδες, μπορεί αύριο να αποδειχθεί ως σύνθετο.

# Κεφάλαιο 1 : Ιστορική Αναδρομή.

## 1.1 Η ερμηνεία μέσω των μύθων.

Ο άνθρωπος έχει χρησιμοποιήσει ιστορικά τους μύθους για να δώσει απαντήσεις σε θεμελιώδη ερωτήματα που τον βοηθούν να κατανοήσει τον κόσμο και τη θέση του μέσα σε αυτόν. Αυτά τα ερωτήματα περιλαμβάνουν την προέλευση, την ανάπτυξη και τον τελικό θάνατο και τη φθορά όλων των φυσικών όντων, καθώς και τη δομή του κόσμου και το πρωταρχικό υλικό από το οποίο σχηματίζονται όλα τα πράγματα. Οι άνθρωποι προσπάθησαν επίσης να κατανοήσουν την αρχή ή τη δύναμη που δημιούργησε τα πάντα και κινεί τα πάντα. Στις μυθολογικές παραδόσεις, αυτή η αρχή συχνά αποδίδεται στους θεούς που πιστεύεται ότι είτε προϋπήρχαν είτε γεννήθηκαν από κάποια άλλη αρχή. (Monk M - Osborne J, 1997)

## 1.2 Η ερμηνεία μέσω του φιλοσοφικού λόγου.

Οι απαντήσεις που έδωσαν οι μύθοι και οι θρησκευτικές πεποιθήσεις ήταν ανεπαρκείς για να σβήσουν τη δίψα για γνώση. Έτσι στον ελληνικό κόσμο αναπτύχθηκε η φιλοσοφία που αποκαλείται και ως Ιωνική Φυσική. Δεν επεδίωκε απλώς να περιγράψει τον κόσμο, αλλά μάλλον στόχευε να τον κατανοήσει , θεωρώντας τον ως μια ενιαία και αδιαίρετη οντότητα. Υποστήριζε πως πίσω από την ποικιλομορφία κρύβεται μια σταθερότητα και ενότητα , που αποδίδεται σε μια αρχική θεμελιώδη ουσία που διέπετε αποκλειστικά από φυσικά αίτια. Έτσι αρχικά οι φιλόσοφοι πίστευαν ότι ο κόσμος μπορούσε να εξερευνηθεί με ορθολογικό τρόπο.

Ο Πυθαγόρας πίστευε ότι το αμετάβλητο και αιώνιο βρίσκεται σε αυτές τις σχέσεις των όντων που εκφραζόντουσαν ποσοτικά με αριθμούς και όχι στη φθαρτή ύλη. Εν συνεχεία η Ατομική θεωρία, που εκφράστηκε αρχικά από τον Λεύκιππο και τον Δημόκριτο, υποστήριζε ότι τα βασικά συστατικά του κόσμου αποτελείται από μικρά, ανεπαίσθητα σωματίδια που ονομάζονται άτομα. Τα άτομα είναι άφθαρτα, ομοιόμορφα, διαφέρουν μόνο σε σχήμα και μέγεθος. Κάθε γένεση ενός σύνθετου σώματος είναι μια ένωση διαχωρισμένων ατόμων και κάθε διάσπαση είναι ένας διαχωρισμός ενωμένων ατόμων. Οι ατομιστές, τέλος βλέπουν τον χρόνο και το κενό, ως τα βασικά συστατικά του κόσμου. Τα πάντα στη φύση διέπονται από την αρχή της αναγκαιότητας, η οποία είναι έκφραση του φυσικού νόμου που προκύπτει από την ύπαρξη όλων των πραγμάτων. Με την έννοια της αναγκαιότητας εξάλειψε από το ατομικό σύστημα οποιεσδήποτε εξωτερικές δυνάμεις, συμπεριλαμβανομένης της θείας, της τυχαιότητας ή οποιωνδήποτε τελεολογικών αρχών. Η έννοια της αναγκαιότητας του Δημόκριτου έγινε το θεμέλιο του συστήματός του και εισήγαγε τη δυνατότητα μιας αυστηρά επιστημονικής κατανόησης του κόσμου, η οποία ενίσχυσε την ατομική του θεωρία ως σύστημα. (Monk M - Osborne J, 1997)

## 1.3 Μεσαίωνας και Αναγέννηση.

Η Ατομική θεωρία δεν επιβίωσε για μεγάλο χρονικό διάστημα και τελικά ξεχάστηκε, ιδιαίτερα κατά τον Μεσαίωνα, η επικρατούσα πεποίθηση για τη δομή της φύσης βασίστηκε στις ιδέες του Αριστοτέλη. Αυτή η θεωρία υποστήριζε ότι ο κόσμος αποτελείται από τέσσερα στοιχεία (γη, νερό, αέρας και φωτιά) και τον αιθέρα. Η μεσαιωνική επιστήμη επηρεάστηκε σε μεγάλο βαθμό από τη Φυσική και την Κοσμολογία του Αριστοτέλη, και τα δύο ήταν αχώριστα

Στο Μεσαίωνα, ουσιαστικά η Αλχημεία, μια μυστικιστική επιστήμη, έπαιξε σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της φιλοσοφικής και επιστημονικής σκέψης. Η Αλχημεία άνοιξε το δρόμο για την ανάπτυξη της Χημείας. . (Monk M - Osborne J, 1997)

## 1.4 Η αποδοχή της ατομικής θεωρίας.

Ο John Dalton (1766-1844) επανέφερε την ατομική θεωρία, η οποία έγινε ακρογωνιαίος λίθος της σύγχρονης Φυσικής και Χημείας. Παρείχε μια επιστημονική και μαθηματική βάση για την υπόθεση του αδιαίρετου της ύλης, η οποία είχε προέλθει από τους Αρχαίους. Ο Dalton πρότεινε ότι όλα τα απλά σώματα αποτελούνται από παρόμοια άτομα και παρατήρησε ότι αυτή η θεωρία μπορούσε να εξηγήσει τις φυσικές ιδιότητες των αερίων και τους νόμους που διέπουν τις χημικές συνθέσεις. Σύμφωνα με τη θεωρία του Dalton, όλα τα άτομα ενός δεδομένου στοιχείου είναι πανομοιότυπα, ενώ τα άτομα ενός στοιχείου είναι διαφορετικά από αυτά οποιουδήποτε άλλου στοιχείου. Τα άτομα διαφορετικών στοιχείων μπορούν να σχηματίσουν ενώσεις συνδέοντας μεταξύ τους.

Σε μια χημική ένωση, η αναλογία διαφορετικών τύπων ατόμων είναι σταθερή. Κατά τις χημικές αντιδράσεις, τα άτομα δεν είναι ορατά και ούτε εμφανίζονται ούτε εξαφανίζονται. Αντίθετα, οι χημικές αντιδράσεις απλώς αλλάζουν τον τρόπο με τον οποίο είναι διατεταγμένα τα άτομα. Η ταξινόμηση των στοιχείων σε ομάδες μέσω του περιοδικού πίνακα του Mendeleyev επέτρεψε τη μελέτη της ύλης σε ατομικό επίπεδο.

(Monk M - Osborne J, 1997)

## 1.5 Οι ενοποιητικές αντιλήψεις στη φυσική κατά το παρελθόν.

Στους επιστήμονες υπήρχε πάντα η πίστη ότι τα φυσικά φαινόμενα ακολουθούν τους ίδιους νόμους, μια αντίληψη που επιβεβαιώθηκε από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου. Παρατήρησε πως οι σκιές στη Σελήνη και διαπίστωσε ότι σχηματίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως στη Γη. Ο Νεύτωνας ενίσχυσε περαιτέρω αυτή την ιδέα στα τέλη του 1600 δείχνοντας ότι η δύναμη της βαρύτητας που προκαλεί την πτώση αντικειμένων στη Γη είναι η ίδια δύναμη που κρατά τους πλανήτες σε τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Αυτές οι επιστημονικές εξελίξεις βοήθησαν επίσης να διευκρινιστούν οι νόμοι της κίνησης των υλικών σωμάτων και ενίσχυσαν την ατομική θεωρία. Τον 19ο και τον 20ο αιώνα, έγινε μεγαλύτερη προσπάθεια για την ανάπτυξη μιας θεωρίας των πάντων και η ενοποίηση του ηλεκτρισμού και του μαγνητισμού ως πτυχές μιας ενιαίας αλληλεπίδρασης, του ηλεκτρομαγνητισμού, αποδείχθηκε από τους Faraday και Ampere γύρω στο 1820.

Η διάκριση μεταξύ ηλεκτρισμού και μαγνητισμού βασίζεται στον περιβαλλοντικό παράγοντα του αν το ηλεκτρικό φορτίο βρίσκεται σε κίνηση ή όχι. Αυτή η ένωση μεταξύ των δύο δυνάμεων έθεσε τα θεμέλια για την ανάπτυξη της ηλεκτρικής τεχνολογίας τον 19ο αιώνα. Το επόμενο βήμα ήρθε με τον Maxwell , ο οποίος ενοποίησε τον ηλεκτρισμό με την οπτική δείχνοντας ότι ένα επιταχυνόμενο ηλεκτρικό φορτίο εκπέμπει ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Αυτή η ανακάλυψη αποτέλεσε τη βάση για τις τεχνολογικές εξελίξεις του 20ου αιώνα. Η σημασία της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας του Μάξγουελ για τις φυσικές επιστήμες είναι συγκρίσιμη με τη σημασία της θεωρίας του Νεύτωνα. Τον 20ο αιώνα, ο Αϊνστάιν προώθησε περαιτέρω την ενοποίηση του χώρου και του χρόνου και τη γενικευμένη βαρύτητα.

Στις αρχές του 20ου αιώνα, υπήρξε μια επανάσταση στον τομέα της φυσικής με την εμφάνιση δύο νέων θεωριών: της σχετικότητας και της κβαντικής μηχανικής. Αυτές οι θεωρίες έχουν οδηγήσει σε μια νέα κοσμοθεωρία και έχουν επιφέρει μια διαφορετική προσέγγιση στην κατανόηση της δομής της ύλης. Η σύγχρονη φυσική χαρακτηρίζεται από συνθετικές τάσεις που στοχεύουν να γεφυρώσουν το χάσμα μεταξύ της συνέχειας και της ασυνέχειας, των σωματιδίων και των πεδίων και του τοπικού και του μη τοπικού.

## 1.6 Η θεωρία της σχετικότητας.

Η διατύπωση της θεωρίας της Σχετικότητας σηματοδοτεί μια σημαντική αλλαγή στον τρόπο που κατανοούμε τον κόσμο. Η θεωρία της Σχετικότητας αποτελείται από δύο θεμελιώδη αξιώματα: *Όλοι οι νόμοι της φύσης είναι οι ίδιοι για όλους τους παρατηρητές που κινούνται με σταθερή ταχύτητα (σε μέτρο και κατεύθυνση) μεταξύ τους. Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια και έχει πάντοτε την τιμή c* = $3 \cdot 10^8 m$ */s για όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές ανεξάρτητα από την σχετική τους κίνηση.*

Στη θεωρία της σχετικότητας, οι έννοιες της χρονικής διάρκειας, του μήκους και του ταυτόχρονου δεν είναι σταθερές απόλυτες. Αντίθετα, είναι σχετικές και εξαρτώνται από το πλαίσιο αναφοράς του παρατηρητή. Επιπλέον, ο ορισμός της ορμής για ένα κινούμενο σωματίδιο με ταχύτητα u είναι διαφορετικός στο πλαίσιο της σχετικότητας σε σύγκριση με την κλασική μηχανική. $\boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{mu}}{\sqrt{\boldsymbol{1}-\frac{\boldsymbol{u^2}}{\boldsymbol{c^2}}}} = \boldsymbol{\gamma\, mu}$ με $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$

Η σχετικιστική έκφραση για την κινητική ενέργεια ενός σώματος είναι:

$$\boldsymbol{K = (\gamma - 1)mc^2}$$

Όπου η ποσότητα m είναι *η μάζα ηρεμίας* του σώματος. Η σχετικιστική ορμή συνδέεται με την ολική ενέργεια μέσω της σχέσης: $\boldsymbol{E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2}$

Η θεωρία της Σχετικότητας έφερε μια σημαντική πρόοδο στη Φυσική Επιστήμη συνδέοντας ιδέες που προηγουμένως θεωρούνταν άσχετες. Για παράδειγμα, η έννοια του χωροχρόνου ενοποίησε χώρο και χρόνο. Επιπλέον, ο τανυστής ηλεκτρομαγνητικού πεδίου συνδύαζε το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο. Η μάζα θεωρείται πλέον μια άλλη μορφή ενέργειας και η ορμή συνδέθηκε με την ενέργεια. Επιπλέον, η θεωρία της Σχετικότητας εισήγαγε την έννοια της αμετάβλητης. Η πρόκληση που δημιουργήθηκε, ως προς την αποδοχή λόγω της απομάκρυνσής της από την κοινή λογική. Αν και οι άνθρωποι μπορούν να συλλάβουν ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία, παλεύουν με την κατανόηση εννοιών όπως η χρονική σχετικότητα, η ταχύτητα του φωτός που είναι η μέγιστη ταχύτητα και η ιδέα του τετραδιάστατου χωροχρόνου. Αυτό συμβαίνει κυρίως επειδή, ως τρισδιάστατα όντα, είμαστε περιορισμένοι στην ικανότητά μας να αντιλαμβανόμαστε φαινόμενα που είναι πέρα από τα όρια της παρατήρησής μας.

Η θεωρία της Σχετικότητας περιλαμβάνει δύο φαινομενικά αντιφατικές έννοιες, τη Σχετικότητα και την αναλλοίωτη. Η σχετικότητα αφορά την παρατήρηση και επομένως συνεπάγεται έλλειψη συμφωνίας. Η αναλλοίωτη, από την άλλη πλευρά, αναφέρεται στους τομείς συμφωνίας ή στις πτυχές ενός φαινομένου που παραμένουν σταθερές για διαφορετικούς παρατηρητές. Με τη θεωρία της Σχετικότητας, η επιστήμη έχει αποκτήσει περισσότερη σχετικότητα και περισσότερη αναλλοίωτη. Ο Αϊνστάιν καθιέρωσε την αρχή ότι παρά τη σχετικότητα των παρατηρήσεων των φαινομένων, οι νόμοι που διέπουν αυτά τα φαινόμενα πρέπει να παραμένουν αμετάβλητοι και την ανύψωσε στο επίπεδο ενός θεμελιώδους αξιώματος της επιστήμης. Αυτό εγείρει το ερώτημα κατά πόσο ένας συνδυασμός όλων των αρχών της αμετάβλητης θα περιόριζε τους νόμους της φύσης, έτσι ώστε οι αληθινοί νόμοι να καθορίζονται αποκλειστικά από τις απαιτήσεις της αμετάβλητης. Οι επιπτώσεις της θεωρίας της Σχετικότητας είναι σημαντικές και περιλαμβάνουν: Χρονική διαστολή, που σημαίνει ότι όσο πιο γρήγορα κινείται ένα αντικείμενο, τόσο πιο αργός φαίνεται να περνά ο χρόνος για αυτό το αντικείμενο σε σχέση με έναν ακίνητο παρατηρητή. Η σχέση μεταξύ μάζας και ενέργειας, που προηγουμένως δεν είχε αναγνωριστεί.

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας τώρα, προτείνει ότι η βαρύτητα είναι συνέπεια της καμπυλότητας του χωροχρόνου, η οποία είναι διαφορετική από τον επίπεδο χώρο στην Ευκλείδεια Γεωμετρία. Σύμφωνα με την εξίσωση της μάζας μέσω της βαρύτητας, αυτό οδηγεί σε μια μη Ευκλείδεια Γεωμετρία όπου μια καμπύλη τροχιά αντιστοιχεί σε μια γραμμή ελάχιστου μήκους, γνωστή ως γεωδαιτική. Η παρουσία ύλης ή μάζας (ή ενέργειας) προκαλεί την καμπυλότητα του χώρου, που σημαίνει ότι τα σώματα κινούνται σε τροχιές κατά μήκος της καμπύλης του χωροχρόνου και όχι λόγω μιας βαρυτικής δύναμης. Αυτές οι τροχιές είναι γνωστές ως γεωδαιτικές και αντιπροσωπεύουν τις καμπύλες με το μικρότερο μήκος, όπως οι ευθείες γραμμές σε έναν επίπεδο Ευκλείδειο χώρο. (Mark Tomson, 2013)

### 1.7 Η κβαντομηχανική.

Η θεωρία της κβαντικής μηχανικής εισάγει την έννοια της πιθανότητας και το απρόβλεπτο στα επιστημονικά φαινόμενα. Ασχολείται με τον μικρόκοσμο (ατομικά – υποατομικά φαινόμενα), εξηγεί με επιτυχία την ατομική δομή, επιτρέποντας ποσοτικές προβλέψεις και περιγραφές σε υποατομικό και υποπυρηνικό επίπεδο. Η μελέτη του μικρόκοσμου χώρου είναι κρίσιμη για την κατανόηση του εσωτερικού των άστρων, επεκτείνοντας έτσι τα σύνορα της αστρονομίας. Ωστόσο, όπως η σχετικότητα, η κβαντική μηχανική προκαλεί την κλασική φυσική και την κοινή λογική μέσω της εισαγωγής νέων εννοιών. Αυτές αποτελούν :

- **Το *Διακριτό*.** Το μεγαλύτερο μέρος της φύσης στο μικρόκοσμο είναι διακριτό, τόσο τα υλικά του κομμάτια όσο και οι φυσικές του μεταβλητές. ·,
- **Η *Πιθανότητα.*** Η πιθανότητα και όχι η βεβαιότητα είναι αυτή που χαρακτηρίζει τους θεμελιώδεις νόμους της κβαντομηχανικής.
- ***Δημιουργία και καταστροφή.*** Σωμάτια μπορούν να δημιουργηθούν ή να καταστραφούν.
- ***Κύματα και Σωμάτια.*** Η ύλη και η ακτινοβολία μπορεί να έχουν συγχρόνως κυματικές και σωματιδιακές ιδιότητες.
- ***Επαλληλία Κυματοσυναρτήσεων.*** Ένα σωμάτιο *σε* μία δεδομένη χρονική στιγμή μπορεί να βρίσκεται σε δύο ή περισσότερες καταστάσεις κίνησης.

- ***Η Αρχή της Αβεβαιότητας***. Πέρα από τους περιορισμούς που προέρχονται από τις ανθρώπινες δυνατότητες, η φύση θέτει κι άλλους θεμελιώδεις περιορισμούς στην ακρίβεια με την οποία μπορούμε να μετρήσουμε ορισμένες φυσικές ποσότητες.

Σύμφωνα με τις σύγχρονες επιστημονικές γνώσεις, το φωτόνιο είναι ένα μοναδικό σωματίδιο λόγω της έλλειψης μάζας και φορτίου. Φέρει μια ενιαία κβαντική μονάδα σπιν και εμπλέκεται σε αλληλεπιδράσεις με ηλεκτρικές και μαγνητικές δυνάμεις, καθώς και με φορτισμένα και ουδέτερα σωματίδια. Τα άτομα εκπέμπουν και απορροφούν φωτόνια με συγκεκριμένες ενέργειες και συχνότητες. Το φωτόνιο σχετίζεται με την έννοια της διακριτικότητας, καθώς αντικαθιστά την ενέργεια συνεχούς κύματος με διακριτά ενεργειακά πακέτα.

Η έννοια του φωτονίου εισάγει μια θεμελιώδη αλλαγή στην εκπομπή και την απορρόφηση της ακτινοβολίας. Αντί για συνεχή κύματα, η ενέργεια ανταλλάσσεται μέσω στιγμιαίας εκπομπής και απορρόφησης. Το φωτόνιο είναι ένα σωματίδιο που εμφανίζεται και εξαφανίζεται, αντιπροσωπεύοντας την ιδέα της δημιουργίας και της καταστροφής. Η δυαδικότητα κύματος-σωματιδίου εισάγεται με το φωτόνιο, υποδηλώνοντας ότι η πιθανότητα παίζει ρόλο σε θεμελιώδεις διεργασίες. Αυτή ήταν μια δύσκολη ιδέα να αποδεχθεί μέχρι το πείραμα του Compton. Η ορμή της ακτινοβολίας επηρεάζεται επίσης από την ύπαρξη φωτονίων. Από τη σχέση $E = p\,c$ και την E = hf συνάγεται η σχέση $p = \frac{h}{\lambda}$/λ , σχέση στην οποία μέσω της σταθεράς του Planck h, συνδυάζεται μία σωματιδιακή ιδιότητα (ρ), με μία κυματική (λ).

Η σταθερά h του Planck είναι μια κρίσιμη σταθερά στην κβαντομηχανική, παρόμοια με την ταχύτητα του φωτός στη σχετικότητα. Καθορίζει την κλίμακα για τον μικρόκοσμο, προσδιορίζοντας την ενέργεια των φωτονίων, το σπιν των σωματιδίων και το μέγεθος των ατόμων. Ο Bohr πίστευε ότι αυτή η σταθερά πρέπει να παίζει σημαντικό ρόλο στη μηχανική του ατόμου, καθώς θα παρείχε μια λογική βάση για την Ο Bohr πρότεινε ένα μοντέλο του ατόμου του υδρογόνου για να εξηγήσει το φάσμα του, βασισμένο σε πολλά αξιώματα. Το πρώτο αξίωμα είναι η ιδέα των σταθερών καταστάσεων, όπου τα ηλεκτρόνια στα άτομα μπορούν να υπάρχουν σε διαφορετικές ενεργειακές καταστάσεις που είναι διακριτές και έχουν μια καθορισμένη ενέργεια. Το δεύτερο αξίωμα είναι η ιδέα των κβαντικών αλμάτων, όπου η ακτινοβολία εκπέμπεται ή απορροφάται μέσω ξαφνικών αλμάτων μεταξύ στατικών καταστάσεων. Ο νόμος της διατήρησης της ενέργειας ισχύει και για αυτά τα μεμονωμένα κβαντικά άλματα. Ο Bohr πρότεινε επίσης την αρχή της αντιστοιχίας, η οποία γεφύρωσε το χάσμα μεταξύ του κλασικού και του κβαντικού κόσμου. Αυτή η αρχή δηλώνει ότι η κβαντική μηχανική πρέπει να έχει ένα κλασικό όριο, όπου τα κβαντικά αποτελέσματα συμφωνούν με τα κλασικά αποτελέσματα όταν οι κλασματικές αλλαγές σε κβαντισμένες μεταβλητές είναι μικρές. Το 1924 ο De Broglie έθεσε το αξίωμα ότι οποιοδήποτε σωμάτιο ορμής ρ είναι συνδεδεμένο με ένα κύμα μήκους κύματος λ τα ρ και λ συνδέονται με τη σχέση:

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{h}{p}}$$

Η ιδέα ότι τα θεμελιώδη σωματίδια μπορούν να έχουν ιδιότητες που μοιάζουν με κύμα και σωματίδια προτάθηκε αρχικά από τη θεωρία του Αϊνστάιν, η οποία αναπτύχθηκε 20 χρόνια νωρίτερα. Η εξίσωση De Broglie που εξηγεί αυτή την έννοια είναι εξίσου σημαντική με την περίφημη εξίσωση $E = mc^2$ του Αϊνστάιν. Κατά τη σύγκριση των δύο εξισώσεων, η εξίσωση του Αϊνστάιν συσχετίζει τον λόγο της ενέργειας προς τη μάζα με τη σταθερά $c^2$, ενώ η εξίσωση de Broglie συσχετίζει τον λόγο του μήκους κύματος προς το αντίστροφο της ορμής, με το h να είναι η σταθερά της αναλογικότητας. Επομένως, παρόμοια με τον τρόπο με τον οποίο η εξίσωση του Αϊνστάιν συνδέει δύο έννοιες που θεωρούνταν διακριτές (ενέργεια-μάζα), η εξίσωση του De Broglie συνδέει δύο φαινομενικά ανόμοιες έννοιες: την κυματική ιδιότητα λ και την σωματιδιακή ιδιότητα p.

Η έννοια της αρχής της αβεβαιότητας είναι από τις πιο σημαντικές ιδέες που παρουσιάζονται από την Κβαντική Μηχανική. Αυτή η αρχή μπορεί να εκφραστεί με διαφορετικούς τρόπους, ένας από τους οποίους είναι $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$, με παρόμοιες εκφράσεις για τις διευθύνσεις y και z. Εδώ, το Δ αντιπροσωπεύει την "αβεβαιότητα-σφάλμα" Δεδομένου ότι το h είναι μια πολύ μικρή τιμή, για τα μακροσκοπικά αντικείμενα, τα $\Delta x$ και $\Delta p$ μπορεί να είναι τόσο μικρά ώστε να μην υπάρχει θεμελιώδης αβεβαιότητα στη θέση και την ορμή αυτών των αντικειμένων. Ωστόσο, στον μικρόκοσμο, όπου οι μάζες και οι αποστάσεις είναι μικροσκοπικές, η αρχή της αβεβαιότητας είναι κρίσιμη. Σε πολλές μικροσκοπικές εφαρμογές, το πραγματικό γινόμενο των αβεβαιοτήτων δεν είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το κατώτερο θεωρητικό όριο. Έτσι, μπορούμε συχνά να χρησιμοποιήσουμε την κατά προσέγγιση ισότητα $\Delta\mathrm{x} \cdot \Delta\mathrm{p} \approx \frac{\hbar}{2}$ αντί του παραπάνω τύπου. Μια άλλη μορφή της αρχής της αβεβαιότητας είναι $\Delta\mathrm{E} \cdot \Delta\mathrm{t} \geq \frac{\hbar}{2}$, όπου ΔΕ είναι η αβεβαιότητα στη μέτρηση της ενέργειας και Δt είναι ο χρόνος κατά τον οποίο λαμβάνεται η μέτρηση και το γινόμενο τους είναι μεγαλύτερο ή ίσο με $\frac{\hbar}{2}$.

Όταν η κβαντική μηχανική και η σχετικότητα συνδυάζονται, το αποτέλεσμα είναι η δημιουργία και η καταστροφή υποατομικών σωματιδίων. Εάν υπάρχει αρκετή ενέργεια, μπορεί να δημιουργηθεί ένα σωματίδιο με αδρανειακή μάζα $m_o$. Η απαιτούμενη ενέργεια μπορεί να προέλθει από μια σύγκρουση μεταξύ δύο άλλων σωματιδίων, της θερμικής ενέργειας, της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας ή της υπόλοιπης ενέργειας ενός άλλου σωματιδίου. Αν και η δημιουργία ενός νέου σωματιδίου ηρεμίας μάζας $m_o$. απαιτεί παροχή ενέργειας $m_o c^2$., ένα προσωρινό δυναμικό σωματίδιο μπορεί να δημιουργηθεί χωρίς παροχή ενέργειας. Σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg , η διατήρηση της ενέργειας μπορεί να ανασταλεί για ένα χρονικό διάστημα Δt κατά ένα ποσό ΔΕ≈ $\frac{\hbar}{2\Delta t}$. Επομένως, για ένα χρονικό διάστημα $\Delta t \approx \frac{\hbar}{2m_o c^2}$, μπορεί να δημιουργηθεί ένα δυναμικό σωματίδιο. (Mark Tomson, 2013)

# Κεφάλαιο 2 : Εισαγωγή Στην Φυσική Των Σωματιδίων.

## 2.1 Στοιχειώδη Σωματίδια.

Η ανακάλυψη της δομής του ατόμου ήταν ο μεγάλος σταθμός ,κάνοντας πολλούς επιστήμονες να πιστέψουν πως το έργο της Φυσικής Επιστήμης είχε τελειώσει :οποιοδήποτε φυσικό πρόβλημα μπορούσε να λυθεί με την βοήθεια του νόμου της Παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα και των Ηλεκτρομαγνητικών εξισώσεων του Maxwell.

Η σταθερότητα όμως της ταχύτητας του φωτός, ανεξάρτητα από την ταχύτητα της πηγής και η ασυνέχεια των φασμάτων εκπομπής, έδειξαν τις αδυναμίες των νόμων Newton και Maxwell.Γεννήθηκαν έτσι δύο νέες θεωρίες: η σχετικότητα και η κβαντική μηχανική.

Το 1895 γίνεται η ανακάλυψη από τον Roentgen του φωτονίου γ που είναι στοιχειώδες σωματίδιο χωρίς μάζα και ο φορέας την ακτινοβολίας. Λίγο αργότερα (1898) ανακάλυψη από τον Becquerel της διάσπασης α και β, σωμάτια η φύση των οποίων αρχικά ήταν άγνωστη. Το (1989) ο J.J. Thomson ανακαλύπτει το ηλεκτρόνιο δείχνοντας πως το άτομο είναι σύνθετο.Το 1919 όπου ο Rutherford ανακαλύπτει την ύπαρξη πρωτονίων στον πυρήνα μελετώντας πυρηνικές αντιδράσεις της μορφής

$$ {}^{A}_{Z}X + \alpha \rightarrow {}^{A+3}_{Z+1}\Psi + p $$

Έτσι τα στοιχειώδη σωματίδια του κόσμου θεωρούνταν τρία: το φωτόνιο γ, το ηλεκτρόνιο e, και το πρωτόνιο p.

1932 ολοκληρώνεται η δομή του ατόμου με την η ανακάλυψη του νετρονίου από τον Chadwick μέσω της πυρηνικής αντίδρασης ${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$

Οι μέχρι τότε θεωρίες στηρίζονταν στις Βαρυτικές και τις Ηλεκτρομαγνητικές ως οι μόνες δυνάμεις που κυριαρχούν στον κόσμο. Η μελέτη όμως των ατομικών φαινομένων οδήγηση στην ανακάλυψη άλλων δύο δυνάμεων της φύσης , των ισχυρών πυρηνικών δυνάμεων και των ασθενών. Οι δύο αυτές δυνάμεις εξηγούσαν μια σειρά φαινομένων στα οποία συμμετέχουν τα στοιχειώδη σωματίδια, οι θεμέλιοι λίθοι του κόσμου.

Οι ισχυρές πυρηνικές δυνάμεις είναι υπεύθυνες για την συγκράτηση των πρωτονίων και νετρονίων στο εσωτερικό του πυρήνα, ενώ η ασθενής αλληλεπίδραση ερμήνευε την διάσπαση β, την μετατροπή του νετρονίου σε πρωτόνιο με ταυτόχρονη εκπομπή ενός ηλεκτρονίου

$$n \to p + e^{-}$$

Η φυσική τους όμως δεν ήταν κατανοητή . Υπήρχε και υπάρχει η πεποίθηση πως η κατανόηση αυτών των δυνάμεων ,η περιγραφή τους και η εύρεση των νόμων που τις εξηγούν , είναι σημαντική αφού αγγίζει τα θεμέλια του φυσικού γίγνεσθαι. Με βεβαιότητα όμως ξέρουμε πως κάθε τέτοιος νόμος που περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις των στοιχειωδών σωματιδίων πρέπει να εκφράζει την Αρχή Διατήρησης Ενέργειας, Αρχή Διατήρησης Ορμής , Στροφορμής , Φορτίου ,και νέων αρχών διατήρησης , που χαρακτηρίζουν τα στοιχειώδη σωματίδια που εκφράζεται με τη διατήρηση μιας συμμετρίας του εξεταζόμενου συστήματος. (Βεργάδος-Λώλα-Τριανταφυλλόπουλος, 2011)

Διαπιστώνεται όμως πως το νετρόνιο είναι ασταθές με χρόνο ζωής 898s αφού διασπάται σε πρωτόνιο και ηλεκτρόνιο συν ένα άλλο σωματίδιο προκειμένου να ικανοποιείται η αρχή διατήρησης της Ενέργειας ${}_{0}^{1}n \to {}_{1}^{1}p + {}_{0}^{-1}e +$ ;. Το νέο σωμάτιο είναι άμαζο , χωρίς φορτίο και με spin ½, ονομάστηκε αρχικά νετρίνο ,ενώ στην πραγματικότητα είναι αντινετρίνο. Έτσι το 1932 υπήρχε σχετική τάξη, οι θεμελιώδεις λίθοι του κόσμου ανέρχονται σε πέντε : γ, $e^{-}$ , p, n , $\nu_e$ .Όλος ο κόσμος δημιουργείται από τα p,n, $e^{-}$. Το νετρίνο $\nu_e$ που δικαιολογεί την αστάθεια του νετρονίου όλα σωματίδια είναι φερμιόνια με spin ½ εκτός του φωτονίου γ που είναι μποζόνιο με spin 1 και είναι φορέας της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης. (Βεργάδος-Λώλα-Τριανταφυλλόπουλος, 2011) Οι ασθενείς σύμφωνα με τη θεωρία Fermi θεωρούνταν ως δυνάμεις επαφής. Σε κάθε φαινόμενο πρέπει να διατηρούνται τρεις κβαντικοί αριθμοί : βαρυονικός , ηλεκτρονικός και φορτίου

| Σωματιδίου | Μάζα $\left(MeV/_{c^2}\right)$ | Χρόνος ζωής (s) | Spin | Ηλεκτρι-κό φορτίο | Βαρυονικός αριθμός Β | Λεπτονικός αριθμός $L_e$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Φωτόνιο γ | 0 | ∞ | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Ηλεκτρόνιο $e^-$ | 0,51 | ∞ | 1/2 | -1 | 0 | 1 |
| νετρίνο$(\nu_e)$ | $< 10^{-6}$ | ∞ | 1/2 | 0 | 0 | 1 |
| Πρωτόνιο $(p)$ | 938 | ∞ | 1/2 | +1 | 1 | 0 |
| νετρόνιο$(n)$ | 939 | 898 | 1/2 | 0 | 1 | 0 |

*Πίνακας 1:τα στοιχειώδη σωματίδια όπως είχαν ανακαλυφθεί το 1932.*

Η κατασκευή όμως μεγαλύτερων και ισχυρότερων επιταχυντών έφερε μια χιονοστιβάδα από νέα σωματίδια προκαλώντας νέο χάος. Προκειμένου να ερμηνευτούν τα νέα φυσικά φαινόμενα που παρατηρούνται στους επιταχυντές. ο αριθμός των αδρονίων (βαρυονίων και μεσονίων ) αυξάνονταν δραματικά, μετατρέποντας την κατάσταση χαοτική . Ένα σημαντικό στοιχείο για την μελέτη των αλληλεπιδράσεων είναι οι κβαντικοί αριθμοί του σωματιδίου. Έχουμε ανακαλύψει πάνω από 300 στοιχειώδη που για να τα αναγνωρίζουμε χρειαζόμαστε μια «ταμπέλα», ο κβαντικός αριθμός , ο οποίος είναι μια χαρακτηριστική «ιδιότητα» που τα διαχωρίζει από τα υπόλοιπα. Είναι ένα σημαντικό στοιχείο για την μελέτη των αλληλεπιδράσεων των σωματιδίων.

Διαχωρισμός των σωματίων :

I) Με βάση με το spin : Τα στοιχειώδη σωμάτια χωρίζονται στα **φερμίονια** με **ημιακέραιο spin** και στα **μποζόνια** που είναι τα σωμάτια με **ακέραιο spin**

II) Με βάση την συμμετοχή τους στις αλληλεπιδράσεις. Διακρίνουμε δύο βασικές κατηγορίες σωματίων: **τα αδρόνια** που είναι τα σωμάτια που εκτός από άλλες ( π.χ. ηλεκτρομαγνητικές) ,μετέχουν και στις **ισχυρές αλληλεπιδράσεις** , σε αντίθεση με τα **λεπτόνια** που **δεν** μετέχουν στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις.

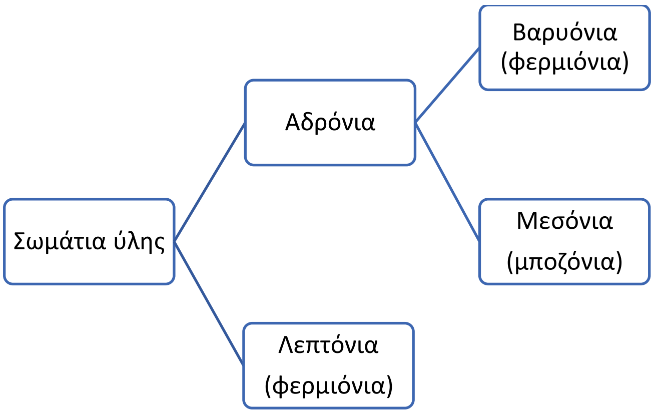
Υπάρχουν έξη είδη - «γεύσεις» λεπτονίων που ομαδοποιούνται σε τρεις δυάδες λεπτονίων : τα ηλεκτρονικά λεπτόνια, τα μυονικά και τα ταυ λεπτόνια.

$$\begin{matrix} \textit{ηλεκτρονικά λεπτονια} & \textit{μυονικά λεπτονια} & \textit{μυονικά λεπτονια} \\ \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_{\mu^-} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_{\tau^-} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

| Λεπτόνιο | Μάζα MeV | Φορτίο | Αλληλεπίδραση που μετέχει |
|---|---|---|---|
| $e^-$ | 0,511 | -1 | Ηλεκτρομαγνητική + Ασθενής |
| $\nu_e$ | $<10^{-6}$ | 0 | Ασθενής |
| $\mu^-$ | 105,7 | -1 | Ηλεκτρομαγνητική + Ασθενής |
| $\nu_{\mu^-}$ | <0,57 | 0 | Ασθενής |
| $\tau^-$ | $1{,}8 \cdot 10^3$ | -1 | Ηλεκτρομαγνητική + Ασθενής |
| $\nu_{\tau^-}$ | <31 | 0 | Ασθενής |

*Πίνακας 2:Τα υπάρχοντα λεπτόνια και οι αλληλεπιδράσεις που μετέχουν*

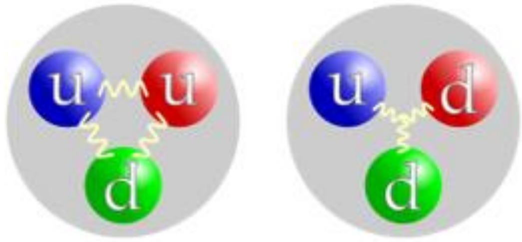
Τα αδρόνια με τη σειρά τους διακρίνονται σε δυο υποκατηγορίες: τα βαρυόνια που ορίζονται όχι ως τα σωμάτια με μεγάλη μάζα (όπως αρχικά είχαν οριστεί) αλλά ως σωματίδια που ως τελικό προϊόν της διάσπαση τους είναι τα πρωτόνια , και τα μεσόνια που οι διασπάσεις τους δίνουν ή λεπτόνιο και φωτόνιο ή ζεύγη πρωτονίου – αντιπρωτονίου.




*Εικόνα 1:* Ο χωρισμός των σωματίων σε αδρόνια (βαρυόνια και μεσόνια) και λεπτόνια. Στην παρένθεση δίνεται και ο διαχωρισμός τους ανάλογα με το spin που φέρουν

Ο μεγάλος αριθμός αδρονίων οδήγησε στο συμπέρασμα πως όλα τα αδρόνια είναι σύνθετα αφού τα βασικά συστατικά της ύλης θα πρέπει να είναι λίγα. Το 1964 οι Zweig και Gell-Mann προτείνουν τρία νέα θεμελιώδη σωματίδια από τα οποία δομούνται όλα τα αδρόνια και ονομάζονται **quark.**

Τα quark έγιναν 4 το 1974 με την ανακάλυψη του «γοητευτικού» (charm) quark στα εργαστήρια Brookhaven National Labaratory (B.N.L.) και στον γραμμικό επιταχυντή του Stanford , ενώ το 1973 οι Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa προέβλεψαν την ύπαρξη άλλων δύο quark του «bottom» και «top» quark που ανακαλύφθηκαν το 1977 και 1980.

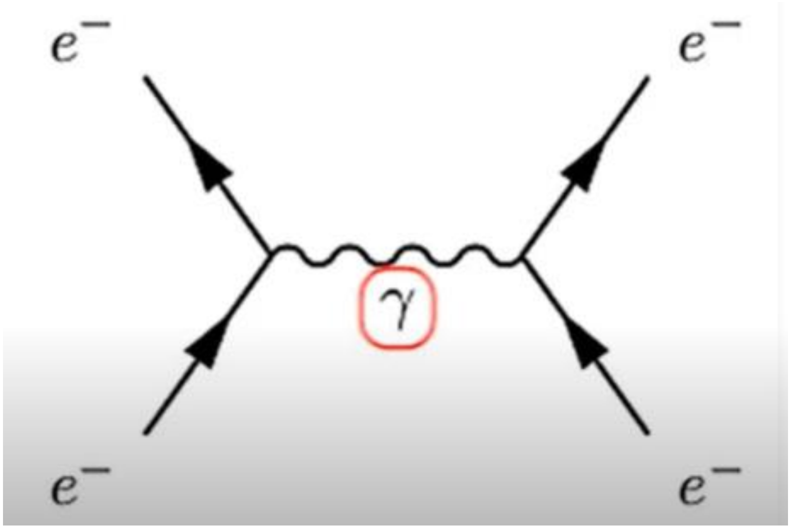



*Εικόνα 2: Δομή πρωτονίου και νετρονίου. Το πρωτόνιο αποτελείται από δύο up και ένα donw quark, το νετρόνιο από 2 down και ένα up*

## 2.2 Φορείς αλληλεπιδράσεων.

Ως στοιχειώδη σωματίδια μαζί με τα λεπτόνια και τα quark , θεωρούνται και οι φορείς των τεσσάρων αλληλεπιδράσεων .Ονομάζονται και μποζόνια βαθμίδας (gauge bosons), με ακέραιο spin. Μια από τις κυρίαρχες ιδέες του πρότυπου μοντέλου είναι πως οι τέσσερις αλληλεπιδράσεις της φύσης γίνονται μέσω σωματιδίων. Οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις , οι ισχυρές πυρηνικές , αλλά και οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις γίνονται μέσω ανταλλαγής «εικονικών» σωματιδίων που ανταλλάσσονται μεταξύ των σωματιδίων. Αυτά τα εικονικά σωματίδια δημιουργούνται ως εξής : Σύμφωνα με την αρχή αβεβαιότητας του Heisenbergως μπορούμε να «δανειστούμε» ενέργεια από το κενό για σύντομο χρονικό διάστημα, να δημιουργήσουμε μια διαταραχή στο πεδίο η οποία εκφράζεται ως «σωματίδιο» και καθώς αυτή η ενέργεια επιστρέφεται το σωματίδιο εξαφανίζεται σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Όσο μεγαλύτερο το ποσό δανειζόμενης ενέργειας , τόσο γρηγορότερα χάνεται το σωματίδιο.

Λόγου χάρη για το φωτόνιο γ που είναι ο φορέας των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων. Όταν δύο ή και περισσότερα φορτισμένα σωματίδια αλληλοεπιδρούν , ανταλλάσσουν μεταξύ τους φωτόνιο ή φωτόνια. Αυτή η ανταλλαγή εκφράζεται ως έλξη ή άπωση. Το φωτόνιο δημιουργείται από τις διαταραχές του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στην κατάσταση κενού , προκαλεί την αλληλεπίδραση των φορτίων και στο τέλος καταστρέφεται. Η όλη διαδικασία μπορεί να περιγραφεί μέσω του διαγράμματος Feynman




Εικόνα 2 :Διάγραμμα Feynman όπου δυο ηλεκτρόνια απωθούνται ,ανταλλάσσοντας μεταξύ τους ένα φωτόνιο γ που παριστάνεται με την ενδιάμεση κυματοειδή γραμμή

Τα γλοιόνια είναι οι φορείς των ισχυρών πυρηνικών δυνάμεων που συγκρατούν τα πρωτόνια και νετρόνια στο εσωτερικό του πυρήνα . Όπως και τα φωτόνια είναι άμαζα , χωρίς ηλεκτρικό φορτίο και με spin=1 .Στην πραγματικότητα υπάρχουν οκτώ γλοιόνια και ανταλλάσσονται μεταξύ των quark που δομούν τα πρωτόνια και νετρόνια .

| Αλληλεπίδραση | Φορέας | spin | Μάζα | Εμβέλεια | |
|---|---|---|---|---|---|
| Βαρυτική | Βαρυτόνιο (G) | 2 | 0 | άπειρη | όλα |
| Ηλεκτρομαγνητική | Φωτόνιο (γ) | 1 | 0 | άπειρη | Φορτισμένα σώματα |
| Ισχυρή | Γλοιόνια | 1 | 0 | $10^{-13} cm$ | quark |
| Ασθενής | Ανυσματικά μποζόνιο $Z^0, W^{\pm}$ | 1 | $m_{W^{\pm}} = 80{,}4\, GeV/c^2$ $m_{Z^0} = 91{,}2\, GeV/c^2$ | | Λεπτόνια και quark |

## 2.3 Δομικά συστατικά της ύλης

Τελικά καταλήγουμε σε μια αποκατάσταση της συμμετρίας αφού οι δομικοί λίθοι του σύμπαντος αποτελείται από 6 quark και 6 λεπτόνια. Κάθε μια από την ομάδα των quark και αυτής των λεπτονίων , μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε τρία ζεύγη -

γενιές, οι οποίες διαφέρουν ως προς τη μάζα τους. Η πρώτη γενιά αποτελείται από τα κουάρκ κορυφής(up) και κάτω(down) $\binom{up}{down}$, η δεύτερη από τα κουάρκ γοητείας(charm) και παράδοξα (strange) $\binom{charm}{stange}$ και η τρίτη από τα κουάρκ κορυφής(top) και κάτω(bottom) $\binom{top}{bottom}$.

Καθένας από τους έξι τύπους κουάρκ που έχει τρεις διαφορετικές εκδοχές οι οποίες διαφέρουν με βάση μια ιδιότητα που ονομάζεται χρέωση χρώματος. Το χρωματικό φορτίο ενός κουάρκ μπορεί να είναι κόκκινο, πράσινο ή μπλε, αλλά δεν έχει καμία σχέση με τη συμβατική έννοια του χρώματος που γνωρίζουμε. Τα κουάρκ με διαφορετικά χρωματικά φορτία έχουν την ικανότητα να ελκύουν το ένα το άλλο.

Τα υπόλοιπα έξι σωματίδια της ύλης είναι γνωστά ως λεπτόνια, τα οποία περιλαμβάνουν ηλεκτρόνια και νετρίνα. Το ηλεκτρόνιο και το νετρίνο ηλεκτρονίων αποτελούν μέρος της πρώτης γενιάς$\binom{e}{\nu_e}$, το μιόνιο και το νετρίνο του μιονίου$\binom{\mu}{\nu_\mu}$ ανήκουν στη δεύτερη, ενώ το τρίτο και βαρύτερο περιλαμβάνει το τ και το τ νετρίνο$\binom{\tau}{\nu_\tau}$. Αν και το γνωστό σύμπαν αποτελείται από ηλεκτρόνια και κουάρκ, τα άλλα σωματίδια που περιγράφονται στο τυπικό μοντέλο έχουν διαφορετικές λειτουργίες.

Αν και το γνωστό σύμπαν αποτελείται από ηλεκτρόνια και κουάρκ, τα άλλα σωματίδια που περιγράφονται στο τυπικό μοντέλο έχουν διαφορετικές λειτουργίες.

Τελικά , σύμφωνα με την τρέχουσα θεωρία, η ύλη αποτελείται από είκοσι τέσσερα βασικά δομικά στοιχεία: τα 6x2=12 είδη – μορφές quark , τα 6 λεπτόνια και τεσσάρων ακόμα σωματιδίων που αποτελούν τους φορείς των τεσσάρων θεμελιωδών δυνάμεων της φύσης : βαρυτικών , ηλεκτρομαγνητικών , ισχυρών και ασθενών.

Τα τέσσερα αυτά σωματίδια ονομάζονται μποζόνια με ακέραιο spin (spin=1). Τα φωτόνια χρησιμεύουν ως φορείς ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων, τα γλοιόνια ως φορείς ισχυρών δυνάμεων, ενώ τα μποζόνια W και Z μεταφέρουν ασθενείς δυνάμεις.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| QUARKS | $m$: 2,3 $MeV/c^2$<br>$q$: 2/3<br>$spin$: 1/2<br>**up(u)Q** | $m$: 1,275 $GeV/c$<br>$q$: 2/3<br>$spin$: 1/2<br>**charm (c)** | $m$: 173,07$GeV/$<br>$q$: 2/3<br>$spin$: 1/2<br>**top(t)** | $m$: 0<br>$q$: 0<br>$spin$: 1<br>**gluon (g)** | $m$: 125 $GeV/c^2$<br>$q$: 0<br>$spin$: 0<br>**Higgs Boson(H)** |
| | $m$: 4,8 $MeV/c^2$<br>$q$: −1/3<br>$spin$: 1/2<br>**down(d)** | $m$: 95 $MeV/c^2$<br>$q$: −1/3<br>$spin$: 1/2<br>**strange (s)** | $m$: 4,18 $GeV/c^2$<br>$q$: −1/3<br>$spin$: 1/2<br>**bottom(b)** | $m$: 0<br>$q$: 0<br>$spin$: 1<br>**photon(γ)** | |
| LEPTONS | $m$: 0,511$MeV/c$<br>$q$: −1<br>$spin$: 1/2<br>**Electron e** | $m$: 105,7 $MeV/c$<br>$q$: −1<br>$spin$: 1/2<br>**muon (μ)** | $m$: 1,771$GeV/c$<br>$q$: −1<br>$spin$: 1/2<br>**tau(t)** | $m$: 91,2$GeV/c^2$<br>$q$: 0<br>$spin$: 1<br>$Z^0$ **boson(Z)** | GAUGE BOSONS |
| | $m$: < 2,2 $eV/c^2$<br>$q$: 0<br>$spin$: 1/2<br>**Electron netrino** ($\nu_e$) | $m$: < 0,17$eV/c^2$<br>$q$: 0<br>$spin$: 1/2<br>**muon netrino** ($\nu_\mu$) | $m$: < 15,5$eV/c^2$<br>$q$: 2/3<br>$spin$: 1/2<br>**tau netrino** ($\nu_\tau$) | $m$: 80,4 $GeV/c^2$<br>$q$: ±1<br>$spin$: 1<br>$W^\pm$ **boson (W)** | |

*Πίνακας 3 :Τα δομικά συστατικά της ύλης. Τρεις οικογένειες : quark - λεπτόνια - φορείς αλληλεπίδραση*

Το γλοιόνιο ,και το φωτόνιο είναι άμαζα , σε αντίθεση με τα $Z^0, W^\pm$ μποζόνια, που έχουν μάζα . Κάτι που έρχεται σε αντίθεση με το πρότυπο μοντέλο που μελετά και ερμηνεύει τις αλληλεπιδράσεις των στοιχειωδών σωματιδίων. Σύμφωνα με αυτό όλοι οι φορείς πρέπει να έχουν μηδενική μάζα. Η απόκτηση μάζας αυτών μποζονίων γίνεται μέσω ενός μηχανισμού που αποκαλείται μηχανισμός Higgs στην οποία μετέχει το σωματίδιο Higgs. Ο μηχανισμός αυτός και ο τρόπος που αποκτούν μάζα αυτοί οι φορείς θα αναπτυχθεί σε επόμενο κεφάλαιο της εργασίας.

## 2.4 Ασθενείς δυνάμεις

Η ασθενής δύναμη δεν είναι σαν τις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις έλξης ή άπωσης , ούτε σαν τις ισχυρές που αναπτύσσονται μεταξύ των quark και είναι υπεύθυνες για την συγκράτηση τους στο εσωτερικό των πρωτονίων και των νετρονίων. Αν και η ασθενής δύναμη ανήκει στις θεμελιώδεις δυνάμεις της φύσης, μας είναι δύσκολη η περιγραφή της και η κατανόηση της απλοποιημένους όρους αφού είναι μια δύναμη που δεν την παρατηρούμε στην καθημερινότητα μας. Δεν μπορεί να περιγραφεί με όρους άπωσης ή έλξης.

Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις αρχικά περιεγράφηκαν από τη θεωρία Fermi ως δυνάμεις επαφής, αλλά αυτή η περιγραφή προκαλούσε προβλήματα που λύθηκαν μόνο με την εισαγωγή φορέων αλληλεπίδρασης που είναι ανυσματικά μποζόνια (spin=1) με μάζα μεγαλύτερη των 80 $GeV/c^2$. Αρχικά το μοντέλο είχε πολλά προβλήματα κυρίως σε υψηλές ενέργειες, τα οποία λύθηκαν με το πρότυπο μοντέλο των ασθενών αλληλεπιδράσεων των Glashow-Salam-Weinberg.(1961, 1967). Το μοντέλο αυτό απαιτούσε την εισαγωγή ενός ουδέτερου ανυσματικού μποζονίου $Z^0$.Σε αντίθεση λοιπόν με τους άλλους φορείς αλληλεπίδρασης , τα τρία αυτά μποζόνια απαντώνται με τρία διαφορετικά φορτία: το ουδέτερο $Z^0$, το θετικά φορτισμένο $W^+$ και το αρνητικό $W^-$.Η μεγαλύτερη όμως διαφορά τους με τους υπόλοιπους φορείς είναι πως έχουν μάζα. Η ύπαρξη μάζας ανέπτυξε την θεωρία του πεδίου Higgs και του αντίστοιχου μηχανισμού που αιτιολογεί πως αποκτούν μάζα αυτοί οι φορείς ασθενών αλληλεπιδράσεων.

Είναι γνωστό πως για να αλληλοεπιδράσουν δύο σώματα πχ ηλεκτρικά πρέπει να έχουν μια χαρακτηριστική ιδιότητα που την έχουμε ορίσει ως ηλεκτρικό φορτίο. Ομοίως οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των quark γίνονται μέσω του του χρώματος που τα χαρακτηρίζει. Λογικό είναι να υποθέσουμε πως και οι ασθενείς δυνάμεις ασκούνται μεταξύ των θεμελιωδών σωματιδίων όταν αυτά έχουν μια ιδιότητα, ένα «υπερφορτίο». Η ιδέα που υιοθετήθηκε από την επιστημονική κοινότητα ήταν να εισαχθούν δύο πιθανές καταστάσεις φορτίου, σε αντιστοιχία με το spin των φερμιονίων που χαρακτηρίζεται από δύο πιθανές καταστάσεις +1/2, -1/2.. Το υπερφορτίο λοιπόν υπάρχει σε δύο πιθανές καταστάσεις που ονομάζεται ασθενές ισοσπίν. Δεν σχετίζεται με την κλασσική έννοια του spin της ιδιοπεριστροφής , είναι απλά ένας εύκολος τρόπος διαχείρισης των ασθενών δυνάμεων , υποθέτοντας πως κάθε σωματίδιο που μετέχει σε αυτές τις αλληλεπιδράσεις έχει ισοσπίν ή +1/2 ή – 1/. Μόνο τα αριστερόστροφα φερμιόνια μετέχουν στις ασθενείς αντιδράσεις και φέρουν ασθενές ισοσπίν.

**Παράδειγμα 1ο :β διάσπαση συμμετοχή και εμφάνιση του $W^-$ φορέα**.

Η κλασσικότερη ( και η 1η που βρέθηκε) αντίδραση που οφείλεται και δείχνει την δράση των ασθενών δυνάμεων είναι διάσπαση β της μετατροπής του νετρονίου σε πρωτόνιο με την ταυτόχρονη εκπομπή ενός ηλεκτρονίου και του αντινετρίνου του

$$ {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{0}^{-1}e \, + \, \bar{\nu}_e $$

που σε επίπεδο quark είναι $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$

Αυτό που συμβαίνει και δείχνει την δράση των ασθενών «δυνάμεων» είναι πως κατά την μετατροπή του d quark σε u quark ένα ικανό ποσό ενέργειας εμφανίζεται , διεγείρει το ηλεκτρικό πεδίο κάνοντας δυνατή την εμφάνιση του ηλεκτρονίου και του αντινετρίνου του που εκπέμπονται στον χώρο.

Σε αυτή την μετατροπή εκτός τη διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου πρέπει να ισχύει και η διατήρηση του ασθενούς ισοσπίν

| | d | → | u | + | $e^-$ | + | $\overline{\nu}_e$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| electrical charge | - 1/3 | → | 2/3 | + | -1 | + | 0 | (- 1/3 on each side) |
| weak isospin | - 1/2 | → | 1/2 | + | -1/2 | + | -1/2 | (- 1/2 on each side) |

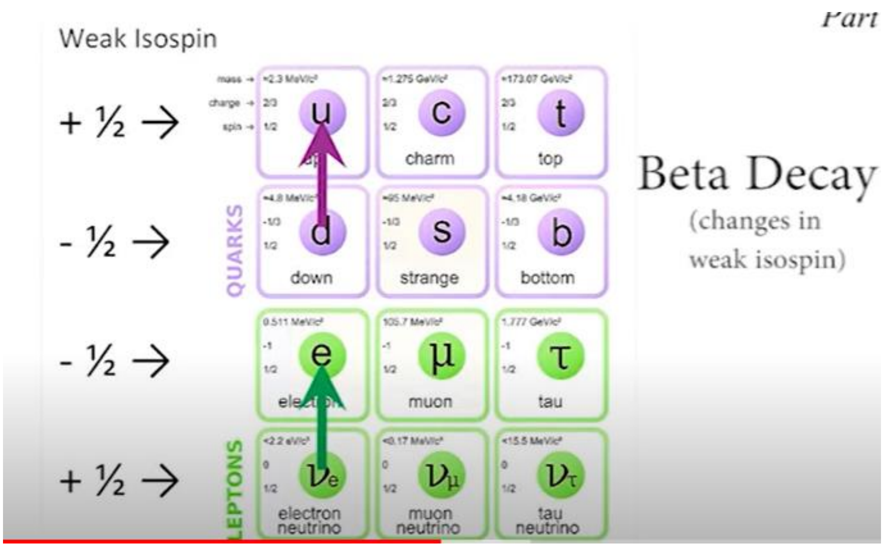
Μια καλύτερη προσέγγιση του φαινομένου θα ήταν να θεωρήσουμε πως κατά την β διάσπαση δεν εκπέμπεται το αντινετρίνο του ηλεκτρονίου, αλλά πως το νετρόνιο αλληλοεπιδρά με το νετρίνο του ηλεκτρονίου δηλαδή πως η αντίδραση είναι :

$$ {}_{0}^{1}n + \nu_e \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{0}^{-1}e \text{ ή} $$

$$ d + \nu_e \rightarrow u + e^- $$

Weak isospin - ½ + ½ → ½ + - ½

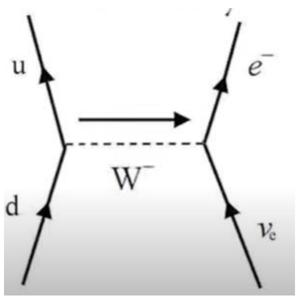
Σε αυτή την αλληλεπίδραση το $\nu_e$ μετατρέπεται σε σωματίδιο της ίδιας όμως οικογένειας (λεπτόνιο) που είναι το $e^-$ και το d quark σε u quark. Το ασθενές ισοσπίν του νετρίνου μεταβάλλεται από +1/2 - 1/2 , μετατρέποντας το σε ηλεκτρόνιο , όπως και το ισοσπίν του d quark από -1/2 σε +1/2 μετατρέποντας το σε u quark.




*Εικόνα 3:Μεταβολή του ασθενούς ισοσπίν των φερμιονίων στη διάσπαση β.*

Παρατηρούμε λοιπόν πως το ασθενές ισοσπίν των λεπτονίων μειώθηκε κατά 1 , ενώ των quark αυξήθηκε κατά 1.Η μεταβολή του ισοσπίν των φερμιονίων γίνεται μέσω των φορέων αλληλεπίδρασης $W^{\pm}$ και $Z^{o}$.

Πιο συγκεκριμένα , στη διάσπαση β , το νετρόνιο ή ακόμα πιο μικροσκοπικά το d quark, δανειζόμενο ενέργεια από το κενό εκπέμπει το ανυσματικό μποζόνιο $W^{-}$, μετατρέπεται σε πρωτόνιο – u quark. Το σωματίδιο $(W^{-})$ που προήλθε από αυτή τη δανειζόμενη ενέργεια κενού, πολύ γρήγορα, απορροφάται από το νετρίνο που με τη σειρά του μετατρέπεται σε ηλεκτρόνιο.

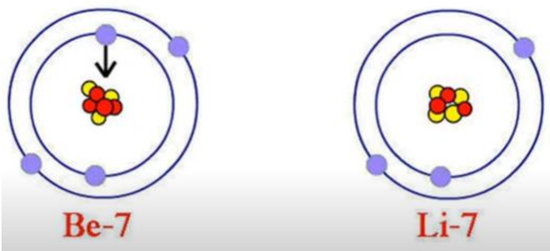



*Εικόνα 4:Διάγραμμα Feynman*

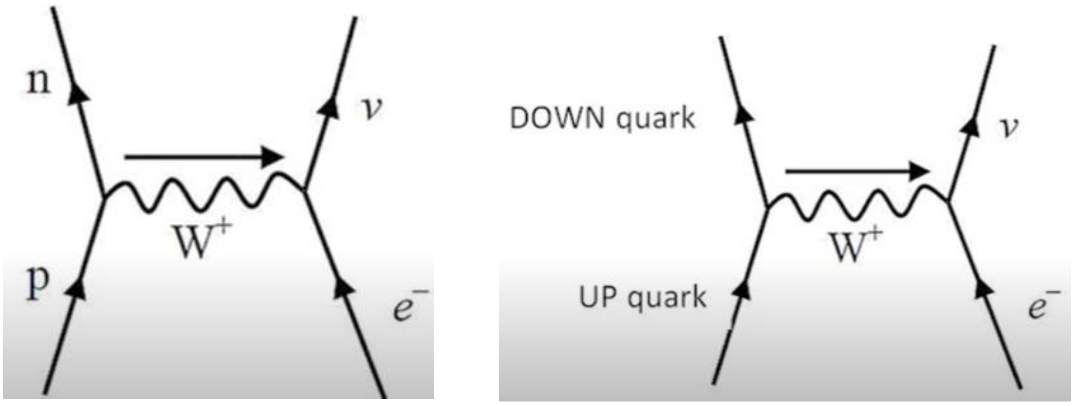
**Παράδειγμα 2ο : Σύλληψη ηλεκτρονίου από πρωτόνιο ( electron capture) και εμφάνιση του $W^{+}$ φορέα**

Το φαινόμενο σύλληψης-δέσμευσης ηλεκτρονίου που είναι το αντίστροφο της διάσπασης β και είναι ένα άλλο φαινόμενο που μετέχουν οι ασθενείς δυνάμεις. Σε αυτή την περίπτωση , ένα πρωτόνιο του πυρήνα συλλαμβάνει ένα ηλεκτρόνιο και μετατρέπεται σε νετρόνιο εκπέμποντας ένα νετρίνο . Αυτό γίνεται στην αντίδραση

$$^{7}_{4}Be \rightarrow {}^{7}_{3}Li + v_e$$



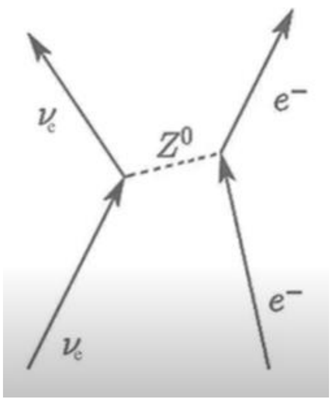

Το άτομο του Βηρυλλίου (Be) αποτελείται από 4 πρωτόνια , 3 νετρόνια και 4 ηλεκτρόνια που περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα. Ένα από τα ηλεκτρόνια συλλαμβάνεται από ένα πρωτόνιο του πυρήνα ,μετατρέπεται σε νετρόνιο με εκπομπή ενός νετρίνου ηλεκτρονίου. Η μετατροπή αυτή γίνεται με ανταλλαγή του σωματιδίου $W^+$ . Αυτό που στην πραγματικότητα συμβαίνει (σε επίπεδο στοιχειωδών σωματιδίων) είναι το εξής : ένα u quark εκπέμπει το $W^+$μποζόνιο και μετατρέπεται σε d quark.Το σωματίδιο $W^+$δεν μπορεί να «ζήσει» ελεύθερο για μεγάλο χρονικό διάστημα, οπότε χάνεται πολύ γρήγορα δίνοντας το φορτίο του στο ηλεκτρόνιο. Αυτό εξουδετερώνεται, μετατρέπεται σε νετρίνο .Παρατηρούμε πως όλα τα σωματίδια μετατρέπονται σε αντίστοιχα της ίδιας οικογένειας: το quark u μετατράπηκε σε d quark, και το ηλεκτρόνιο σε νετρίνο. Σε αυτή την αντίδραση έχουμε και διατήρηση του φορτίου αλλά και διατήρηση του ισοσπίν.




Εικόνα 5 *Διάγραμμα Feynman : το πρωτόνιο και το ηλεκτρόνιο στο κάτω μέρος του διαγράμματος ανταλλάσσουν ένα εικονικό σωματίδιο $W^+$.Το $W^+$ αφαιρεί φορτίο του u quark μετατρέποντας το σε d quark και απορροφάται από το ηλεκτρόνιο που γίνεται ένα ουδέτερο λεπτόνιο ( νετρίνο).*

**3ο παράδειγμα ασθενούς αλληλοεπίδρασης ελαστική σκέδαση νετρίνου-ηλεκτρονίου , εκπομπή του φορέα $Z^0$**

Οι αλληλεπιδράσεις όπου εμφανίζεται ως φορέας αλληλεπίδρασης του ουδέτερο $Z^0$ είναι δύσκολο να βρεθούν και να ανιχνευτούν. Μια τέτοια αλληλεπίδραση είναι είναι η ελαστική σκέδαση νετρίνου ηλεκτρονίου με ηλεκτρόνιο κατά την οποία δεν υφίσταται καμία μετατροπή σε κάποιο σωματίδιο. Κατά τη διάρκεια της σκέδασης , τα σωματίδια απωθούνται , όπως παριστάνεται και στο διάγραμμα Feynman , και αυτή η άπωση οφείλεται μόνο σε ασθενείς δυνάμεις . Ο φορέας αλληλεπίδρασης δεν μπορεί να είναι κάποιο από τα $W^+, W^-$ μποζόνια αφού δεν έχουμε ανταλλαγή φορτίων όπως στα προηγούμενα παραδείγματα. Η ενέργεια δανειζόμενη από το κενό παράγει το σωματίδιο $Z^0$ που ανταλλάσσεται μεταξύ του νετρίνου και το ηλεκτρονιου, προκαλώντας την μεταξύ τους άπωση.




Ελαστική σκέδαση δύο ηλεκτρονίων- πειραματική επαλήθευση του $Z^0$

Ένα άλλο φαινόμενο που έχουμε ανταλλαγή $Z^0$ είναι η ελαστική σκέδαση ηλεκτρονίου ηλεκτρονίου . Βέβαια κατά την διάρκεια της σκέδασης κυριαρχούν οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις, που είναι και ισχυρότερες μέσω ανταλλαγή φωτονίου γ , ωστόσο υπάρχει και συνεισφορά των ασθενών δυνάμεων μέσω ανταλλαγής του ουδέτερου $Z^0$. Μάλιστα βρέθηκε τρόπος να υπολογιστεί η συνεισφορά των ασθενών δυνάμεων σε αυτή την σκέδαση. Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις πραγματοποιούνται μόνο μεταξύ των αριστερόστροφων φερμιονίων. Υπάρχει τρόπος να καθορίσουμε το spin μιας δέσμης ηλεκτρονίων και να τους δώσουμε αριστερόστροφο ή δεξιόστροφο προσανατολισμό spin. Έτσι σε ένα πείραμα σκέδασης ηλεκτρονίων σε πρωτόνια βρίσκουμε τις διαφορές των μετρήσεων στη σκέδαση αριστερόστροφων ηλεκτρονίων με τις αντίστοιχες στα δεξιόστροφα μπορούμε να βρούμε την επίδραση των ασθενών δυνάμεων σε αυτές τις αλληλεπιδράσεις. Σε ένα τέτοιο πείραμα που πραγματοποιήθηκε το 1978 στον γραμμικό επιταχυντή του Stanford ανιχνεύτηκε αυτή η πολύ μικρή , υπαρκτή όμως , διαφοροποίηση σε αναλογία 1:10000 σωματίδια.

# Κεφάλαιο 3ο Εξίσωση Lagrange στο Πρότυπο Μοντέλο

## 3.1Συνάρτηση Lagrange – Εξίσωση Euler

Στην κλασσική μηχανική για να εξηγήσουμε τη δυναμική ενός συστήματος και να εξηγήσουμε τις μεταβολές του συστήματος σε συνάρτηση με τον χρόνο , χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση Λαγκράντζ (Lagrange) , που ορίζεται ως η διαφορά κινητικής ενέργειας (T) μείον την δυναμική ενέργεια V

$$L = T - V$$

Οι δύο μορφές ενέργειας είναι συναρτήσεις της θέσης και της ταχύτητας

$Tf(x, \dot{x})$ , $Vf(x, \dot{x})$ ( για μονοδιάστατη κίνηση ) ή γενικότερα $Tf(r, \dot{r})$ , $Vf(r, \dot{r})$ (για κίνηση στον χώρο)

Για να εξάγουμε από την Λαγκραζιανή συνάρτηση τις εξισώσεις κίνησης χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις Euler

$$\frac{d\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)}{dt} = \frac{\partial L}{\partial x}$$ με το $\dot{x}$ εννοούμε την ταχύτητα υ του συστήματος

Π.χ. Για ένα μονοδιάστατο αρμονικό ταλαντωτή με σταθερά k και μάζας m :

Συνάρτηση Lagrange : $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2$

$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$ άρα $\frac{d\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)}{dt} = \frac{d(m\dot{x})}{dt} = m\ddot{x} = ma$ [1]

$\frac{\partial L}{\partial x} = kx$

Από της εξίσωση Euler προκύπτει

ι $\frac{d\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)}{dt} = \frac{\partial L}{\partial x} \Rightarrow\ m\ddot{x} = kx \Rightarrow ma = F($ 2ος νόμος Newton)

Θέτοντας ως $\omega^2 = \frac{k}{m}$ η εξίσωση Euler δίνει $\ddot{x} - \omega^2 x = 0$ που είναι η εξίσωση της αρμονικής ταλάντωσης

[1] $\ddot{x}$ είναι η 2η παράγωγος της θέσης που εκφράζει την επιτάχυνση

## 3.2 Πρότυπο μοντέλο

Το Πρότυπο Μοντέλο είναι μια επιστημονική θεωρία που εξηγεί τα θεμελιώδη στοιχεία της ύλης και τις αλληλεπιδράσεις τους, συμπεριλαμβανομένων των ισχυρών, ασθενών και ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων. Ωστόσο, παρά τις πολυάριθμες προσπάθειες, οι επιστήμονες δεν έχουν ακόμη καταφέρει να ενσωματώσουν την έννοια των βαρυτικών αλληλεπιδράσεων σε αυτό το μοντέλο.

Το πρότυπο μοντέλο που μελετά όλα τα σωματίδια , τα αντισωματίδια , μαζί με τους φορείς αλληλεπίδρασης των θεμελιωδών δυνάμεων της φύσης περιέχει : θεωρία ομάδων , σχετικιστική μηχανική , μιγαδική ανάλυση . Αναφέρεται σε μη κλασσικά σωματίδια, όπου οι θέσεις των σωματιδίων ανάγονται σε κβαντικά πεδία $\phi$ . Η μελέτη γίνεται μέσω της Λαγκραζιανής μεθόδου ( όπως και στη μηχανική) μετασχηματισμένη στα κβαντικά πεδία. Δηλαδή μέσω της Λαγκραζιανής συνάρτησης των πεδίων και των δυναμικών τους, μαζί με την εξίσωση Euler , φτιάχνουμε μια εξίσωση που μας δείχνει τι γίνεται στο πεδίο , δημιουργούμε δηλαδή την εξίσωση κίνησης του πεδίου.

Σύμφωνα με το πρότυπο μοντέλο τα μποζόνια $W^+, W^-$ και $Z^o$ ,φορείς των ασθενών αλληλεπιδράσεων πρέπει να είναι άμαζα . Τα πειράματα όμως μας έχουν επιβεβαιώσει για το αντίθετο, αυτοί οι τρεις φορείς αλληλεπίδρασης έχουν μάζα $80{,}4\frac{GeV}{c^2}$ για τα μποζόνια $W^+, W^-$ και $91{,}2\frac{GeV}{c^2}$ για το $Z^o$. Η μεγάλη τους μάζα εξηγεί τον μικρό χρόνο ζωής τους που είναι της τάξης των $3 \cdot 10^{-25}s$ καθώς και την μικρή εμβέλεια των ασθενών δυνάμεων $(10^{-18}m)$ αφού όπως θα δούμε αργότερα τα σωματίδια αυτά έχουν δανειστή μεγάλη ενέργεια από το κενό και δεν μπορούν να διανύσουν μεγάλες αποστάσεις. Απάντηση στο ερώτημα για το πως τα άμαζα $W^+, W^-$ και $Z^o$ , αποκτούν μάζα βρίσκεται στο πεδίο Higgs και του αντίστοιχου σωματιδίου του μποζονίου Higgs.

## 3.3 Λαγκραζιανή εξίσωση στα πεδία του Πρότυπου Μοντέλου

### Α. Κατηγορίες πεδίων

Αρχικά πρέπει να εξηγηθεί σε τι πεδία αναφερόμαστε. Σύμφωνα με το πρότυπο μοντέλο, σε όλον τον χώρο ακόμα και αν είναι κενός υπάρχουν αυτά τα πεδία και τα σωματίδια που παρατηρούνται δεν είναι τίποτε άλλο παρά διεγέρσεις αυτών. Υπάρχουν τρία είδη πεδίων

i. **το πεδίο των φερμιονίων** που παράγει σωματίδια με spin ½. Είναι γνωστά και ως πεδία Dirac . Κάθε σωματίδιο αντιστοιχεί σε ένα δικό του πεδίο $\psi$. Το πεδίο $\psi$ αποτελείται από τέσσερις συνιστώσες που παριστάνονται ως στοιχεία μιας στήλης σε έναν πίνακα που ονομάζεται σπίνορας Dirac

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{εκφράζει την θετική ενέργεια} \\ \text{την αρνητική ενέργεια}^2 \\ \text{το } spin + 1/2 \\ \text{το } spin - 1/2 \end{bmatrix}$$

ii. **Διανυσματικά πεδία ( vector fields)** : η τιμή του πεδίου διαφέρει σε κάθε σημείο και ως τιμή και ως κατεύθυνση ,ενώ οι διεγέρσεις τους παράγουν μποζόνια με spin 1.

iii. **Βαθμωτό πεδίο ( scalar field)** : η διακυμάνσεις του οποίου παράγουν το σωματίδιο Higgs που ως μποζόνιο και αυτό έχει spin 1

**Δυναμική και κινητική ενέργεια πεδίου**

Είναι γνωστό πως η δυναμική ενέργεια είναι η ενέργεια που οφείλεται σε μια θέση ή σε μια κατάσταση . Έτσι και εδώ η δυναμική ενέργεια του πεδίου είναι ανάλογη των τιμών του τετραγώνου του πεδίου . Δηλαδή για το πεδίο Dirac (φερμιονίων) είναι ανάλογη του $\Psi^2$, στα διανυσματικά ανάλογη του $A_\mu^2$ και στο βαθμωτό πεδίο Higgs ανάλογη του $\phi^2$

Στην κλασσική μηχανική, η κινητική ενέργεια είναι συνυφασμένη με την ενέργεια ενός κινούμενου σωματιδίου . Εδώ , η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο το πεδίο αλλάζει στον χωρόχρονο και εκφράζεται μέσω των τετραγώνων των ρυθμών μεταβολής του πεδίου

Για παράδειγμα έστω το βαθμωτό πεδίο $\phi$ έχει μια τιμή για καθορισμένο σημείο του χώρου. Όταν αυτή μεταβάλλεται , ο ρυθμός με τον οποίο αλλάζουν οι τιμές του πεδίου στο χωρόχρονο ,εκφράζει την κινητική ενέργεια λόγω κίνησης δηλαδή μπορούμε να πούμε πως είναι η ενέργεια λόγω των μεταβολών που γίνονται και εκφράζεται μέσω των τετραγώνων των ρυθμών μεταβολής του πεδίου$\left(\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2, \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2, \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2, \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right)$

$$K = \left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2 = \left(\vartheta_\mu\phi\right)^2$$

[2] η αρνητική ενέργεια εκφράζει τα αντισωματίδια

## B. Λαγκραζιανή εξίσωση

Για την περιγραφή του κάθε πεδίου χρησιμοποιούμε την Λαγκραζιανή πυκνότητα $\mathcal{L}$ που εκφράζει την διαφορά κινητικής μείον της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου του πεδίου.

Με την έννοια όμως του όγκου στην πραγματικότητα εννοούμε το τετραδιάνυσμα του χωροχρόνου (spacetime) $(t, x, y, z)$

$$L(q, \dot{q}, t) \rightarrow \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi, x^\mu)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu \phi\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2 \phi^2$$

Που έρχεται σε αντιστοιχία με τη κλασσική εξίσωση Lagrange $L = T - V$ , με τον όρο $\frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu \phi\right)^2$να εκφράζει την κινητική ενέργεια του πεδίου ενώ ο όρος $\frac{1}{2}\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2 \phi^2$την δυναμική ενέργεια του πεδίου.

Για ευκολία στους υπολογισμούς θεωρούμε πως $\hbar = c = 1$ και την μάζα m την ως μ (m=μ) και η τελική μορφή (απλοποιημένη) της Λαγκραζιανής πυκνότητας είναι

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu \phi\right)^2 - \frac{1}{2}\mu^2 \phi^2$$

Να επισημάνουμε πως η $\partial_\mu$ δεν είναι μόνο χρονική παράγωγος αλλά χωροχρονική παράγωγος ( δηλαδή και ως προς t και x,y,z)

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial x^0}, \frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^3}\right) = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla}\right)$$

Η Λαγκραζιανή πυκνότητα στο πρότυπο μοντέλο γράφεται ως εξής

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu \phi\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2 \phi^2$$

Για ευκολία στους υπολογισμούς θεωρούμε πως $\hbar = c = 1$ και την μάζα m την ως μ (m=μ) και η τελική μορφή (απλοποιημένη) της Λαγκραζιανής πυκνότητας είναι

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu \phi\right)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2$$

Η εξίσωση Euler που στην μηχανική έχει την μορφή $\frac{d\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)}{dt} = \frac{\partial L}{\partial x}$ παίρνει τώρα την μορφή $\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)}\right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi}$ . Ισχύει

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} = \vartheta_\mu \phi$$

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)}\right) = \partial_\mu\left(\vartheta_\mu \phi\right) = \partial_\mu^2 \phi$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = \mu^2 \phi$$

Με αποτέλεσμα $\boldsymbol{\partial_\mu^2 \phi - \mu^2 \phi = 0}$

που αντιστοιχεί στην εξίσωση κίνησης του **αρμονικού ταλαντωτή**

Μια τελευταία διευκρίνηση : το πεδίο $\phi$ είναι ένα ελεύθερο βαθμωτό πεδίο . Ονομάζεται ελεύθερο αφού δεν έχει πηγές και δεν υπάρχει κανένα είδος φορτίου μέσα σε αυτό. Βαθμωτό αφού δεν έχει κατεύθυνση. Επειδή το πεδίο $\phi$ είναι ένα selfsourcing πεδίο, έχει την ιδιότητα να αλληλοεπιδρά με τον εαυτό του και αυτή η αλληλεπίδραση δημιουργεί μια επιπλέον δυναμική ενέργεια στο πεδίο για την οποία δεν μπορούμε να δώσουμε μια κλασσική ερμηνεία σύμφωνα με την κλασσική μηχανική.

Η σωστή Λαγκραζιανή συνάρτηση για την περιγραφή του πεδίου $\phi$ πρέπει να εισαχθεί ένας έξτρα όρος ανάλογος της τέταρτης δύναμης του πεδίου, προκειμένου να συμπεριληφθεί και η ενέργεια των εσωτερικών αλληλεπιδράσεων.

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu \phi\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4\right)$ με $\lambda > 0$ και είναι μια αδιάστατη ποσότητα και εκφράζει τη σταθερά σύζευξης

Για τα άλλα πεδία η Λαγκραζιανή πυκνότητα είναι

Για τα πεδία Dirac που περιγράφουν τα Φερμιόνια (spin1/2)

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu \vartheta_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi$$

Και σε αυτή την περίπτωση, υπάρχει αντιστοιχία με την Λαγκραζιανή του βαθμωτού πεδίου :η ποσότητα $m\bar{\psi}\psi$ εκφράζει την δυναμική ενέργεια με το m να είναι η μάζα του φερμιονίου και η ποσότητα $i\bar{\psi}\gamma^{\mu}\vartheta_{\mu}\psi$ εκφράζει την κινητική ενέργεια ( το $\vartheta_{\mu}\psi$ μπορεί να μην είναι υψωμένη στο τετράγωνο αλλά εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής του πεδίου ψ το $\gamma^{\mu}$ είναι ένα σύνολο από πίνακες που ονομάζονται πίνακες Dirac με το μ να παίρνει τιμές από 0 έως 3

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \gamma^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \gamma^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Euler στην παραπάνω συνάρτηση προκύπτει η εξίσωση Dirac που σε κλασσικό επίπεδο είναι η εξίσωση κίνησης

$$i\gamma^{\mu}\vartheta_{\mu}\psi - m\psi = 0$$

Για τα διανυσματικά πεδία $A_{\mu}$ που περιγράφουν σωματίδια με spin 1 όπως το Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο η συνάρτηση της Λαγκραζιανής πυκνότητας περιγράφεται με τη Proca Lagragian

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16}(\partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu}A^{\mu})\left(\partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}\right) + \frac{m^2}{8\pi}A^{\nu}A_{\nu}$$

Οι δύο ποσότητες $(\partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu}A^{\mu})\left(\partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}\right)$ ονομάζονται ηλεκτρομαγνητικοί τένσορες και συμβολίζονται ως $F$ και η Proca Lagragian γίνεται

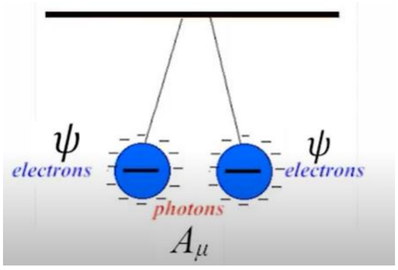
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16}F^2 + +\frac{m^2}{8\pi}A^{\nu}A_{\nu}$$

Επειδή στο Η/Μ πεδίο η μάζα είναι μηδενική η Λαγκραζιανή πυκνότητα είναι

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16}F^2$$

Εφαρμόζοντας στην παραπάνω συνάρτηση της εξίσωση Euler προκύπτουν οι εξισώσεις Maxwell

Στην περίπτωση που και τα δύο πεδία βρίσκονται μαζί (πχ. Τα ηλεκτρόνια είναι φορτισμένα σωματίδια το πεδίου ψ αλληλοεπιδρούν με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο $A_\mu$




*Εικόνα 6 Αλληλεπίδραση δύο ηλεκτρονίων) πρέπει να εμφανίζονται όροι τόσο για το πεδίο ψ όσο και για το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο Αμ που εκφράζει το ανταλλασσόμενο κατά την αλληλεπίδραση φωτόνιο.*

Σε αυτή την περίπτωση η Λαγκραζιανή πυκνότητα είναι :

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu \vartheta_\mu \psi - e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F^2$$

Αξίζει να επισημάνουμε πως το διανυσματικό πεδίο $A_\mu$ περιγράφει τα μποζόνια (gauge bosons) με spin 1 . Υπάρχει το διανυσματικό πεδίο του φωτονίου , του γλοιονίου, καθώς και τα πεδία των $W^\pm$ και $Z^o$ .Το πρότυπο μοντέλο όμως θεωρεί πως αυτά τα μποζόνια πρέπει να περιγράφονται από εξισώσεις και Λαγκραζιανές συναρτήσεις που αντιστοιχούν σε άμαζα σωματίδια .Κάτι που ισχύει για τα γλοιόνια και τα φωτόνια, όχι όμως για τα $W^\pm$ και $Z^o$ μποζόνια που πειραματικά έχουν ανιχνευτεί με μάζα. Αυτό γίνεται προκειμένου να έχουμε συμμετρία ( αναλλοίωτο ) βαθμίδας.

## 3.4.Θεωρία Βαθμίδας (Gauge theory)

Η θεωρία βαθμίδας είναι μια κατηγορία θεωρίας πεδίων στην οποία η Λαγκραζιανή συνάρτηση πρέπει να μείνει αναλλοίωτη κάτω από μια ομάδα συνεχών τοπικών μετασχηματισμών του πεδίου. Οι μετασχηματισμοί διακρίνονται στην **εκτεταμένη συμμετρία βαθμίδας** όπου ο μετασχηματισμός έχει μια σταθερή τιμή σε όλη την περιοχή του πεδίου και στην **τοπική συμμετρία** στην οποία η τιμή του κάθε μετασχηματισμού μεταβάλλεται ως προς τον χώρο και τον χρόνο.

Αν οι μετρούμενες ποσότητες παραμένουν αναλλοίωτες τότε έχουμε την εκτεταμένη συμμετρία βαθμίδας (Global gauge symmetry ) και την τοπική συμμετρία (Local symmetry) αντίστοιχα

**Απόδειξη μηδενικής μάζας διανυσματικών μποζονίων**

Μετασχηματίζουμε , ένα διανυσματικό πεδίο $A_\mu(\varphi, A_1, A_2, A_3)$ που περιγράφει σωματίδια με spin=1 ,προσθέτοντας μια βαθμωτή ποσότητα $\alpha(x_\mu)$. Η ποσότητα αυτή εξαρτάται από το τετραδιάνυσμα $x_\mu = (t, x, y, z)$, μεταβάλλεται χωροχρονικά και η τιμή της παραγώγου $\frac{\partial \alpha}{\partial x_\mu} = \partial_\mu \alpha$ είναι για κάθε σημείο του χωροχρόνου διαφορετική. Πρέπει να δείξουμε ότι το πεδίο παραμένει αναλλοίωτο με αυτό τον μετασχηματισμό.

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \alpha$$

Η Λαγκραζιανή πυκνότητα για αυτό το πεδίο είναι Proca Lagragian

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16}(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{m^2}{8\pi} A^\nu A_\nu$$

Αρκεί να μελετήσουμε δεύτερο όρο που αναφέρεται στη μάζα του σωματιδίου

$\mathcal{L}_m = \frac{m^2}{8\pi} A^\nu A_\nu = \frac{m^2}{8\pi} A_\mu^2$

Αντικαθιστώντας το $A_\mu$ $\sigma\varepsilon$ $A'_\mu$:

$$\mathcal{L}'_m = \frac{m^2}{8\pi} {A'_\mu}^2 = \frac{m^2}{8\pi}(A_\mu + \partial_\mu \alpha)^2 = \frac{m^2}{8\pi} A_\mu^2 + \frac{m^2}{4\pi} A_\mu \partial_\mu \alpha + \frac{m^2}{8\pi}\left(\partial_\mu \alpha\right)^2$$

Ο όρος $\frac{m^2}{8\pi}\left(\partial_\mu \alpha\right)^2$ ,λόγου του τετραγώνου της παραγώγου $\partial_\mu \alpha$ , είναι όρος κινητικής ενέργειας και επειδή σε αυτό το παράδειγμα μας ενδιαφέρει να δείξουμε το αναλλοίωτο της μάζας του εκπεμπόμενου σωματιδίου αυτού του πεδίου σε αυτόν τον τοπικό μετασχηματισμό , τον αγνοούμε . Γι’ αυτό

$$\mathcal{L}'_m = \frac{m^2}{8\pi} A_\mu^2 + \frac{m^2}{4\pi} A_\mu \partial_\mu \alpha$$

Για να έχουμε τοπική συμμετρία πρέπει η παρατηρούμενη ποσότητα και εδώ δεν είναι άλλη παρά η μάζα να μένει αναλλοίωτη ακόμα και σε μετασχηματισμούς του $A_\mu$ πεδίου

Για να συμβαίνει αυτό πρέπει

$\frac{m^2}{4\pi} A_\mu \partial_\mu \alpha = 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} A_\mu = 0 \quad (\text{αδύνατο αφού αν το βασικό πεδίο είναι μηδέν θα είναι πάντα μηδέν} \\ \qquad\qquad \text{και δε γίνονται ούτε διεγέρσεις ούτε εκπέμπονται σωματίδια} \\ \partial_\mu \alpha = 0 \quad (\text{άτοπο αυτό σημαίνει ότι στον μετασχηματισμό δεν} \\ \qquad\qquad \text{προσθέσαμε τίποτα} \\ m^2 = 0 \quad \text{που είναι η μόνη δυνατή λύση} \end{cases}$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν πως η μόνη πιθανή λύση είναι η μάζα του κάθε διεγερμένου σωματιδίου να είναι μηδενική .Άρα όλα τα μποζόνια (gauge bosons) που έχουν spin 1 έχουν μηδενική μάζα. Κάτι που συμβαίνει στα γλοιόνια και στα φωτόνια όχι όμως και στα $W^{\pm}, Z^{o}$ που πειραματικά έχει μετρηθεί η μάζα τους.

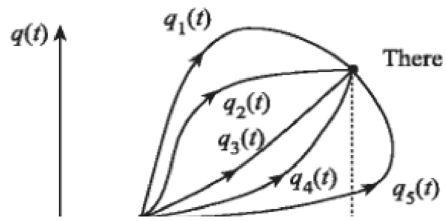
- Αν $\mu^2 > 0$ τότε το δυναμικό είναι παραβολικό με αποτέλεσμα κάτω από μικρές διαταραχές το πεδίο να ταλαντώνεται.

# Κεφάλαιο 4ο Συμμετρίες

## 4.1 Θεώρημα Noether – Συμμετρία

Το 1918 η Γερμανίδα Μαθηματικός μέσω 2 μαθηματικών θεωρημάτων θεμελίωσε μια από τις σημαντικότερες εκφράσεις λογικής συνεπαγωγής για τους φυσικούς νόμους. Μια έκφραση που σήμερα είναι γνωστή ως Θεώρημα Noether και που συνδέει τις βασικές αρχές διατήρησης που θεμελιώνουν το φυσικό οικοδόμημα , με τις συμμετρίες που εμφανίζονται στη φύση.

Το θεώρημα στηρίζεται στην αρχή της ελάχιστης δράσης, η οποία μπορεί να εξάγει τις Νευτώνειες, Χαμιλτονιανές και Λαγκραζιανές εξισώσεις, φτάνοντας και στις εξισώσεις της γενικής θεωρίας της σχετικότητας. Σύμφωνα με αυτή την αρχή , η διαδρομή που επιλέγει να ακολουθήσει ένα σύστημα είναι αυτή όπου η δράση ελαχιστοποιείται . Η δράση $\boldsymbol{S}$ είναι το ολοκλήρωμα της Λαγκραζιανής συνάρτησης με άκρα τις χρονικές στιγμές $t_1$ και $t_2$ όπου το σύστημα βρίσκεται στις δύο καταστάσεις



*Εικόνα 7:Πιθανές τροχιές σωματιδίου ανάμεσα σε δυο χρονικές στιγμές .Από όλες τις πιθανές τροχιές η αρχή της ελαχίστης εξάγει την πραγματική.*

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(x, \dot{x}, t)dt$$

Όπου $x$ η θέση και $\dot{x}(t)$ η ταχύτητα του

Η δράση γίνεται ελάχιστη όταν ικανοποιείται η εξίσωση Euler -Lagrange

$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)}{dt} = 0$ και η λύση αυτής της εξίσωσης είναι η πραγματική τροχιά που θα διαγράψει το σύστημα σε κλασσικό επίπεδο.

Το θεώρημα Noether περιγράφεται με την εξής πρόταση:

« Για κάθε συνεχή συμμετρία ενός φυσικού συστήματος αντιστοιχεί ένας νόμος διατήρησης και το αντίστροφα κάθε νόμος διατήρησης αποκαλύπτει την ύπαρξη κάποιας συμμετρίας »

## <u>4.2 Συμμετρίες</u>

"Συμμετρία είναι η ιδιότητα ενός αντικειμένου ή συστήματος, να παραμένει αναλλοίωτο μετά από ένα σύνολο αλλαγών – μετασχηματισμών "

Τις συμμετρίες που συναντάμε στη φύση, μπορούμε να τις κατατάξουμε σε δύο κατηγορίες που από μαθηματική άποψη αποτελούν τελείως διαφορετικά είδη συμμετριών : τις διακριτές και τις συνεχείς.

**Α. Διακριτές συμμετρίες**

Α.1 **<u>ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗΣ:</u>** είναι η δυνατότητα αντιμετάθεσης δύο σωματιδίων της ίδιας οικογένειας και το σύστημα να παραμείνει αναλλοίωτο.

Εύκολα καταλαβαίνουμε πως φύση δεν ξεχωρίζει τα διαφορετικά σωματίδια του ίδιου είδους. Θα μπορούσαν συνεπώς, δυο ηλεκτρόνια ή δυο πρωτόνια ή δυο νετρόνια να αντιμετατεθούν και το σύστημα και οι νόμοι της φύσης που τα περιλαμβάνει να μείνουν αναλλοίωτα.

Σε κβαντικό επίπεδο αυτό μεταφράζεται λέγοντας ότι η κυματοσυνάρτηση του συστήματος μετά την ανταλλαγή, πρέπει να μη διακρίνεται από την αρχική, δηλαδή:

$$\boldsymbol{\Psi(x_2, x_2, x_3, t) = \pm\Psi(x_2, x_2, x_3, t)}$$

Η εναλλαγή των πρόσημων $\pm$, οφείλεται στο ότι η πιθανότητα εύρεσης του κάθε σωματιδίου εκφράζεται μέσω του τετράγωνου της απόλυτης τιμής της κυματοσυνάρτηση $\boldsymbol{\Psi}$ . Τα πρόσημα όμως έχουν μια βαθύτερη σημασία. Το + πηγαίνει με την κατηγορία των σωματιδίων που ονομάζονται Μποζόνια και σ' αυτά ανήκουν όσα χαρακτηρίζονται από ακέραιο σπιν (0,1,2,…), όπως τα φωτόνια, ενώ το – πηγαίνει με την κατηγορία των σωματιδίων που ονομάζονται Φερμίονια, και σ' αυτά ανήκουν όσα χαρακτηρίζονται από ημιακέραιο σπιν, (1/2, 3/2.5/2, …), όπως τα ηλεκτρόνια. Η βασική διαφορά ανάμεσα στις δύο αυτές κατηγορίες σωματιδίων είναι ότι δυο ή περισσότερα μποζόνια μπορούν να βρίσκονται στο ίδιο σημείο του χώρου την ίδια χρονική στιγμή, δηλαδή για τα μποζόνια ισχύει:

**(α) $\Psi(x_2=x, x_1=x, t) \neq 0$ Για ΜΠΟΖΟΝΙΑ**

Επομένως τα μποζόνια μπορούν να συμπυκνώνονται σε σύμφωνες καταστάσεις. Αυτές οι συμπυκνώσεις μποζονίων που ονομάζονται **Συμπυκνώσεις Μπόζε-Αϊνστάιν**, εμφανίζονται σε πολλές περιπτώσεις στη φύση και αποτελούν ένα από τα πολλά θαυμαστά της κβαντομηχανικής. *τα πούλια στο τάβλι συμπεριφέρονται σαν μποζόνια!!!* Αντίθετα για τα φερμιόνια ισχύει:

**(β) $\Psi(x_2=x, x_1=x, t) = 0$ Για ΦΕΡΜΙΟΝΙΑ** τα πούλια στο σκάκι συμπεριφέρονται σαν φερμιόνια!!! δεν είναι δυνατόν, δύο ίδια φερμιόνια (δηλαδή με το ίδιο σπιν) να βρίσκονται στο ίδιο σημείο του χώρου, ή αλλιώς δυο όμοια φερμιόνια δεν μπορούν να καταλαμβάνουν την ίδια κβαντική κατάσταση. Αυτό δεν είναι τίποτε άλλο απ' αυτό που ξέρουμε **ως απαγορευτική αρχή του Pauli.** αποδεικνύεται ότι δεν είναι τίποτα περισσότερο από την συμπεριφορά που επιβάλλεται στα φερμιόνια λόγω βασικών συμμετριών του φυσικού κόσμου.

**Α.2 ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ (P):** Στην περίπτωση που για κάθε σημείο αριστερά του αντικειμένου υπάρχει ένα αντίστοιχο (πανομοιότυπο) στα δεξιά του ειδώλου και αντιστρόφως, το αντικείμενο ,είναι συμμετρικό κάτω από αυτόν το μετασχηματισμό . Ενώ όλα έδειχναν ότι το αναλλοίωτο στον κατοπτρισμό αποτελεί παγκόσμιο νόμο, το 1957, οι T.D.Lee και C.N.Yang βρήκαν ότι δεν ισχύει σε διαδικασίες που περιλαμβάνουν την ασθενή αλληλεπίδραση, όπως η ραδιενέργεια. Αυτό απετέλεσε μία νέα επαναστατική ιδέα, "ότι δηλαδή **οι δυνάμεις και τα φαινόμενα στη φύση μπορεί να διαθέτουν διαφορετικά επίπεδα συμμετρίας"**

**Α.3 ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ (T):** Η συμμετρία αυτή εξετάζει την επίδραση της αντιστροφής της φοράς της ροής του χρόνου στους νόμους της φυσική. Οι νόμοι δεν κάνουν διάκριση ούτε στο παρελθόν ούτε στο μέλλον και ο χρόνος μπορεί να ρέει αδιάκριτα προς οποιαδήποτε κατεύθυνση

**Α.4. Η ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ(C):** Το αναλλοίωτο αυτής της συμμετρίας σημαίνει ένα σύστημα διατηρεί τις φυσικές του ιδιότητες την περίπτωση αντιστροφής των φορτίων των σωματιδίων που μετέχουν σε αυτά. Αν, π.χ. είχαμε ένα άτομο υδρογόνου, μετά την εκτέλεση της αντιστροφής του φορτίου, θα είχαμε ένα αρνητικά φορτισμένο πυρήνα και ένα θετικά φορτισμένο περιφερόμενο ηλεκτρόνιο. *Το αναλλοίωτο σ' αυτή τη περίπτωση θα σήμαινε, ότι και τα δυο συστήματα έχουν τις ίδιες φυσικές ιδιότητες.*

**Β. Συνεχής συμμετρία**

**Β.1 <u>Περιστροφή</u>**

Σε αυτή την περίπτωση οι εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημα παραμένουν αναλλοίωτες ( διατηρούνται) όταν στο σύστημα προκληθεί ο μετασχηματισμός-πράξη της περιστροφής.

Για παράδειγμα μια σφαίρα (ή σφαιρικό σύστημα) μπορεί να περιστραφεί περί οποιονδήποτε άξονα διέρχεται από το κέντρο του. Μετά από αυτή την περιστροφή η εικόνα της σφαίρας και κάθε μαθηματική περιγραφή που την περιγράφει είναι ίδια και λέμε πως η σφαίρα παραμένει «αναλλοίωτη» στο μετασχηματισμό περιστροφής. Επειδή η περιστροφή μπορεί να εκτελεστεί για οποιαδήποτε γωνία η συμμετρία ονομάζεται συνεχής

Ο νόμος διατήρησης που αντιστοιχεί στη στροφική συμμετρία , σύμφωνα με το θεώρημα της Neother, είναι η: Αρχή διατήρησης της στροφορμής.

**Β.2 <u>ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ ΣΤΟ ΧΩΡΟ</u>**: Οι εξισώσεις του συστήματος και οι φυσικοί νόμοι να διατηρούνται κατά την μετατόπιση του συστήματος στο χώρο.

Πχ έστω ότι έχουμε χάρακα, μήκους ενός μέτρου. Κατά την μετακίνηση του στον χώρο οι ιδιότητες του δεν αλλάζουν Αυτό είναι συμμετρία, η διατήρηση των νόμων στις μεταθέσεις του συστήματος στο χώρο.

Σύμφωνα με το θεώρημα της Neother, η μεταφορική συμμετρία είναι έκφραση της αρχής διατήρησης της ορμής

**Β.3 <u>ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ :</u>**. Οι νόμοι της φυσικής διατηρούνται ακόμα και στο χρόνο. **<u>Βάσει του θεωρήματος της Noether, αυτή η συμμετρία εκφράζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας</u>**.

Συνεπώς οι νόμοι της φυσικής, και συνεπώς όλες οι εξισώσεις που τους περιγράφουν, είναι αναλλοίωτες στις μεταφορές τόσο στο χώρο, όσο και στο χρόνο.

**Β.4 <u>ΤΟΠΙΚΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΒΑΘΜΙΔΑΣ :</u>** Η μιγαδική κυματοσυνάρτηση $\Psi(\vec{r},t)$ είναι αυτή που περιγράφει τα σωματίδια , με το τετράγωνο της απόλυτης τιμής της$|\Psi(\vec{r},t)|^2$ να εκφράζει την πιθανότητα εκφράζει την πιθανότητα να βρεθεί το σωμάτιο σε μια θέση $\vec{r}$ μια χρονική στιγμή t

Αν η κυματοσυνάρτηση που περιγράφει ένα σωματίδιο μετασχηματιστεί:

$$\Psi(\vec{r},t) \;\; \rightarrow \Psi'(\vec{r},t) = e^{i\theta}\Psi(\vec{r},t)$$

Η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στη θέση $\vec{r}$ μετά από αυτό το μετασχηματισμό διατηρείται

$$|\Psi'(\vec{r},t)|^2 = \left|e^{i\theta}\Psi(\vec{r},t)\right|^2 = |\Psi(\vec{r},t)|^2$$

Το παραπάνω παράδειγμα είναι ένας συνεχής μετασχηματισμός συμμετρίας και σύμφωνα με το θεώρημα της Noether εκφράζει και αυτή με τη σειρά της Αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.

Τοπικοί μετασχηματισμοί βαθμίδας είναι οι μετασχηματισμοί που η ποσότητα α δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από τη θέση r του σωματίου $\alpha(r)$ όπου το r είναι το τετραδιάνυσμα $r^{\mu}$

Συμπερασματικά, η τοπική μεταβολή της φάσης, δημιουργεί διαφορές φάσης. Η εξαφάνιση των διαφορών αυτών γίνεται με την εισαγωγή ενός νέου πεδίου, του φωτονικού πεδίου **Αμ**. Το πεδίο βαθμίδας που προκύπτει είναι άμαζο, κάτι που αντιστοιχεί με τα πειραματικά δεδομένα αφού η μάζα του φωτονίου είναι μμηδενική . Τελικά, επιβάλλοντας το αναλλοίωτο της Λαγκραζιανής ελεύθερου φερμιονίου στην περίπτωση τοπικών , μετασχηματισμών οδηγηθήκαμε στη θεωρία πεδίου αλληλεπιδράσεων της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής.

## 4.3 Σπάσιμο συμμετρίας

Η απουσία της συμμετρίας εκεί που θα την περίμενε κανείς, ονομάζεται σπάσιμο συμμετρίας. Στην περίπτωση που οι καταστάσεις ενώ είναι εσωτερικά συμμετρικές οδηγούν σε μη συμμετρικό αποτέλεσμα έχουμε αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας.

Πχ. Για παράδειγμα, όταν στρίψουμε ένα νόμισμα πετώντας το στον αέρα, αυτό έχει ίσες πιθανότητες να έρθει κορώνα ή γράμματα, καθώς στριφογυρίζει στον αέρα. Μ' άλλα λόγια, όσο διάστημα το νόμισμα βρίσκεται στον αέρα, έχει ίσες πιθανότητες να έρθει κορώνα, ή, γράμματα . Εν τούτοις, μόλις το νόμισμα πέσει, η συμμετρία σπάει.

Με μεγαλύτερη ακρίβεια σπάσιμο συμμετρίας εννοούμε το φαινόμενο στο οποίο μικρές διακυμάνσεις επιδρούν στο σύστημα μετατρέποντας το σε μη συμμετρικό

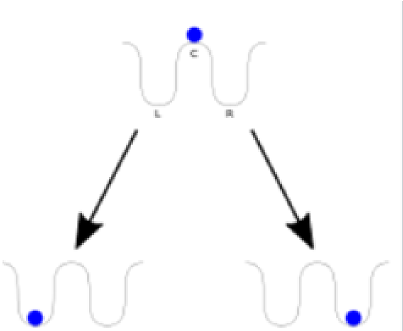
Σήμερα οι φυσικοί αναζητούν με οδηγό τις συμμετρίες της φύσης την υποδομή των υποατομικών σωματιδίων σε μία κλίμακα τόσο μικρότερη σε σχέση με το άτομο, όσο το άτομο είναι μικρότερο σε σχέση με τον άνθρωπο. Το 1957 επιβεβαιώθηκε πειραματικά , ότι και αυτή η κατοπτρική συμμετρία παραβιάζεται στα φαινόμενα των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Συνέχεια στο σπάσιμο συμμετριών από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις δόθηκε το 1964 που διαπιστώθηκε πως αυτές οι αλληλεπιδράσεις παραβιάζουν και τη συμμετρία αντιστροφής φορτίου. Η βαθύτερη αιτία αυτής της παραβίασης της συμμετρίας βρίσκεται *στην αιχμή της φυσικής* έρευνας τα τελευταία 30 χρόνια.

Η απουσία μιας συμμετρίας από μια θεμελιώδη εξίσωση ενός συστήματος ( συνήθως της Χαμιλτονιανής και της Λαγκραζιανής) αναφέρεται ως ακριβής ρήξη της συγκεκριμένης συμμετρίας (explicit symmetry breaking) και εκφράζει απλά το γεγονός ότι η αυτή η εξίσωση του συστήματος δεν διατηρεί μια συγκεκριμένη συμμετρία.

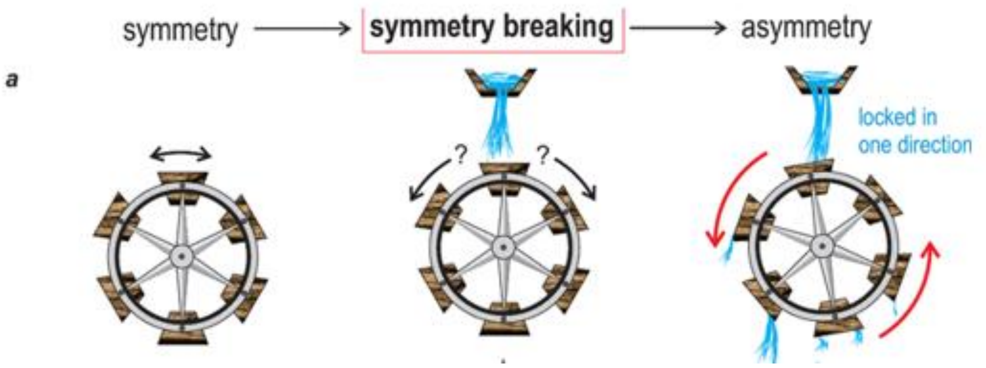
Υπάρχει όμως και ένα ξεχωριστό φαινόμενο, αυτό που ονομάζεται αυθόρμητη ρήξη συμμετρίας (spontaneous symmetry breaking) που εκφράζει το γεγονός ότι ενώ οι νόμοι ενός φαινομένου υπόκεινται σε μια συμμετρία, η κατάσταση ελάχιστης ενέργειας του συστήματος (ή που  με όρους κβαντικής θεωρίας πεδίου ονομάζεται κατάσταση   κενού) δεν τη διατηρεί. Δηλαδή όταν το σύστημα βρίσκεται σε μια κατάσταση κενού η συμμετρία δεν διατηρείται για μικρές διαταραχές γύρω από αυτήν την κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας ακόμα και αν η Λαγκραζιανή διατηρεί τη συμμετρία

Το δεύτερο αυτό φαινόμενο είναι θεμελιώδους σημασίας  στη σύγχρονη σωματιδιακή φυσική και αναλύεται σε μεγάλο βαθμό στη συνέχεια. Φαίνεται, λοιπόν, η ανάγκη της χρήσης ενός κατάλληλου μαθηματικού φορμαλισμού που να ταξινομήσει και να επιτρέψει την εφαρμογή των συμμετριών των εξισώσεων των σύγχρονων θεωριών. Αυτό επιτυγχάνεται από της μελέτη των μαθηματικών ομάδων από τη θεωρία ομάδων, και πιο συγκεκριμένα από τη μελέτη των ομάδων Lie.

Παράδειγμα : Ας υποθέσουμε ένα σύστημα από διαδοχικούς συμμετρικούς λόφους στο οποίο εμφανίζεται συμμετρία ως προς τον κατακόρυφο άξονα και μια μπάλα στην κορυφή ενός λόφου. Όταν η μπάλα βρίσκεται στην κορυφή λόφου τότε υπάρχει συμμετρία στο σύστημα. Αν όμως η μπάλα λόγω ενός "ατυχήματος"- διαταραχής  κατρακυλήσει στην βάση του λόφου ( η μπάλα βρίσκεται σε κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας) τότε η συμμετρία του συστήματος καταστρέφεται  και το σύστημα δεν εμφανίζει πια συμμετρία ως προς τον κατακόρυφο άξονα

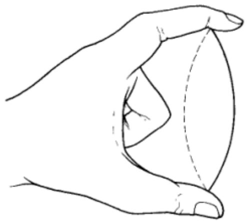


*Εικόνα 8 Μια μπάλα στην κορυφή ενός λόφου ( μια μικρή εκτροπή της μπάλας θα την μετατοπίσει σε άλλο σημείο και η μπάλα δε θα παρατηρεί συμμετρικό σύστημα Symmetry breaking - Wikipedia*



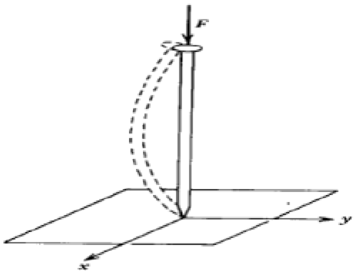

*Εικόνα 9: Άλλο ένα παράδειγμα σπάσιμου συμμετρίας. Όταν το νερό πέσει στο πάνω καλάθι ο τροχός θα περιστραφεί είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά και η συμμετρία του συστήματος θα σπάσει.*

**Αυθόρμητο σπάσιμο διακριτής συμμετρίας.**



Σε κλασσικό επίπεδο : σπάσιμο διακριτής συμμετρίας έχουμε όταν πιέζουμε έναν χάρακα στα άκρα του . Τότε ο χάρακας εξαιτίας αυτής της συνθλιπτικής δύναμης λυγίζει είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά . Η κατάσταση που θα επιλεγεί δεν έχει κανένα ρόλο αφού και οι δύο είναι καταστάσεις χαμηλότερης ενέργειας. Η αρχική συμμετρία του συστήματος σπάει στη νέα κατάσταση ελάχιστης ενέργειας

Αυθόρμητο **σπάσιμο εκτεταμένης συμμετρίας βαθμίδας**




Σε κλασσικό επίπεδο : σπάσιμο εκτεταμένης συμμετρίας έχουμε στην περίπτωση που ένα καρφί δέχεται συνθλιπτική δύναμη. Η βελόνα λυγίζει – μεταβαίνει σε κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας - σε τυχαία διεύθυνση που είναι αδύνατο να προβλέψουμε . Μπορούμε όμως να στρέψουμε τη βελόνα γύρω από τον κατακόρυφο άξονα χωρίς δαπάνη ενέργειας, για να μεταβούμε από τη μία ασύμμετρη λύση σε άλλη. Οφείλουμε να ερμηνεύσουμε το αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας και τη μετάβαση σε κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας ως μια μετατροπή φάσης του συστήματος που συνοδεύεται με έκλυση θερμότητας

Στην κβαντομηχανική:

Θα χρησιμοποιήσουμε πρότυπες μορφές δυναμικού που είναι όροι της Χαμιλτονιανής ή της Λαγκραζιανής κβαντικής θεωρίας πεδίου. Αρχικά θα μελετήσουμε μονοδιάστατο δυναμικό που όπως στην περίπτωση της ελαστικής ράβδου και της βελόνας, πρέπει να εμφανίζει διακριτή-συνεχή συμμετρία , να υπάρχει μια αρχικά ασταθής λύση και οι λύσεις μετά της αυθόρμητη ρήξη συμμετρίας να μπορούν να εναλλαχτούν ύστερα από έναν μετασχηματισμό συμμετρίας δυναμικού

Έστω ένα βαθμωτό πεδίο $\phi(x)$ με δυναμικό U που είναι συνάρτηση του πεδίου $\phi$ $(U(\varphi(x))$ . Χρησιμοποιούμε ένα κλασικό παράδειγμα που συνηθίζεται στην βιβλιογραφία

$$U(\phi) = \frac{\lambda}{4}\phi^4 + \frac{\mu^2}{2}\phi^2$$

Η περίπτωση αυτή αναφέρεται σε πεδίο μάζας $\mu^2$ ενώ ο όρος αλληλεπίδρασης είναι $\frac{\lambda}{4}\phi^4$

Η Λαγκραζιανή αλλά όλες οι λύσεις είναι αναλλοίωτες για μετασχηματισμό της μορφής

$\phi \to -\phi$

Αν όμως το δυναμικό είναι της μορφή : $U(\phi) = \frac{\lambda}{4}\phi^4 - \frac{\mu^2}{2}\phi^2$

Ελαχιστοποίηση του δυναμικού έχουμε όταν

$$\frac{\partial U(\phi)}{\partial \phi} = 0 \Longrightarrow \lambda\phi^3 - \mu^2\phi = 0 \Rightarrow \begin{array}{c} \phi = 0 \\ \phi = \pm\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} = \pm v \end{array}$$

Για μικρές διακυμάνσεις $\delta\phi(x)$ γύρω από την κατάσταση $\phi = 0$ δηλαδή $\phi = 0 + \delta\phi(x)$ η Λαγκραζιανή εμφανίζει συμμετρία για σε μετασχηματισμούς της μορφής $\phi' = -\phi$

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(\delta\phi(x)\big)\Big)^2 - \left(\frac{\lambda}{4}\big(\delta\phi(x)\big)^4 - \frac{\mu^2}{2}\big(\delta\phi(x)\big)^2\right)$$

Αφού για $\delta\phi(x) \rightarrow -\delta\phi(x)$

$$\mathcal{L}'_0 = \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(-\delta\phi(x)\big)\Big)^2 - \left(\frac{\lambda}{4}\big(-\delta\phi(x)\big)^4 - \frac{\mu^2}{2}\big(-\delta\phi(x)\big)^2\right) = \mathcal{L}_0$$

Έχουμε λοιπόν συμμετρία ως προς τον άξονα του δυναμικού

Όμως για μικρές διακυμάνσεις στην περιοχή του ελαχίστου δηλαδή για $\phi = +v$

$$\phi = v + \delta\phi(x)$$

Η Λαγκραζιανή γίνεται

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = T - V &= \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(v + \delta\phi(x)\big)\Big)^2 - \left(\frac{\lambda}{4}\big(v + \delta\phi(x)\big)^4 - \frac{\mu^2}{2}\big(v + \delta\phi(x)\big)^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(\delta\phi(x)\big)\Big)^2 - \left(\frac{\lambda}{4}\big(v + \delta\phi(x)\big)^4 - \frac{\mu^2}{2}\big(v + \delta\phi(x)\big)^2\right) \Rightarrow\end{aligned}$$

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(\delta\phi(x)\big)\Big)^2 - \frac{\lambda}{4}v^4 - \lambda v^3\delta\phi(x) - \frac{3\lambda}{2}v^2\big(\delta\phi(x)\big)^2 - \lambda v\delta\phi(x)^3 - \frac{\lambda}{4}\delta\phi(x)^4 + \frac{\lambda v^2}{2}\Big(v^2 + 2v\delta\phi(x) + \big(\delta\phi(x)\big)^2\Big) \Rightarrow$

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(\delta\phi(x)\big)\Big)^2 - \frac{\lambda}{4}v^4 - \lambda v^3\delta\phi(x) - \frac{3\lambda}{2}v^2\big(\delta\phi(x)\big)^2 - \lambda v\delta\phi(x)^3 - \frac{\lambda}{4}\delta\phi(x)^4 + \frac{\lambda v^4}{2} + \lambda v^3\delta\phi(x) + \frac{\lambda v^2}{2}\big(\delta\phi(x)\big)^2 \Rightarrow$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(\delta\phi(x)\big)\Big)^2 + \frac{\lambda}{4}v^4 - \lambda v^2\big(\delta\phi(x)\big)^2 - \lambda v\delta\phi(x)^3 - \frac{\lambda}{4}\delta\phi(x)^4$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(\delta\phi(x)\big)\Big)^2 - \lambda v^2\big(\delta\phi(x)\big)^2 - \lambda v\delta\phi(x)^3 - \frac{\lambda}{4}\delta\phi(x)^4 + \frac{\lambda}{4}v^4$$

Οι όροι που είναι σε άρτιες δυνάμεις , $\lambda v^2\big(\delta\phi(x)\big)^2$,…. παραμένουν αναλλοίωτοι σε μετασχηματισμούς της μορφής $\delta\phi(x) \rightarrow -\delta\phi(x)$

$\left(\frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(\delta\phi(x)\big)\Big)^2 = \frac{1}{2}\Big(\partial_\mu\big(-\delta\phi(x)\big)\Big)^2\right)$ , αλλά οι όροι με περιττές δυνάμεις δεν διατηρούνται $\lambda v\delta\phi(x)^3 \neq \lambda v(-\delta\phi(x))$

Οπότε συνολικά η Λαγκραζιανή πυκνότητα δεν μένει αναλλοίωτη στον παραπάνω μετασχηματισμό. Συμπεραίνουμε λοιπόν πως στην θεμελιώδη κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας έχουμε σπάσιμο συμμετρίας και η Λαγκραζιανή δεν διατηρείται

Τελικά ενώ για μικρές διακυμάνσεις $\delta\phi(x)$ γύρω από την περιοχή με $\phi$ =0 υπάρχει συμμετρία ως προς το 0 , στην περίπτωση διακυμάνσεων στην περιοχή κενού η συμμετρία ως προς το 0 καταστρέφεται.

## 4.5Αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας ενός βαθμωτού (πραγματικού και μιγαδικού ) πεδίου.

### A. Σπάσιμο συμμετρίας πραγματικού βαθμωτού πεδίου

Έχουμε ήδη αναφέρει πως η Λαγκραζιανή πυκνότητα ως η διαφορά της κινητικής ενέργειας συναρτήσει του πεδίου φ μείον τη δυναμική ενέργεια συναρτήσει του πεδίου φ $\mathcal{L} = T(\phi) - V(\phi)$,που περιγράφει ένα πραγματικό βαθμωτό πεδίο φ δίνεται από την εξίσωση

$\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu \phi\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4\right)$ με $\lambda > 0$ (1)

Υπενθυμίζουμε ότι το πρώτο μέρος αποτελείται από τέσσερις όρους

$\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2$ και αποκαλείται κινητική ενέργεια αφού εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής του πεδίου στον χώρο και τον χρόνο.

Ενώ ο δεύτερος όρος αναφέρεται στη δυναμική ενέργεια του πεδίου.

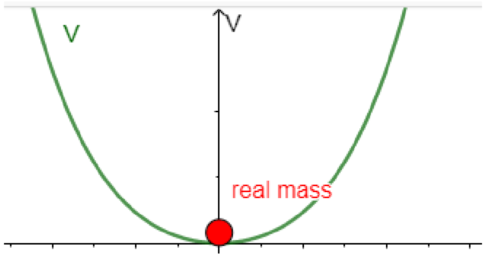
Παρατηρούμε ότι η Λαγκραζιανή πυκνότητα παραμένει σταθερή σε μετασχηματισμό της μορφής

$\phi \to \phi' = -\phi$ επειδή οι όροι υψώνονται σε άρτιες δυνάμεις

$$\mathcal{L}'(\phi') = \mathcal{L}(\phi)$$

Για την παραπάνω Λαγκραζιανή πυκνότητα διακρίνουμε δύο περιπτώσεις

A. $\frac{1}{2}\mu^2 > 0$ το δυναμικό σε αυτή την περίπτωση έχει παραβολικό σχήμα και η μάζα οποιαδήποτε διέγερσης είναι πραγματική και η συμμετρία διατηρείται αφού η Λαγκραζιανή πυκνότητα παραμένει αναλλοίωτη στον μετασχηματισμό $\phi \to \phi' = -\phi$ και όλες οι λύσεις επίσης παραμένουν αναλλοίωτες κάτω από αυτόν τον μετασχηματισμό

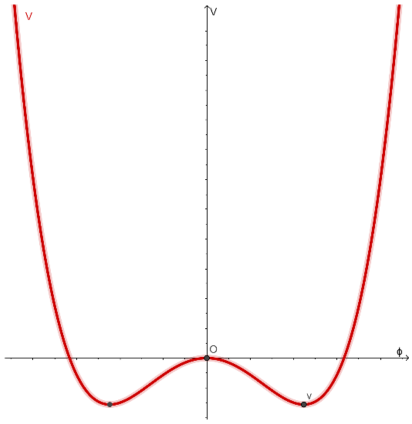



*Εικόνα 10:Γραφική παράσταση του δυναμικού συναρτήσει του πεδίουφ, στην περίπτωση* $\mu^2 > 0$

B. $\frac{1}{2}\mu^2 < 0$ που σημαίνει ότι η μάζα $\mu$ είναι φανταστική και η γραφική που περιγράφει το δυναμικό είναι αυτή του σχήματος

Το δυναμικό ελαχιστοποιείται όταν

$$\frac{\partial U(\phi)}{\partial \phi} = 0 \Longrightarrow \lambda\phi^3 + \mu^2\phi = 0 \Rightarrow \begin{matrix} \phi = 0 \\ \phi = \pm\sqrt{\dfrac{-\mu^2}{\lambda}} = \pm v \end{matrix}$$



*Εικόνα 11:Γραφική παράσταση του δυναμικού συναρτήσει του πεδίου φ , στην περίπτωση μ^2<0*

Στην περίπτωση όπου $\phi = 0$ το πεδίο δεν είναι σταθερό, αφού κάθε μικρή διαταραχή γύρω από το μηδενικό σημείο θα απομακρύνει το δυναμικό από αυτή την τιμή .Η ελαχιστοποίηση του δυναμικού βρίσκεται στα σημεία $\phi = \pm\sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} = \pm v$ που ονομάζονται θεμελιώδεις καταστάσεις ή καταστάσεις κενού ( vacuum expectation value).

Θα μελετήσουμε τώρα τι συμβαίνει στην περιοχή του ελαχίστου όπου $\phi = v$ παίρνοντας μικρές κβαντικές διαταραχές $\boldsymbol{\eta(x)}$ γύρω του, δηλαδή $\phi = v + \eta$ (3.7) Φυσικά, λόγω του ότι το αρχικό μας σύστημα διέπετε από τη διακριτή συμμετρία

$\phi \to \phi' = -\phi$, θα μπορούσαμε ισοδύναμα να πάρουμε τις διακυμάνσεις γύρω από το άλλο ελάχιστο, όπου $\phi = -v$, αφού ούτως ή άλλως το σύστημα θα καταλήξει είτε στη μία κατάσταση είτε στην άλλη.

Αντικαθιστώντας τώρα στην Λαγκραζιανή

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu(v+\eta\,)\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\mu^2(v+\eta\,)^2 + \frac{1}{4}\lambda(v+\eta\,)^4\right) \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu(\eta\,)\right)^2$$
$$- \left(\frac{1}{2}\mu^2 v^2 + \mu^2 v + \frac{1}{2}\mu^2\eta^2 + \frac{1}{4}\lambda(v^4 + 4v^3\eta + 6v^2\eta^2 + 4v\eta^3 + \eta^4)\right)$$

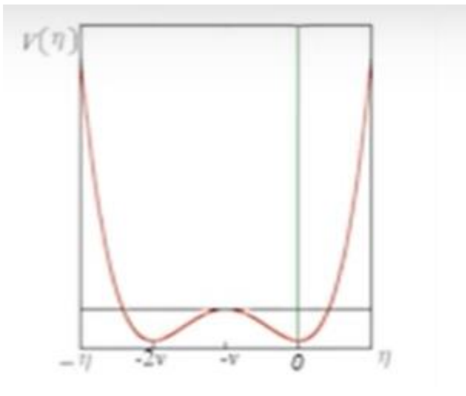
$$\xrightarrow{v=\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} \Rightarrow \mu^2 = -\lambda v^2}$$

$$\frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu(\eta\,)\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\lambda v^4 + \lambda v^3 + \frac{1}{2}\lambda v^2\eta^2 + \frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^3\eta + \frac{3}{2}\lambda v^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 + \frac{1}{4}\lambda\eta^4\right)$$

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu(\eta\,)\right)^2 - \lambda v^2\eta^2 \text{-} \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \frac{1}{2}\lambda v^4 - \lambda v^3$$

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu(\eta\,)\right)^2 - \lambda v^2\eta^2 \quad - \quad \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 +$$
*σταθεροί όροι (2)*

Η εξίσωση (2) εκφράζει τη Λαγκραζιανή πυκνότητα ενός νέου πεδίου $\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{x})$. Οι όροι $\frac{1}{4}\lambda\eta^4$ και $\lambda v\eta^3$εκφράζουν την αλληλεπίδραση του νέου πεδίου με τον εαυτό του (self interractions), ενώ ο όρος $\lambda v^2\eta^2$ που περιέχει το τετράγωνο του πεδίου εκφράζει τον όρο μάζας του νέου πεδίου.

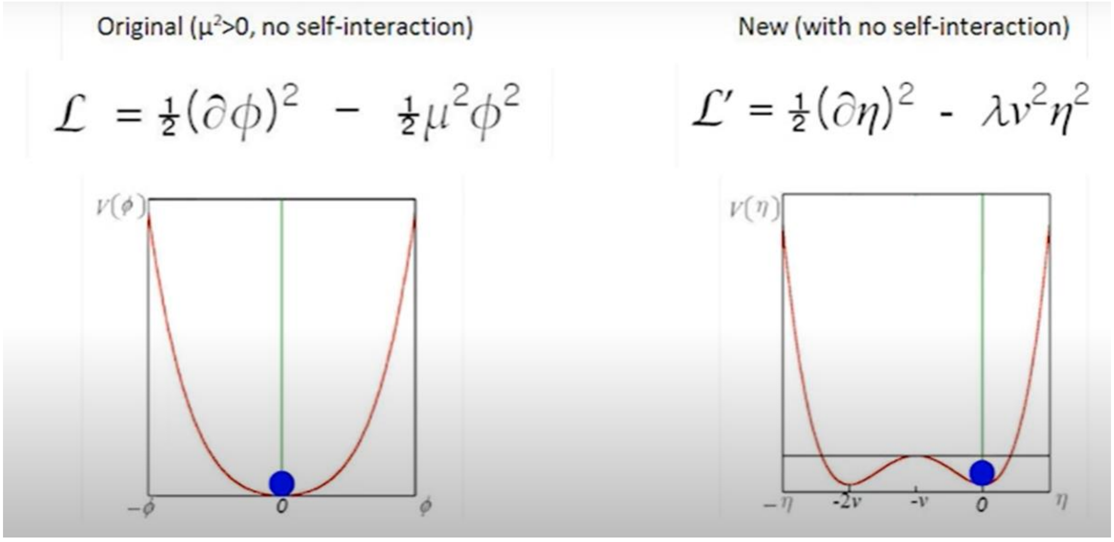


*Εικόνα 12: Γραφική παράσταση του "νέου" δυναμικού συναρτήσει του πεδίου $\eta(x)$*

Συγκρίνοντας τη Λαγκραζιανή $\mathcal{L}'$ του νέου πεδίου - αγνοώντας τους όρους αυτοαλληλεπίδρασης,3ες και 4ες δυνάμεις- με την αντίστοιχη για πραγματική μάζα $\left(\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2}\left(\vartheta_\mu\phi\right)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2\right)$, καταλαβαίνουμε πως η μάζα του νέου πεδίου

$$m_{Higgs}^2 = 2\lambda v^2 \Rightarrow m_{Higgs} = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} = \mu\sqrt{2}$$

Με αυτή τη διαδικασία καταφέραμε να λύσουμε το πρόβλημα της φανταστικής μάζας της εξίσωσης (1) στην περίπτωση όπου $\mu^2 < 0$.




*Εικόνα 13:Όπως και στην περίπτωση του πεδίου φ οι διακυμάνσεις αντιστοιχούν σε πραγματική μάζα , έτσι και στο πεδίο η , διακυμάνσεις του πεδίου στην περιοχή ελαχίστου αντιστοιχούν σε πραγματική μάζα.*

Παρατηρούμε όμως πως για τη νέα Λαγκραζιανή $\mathcal{L}'$ (2) δεν ισχύει η συμμετρία αντιστροφής του χώρου $\phi \rightarrow \phi' = -\phi$ εξαιτίας του κυβικού όρου, σε αντίθεση με την Λαγκραζιανή της (1) που παραμένει αναλλοίωτη στον παραπάνω μετασχηματισμό. Παρόλα αυτά είναι ισοδύναμες αφού περιγράφουν την ίδια φυσική. Η φύση έχοντας σπάσει τη συμμετρία της προκειμένου το δυναμικό να βρεθεί στην κατάσταση κενού (χαμηλότερης ενέργειας) με αποτέλεσμα οι διεγέρσεις γύρω από το νέο δυναμικό δημιουργούν ένα σωματίδιο με πραγματική μάζα $\sqrt{2}$ φορές μεγαλύτερη από την αναμενόμενη μάζα μ.

Δεν υπάρχει διαφορά αν η ελαχιστοποίηση του δυναμικού γίνει στην τιμή $\phi = -\nu$. Όπως ακριβώς με την περίπτωση που ένα μολύβι τοποθετημένο κατακόρυφα ισορροπώντας στην μύτη μπορεί να πέσει είτε από τη μία πλευρά είτε από την άλλη αφού οι δύο καταστάσεις είναι ισοδύναμες καταστάσεις χαμηλότερης ενέργειας.

**Β. Μιγαδικό βαθμωτό πεδίο**

Αν τώρα το βαθμωτό πεδίο $\phi$ δεν είναι ένας πραγματικός αριθμός αλλά ένας μιγαδικός της μορφής $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ που μέσω πολικών συντεταγμένων μπορεί να γίνει

$$\phi = \rho e^{i\omega} \text{ και } \phi^* = \rho e^{-i\omega}$$

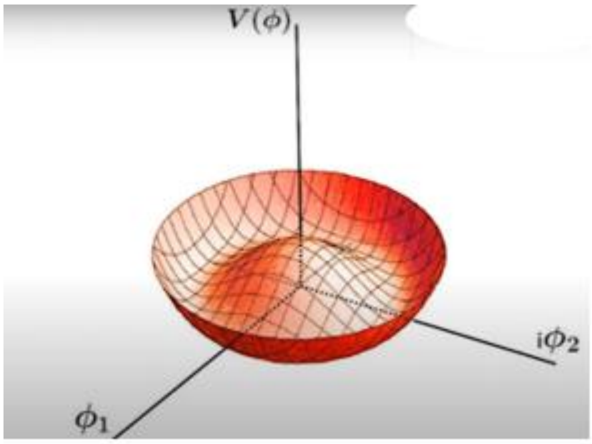
με $\rho^2 = \phi_1^2 + \phi_2^2$ και ω η γωνία για την οποία $cos\omega = \frac{\phi_1}{\rho}$, $sin\omega = \frac{\phi_2}{\rho}$

Όπως και στο πραγματικό πεδίο μελετάμε την περίπτωση όπου $\lambda > 0$ και $\mu^2 < 0$

Το δυναμικό σε αυτή την περίπτωση είναι

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^*\phi + \frac{1}{4}\lambda(\phi^*\phi)^2$$

και οι τιμές του $\phi$ βρίσκονται τώρα σε επιφάνεια με αποτέλεσμα η γραφική παράσταση να έχει τη μορφή του διπλανού σχήματος που αποκαλείται «somprero» ή μεξικάνικο καπέλο.




*Εικόνα 14:Απεικόνηση του μιγαδικού δυναμικού (V($\phi$) Μεξικάνικο Σομπρέρο*

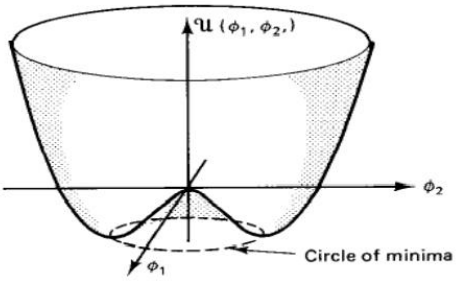
Η ελαχιστοποίηση του δυναμικού γίνεται όταν

$$\frac{\partial U(\phi)}{\partial \phi} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial}{\partial \phi}\left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^*\phi + \frac{1}{4}\lambda(\phi^*\phi)^2\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\mu^2\phi^* + \frac{1}{2}\lambda\phi^*\phi\phi^*$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\phi^*(\mu^2 + \lambda\phi^*\phi) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \phi^* = 0 \\ \mu^2 = -\lambda\phi^*\phi \Rightarrow \phi^2 = -\dfrac{\mu^2}{\lambda} = \nu^2 \end{cases}$$

Και ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που αποτελούν την κατάσταση ελάχιστης ενέργειας κατάσταση κενού είναι ένα κύκλος ακτίνας $\rho = \nu = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$ που βρίσκεται στο επίπεδο των $\phi_1, \phi_2$




Ισχύει $\rho^2 = \phi^2 = \phi_1^2 + \phi_2^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$ (5)

Η Λαγκραζιανή πυκνότητα του βαθμωτού πεδίου Higgs είναι

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial_\mu\phi)^* - \left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^*\phi + \frac{1}{4}\lambda(\phi^*\phi)^2\right)$ (4)

Και μέσω των πολικών συντεταγμένων γίνεται

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\rho e^{i\omega}\right)^*\left(\partial_\mu\rho e^{i\omega}\right) - \left(\frac{1}{2}\mu^2\rho e^{-i\omega}\rho e^{i\omega} + \frac{1}{4}\lambda\left(\rho e^{-i\omega}\rho e^{i\omega}\right)^2\right) \Rightarrow$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(e^{-i\omega}\partial_\mu\rho - i\rho e^{-i\omega}\partial_\mu\omega\right)\left(e^{i\omega}\partial_\mu\rho + i\rho e^{i\omega}\partial_\mu\omega\right) - \left(\frac{1}{2}\mu^2\rho^2 + \frac{1}{4}\lambda\rho^4\right) \Rightarrow$$

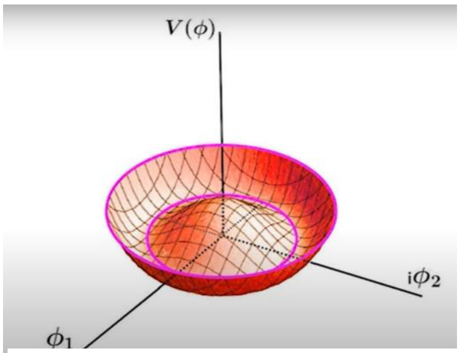
$$\mathcal{L}=\frac{1}{2}\left(\partial_{\mu}\rho\right)^{2}+\rho^{2}\left(\partial_{\mu}\omega\right)^{2}\text{-}\left(\frac{1}{2}\mu^{2}\rho^{2}+\frac{1}{4}\lambda\rho^{4}\right)\xRightarrow{\nu=\sqrt{\frac{-\mu^{2}}{\lambda}}\Rightarrow\mu^{2}=-\nu^{2}\lambda}$$

$$\mathcal{L}=\frac{1}{2}\left(\partial_{\mu}\rho\right)^{2}+\frac{1}{2}\rho^{2}\left(\partial_{\mu}\omega\right)^{2}+\frac{1}{2}\nu^{2}\lambda\rho^{2}-\frac{1}{4}\lambda\rho^{4}\Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mathcal{L}=\frac{1}{2}\left(\partial_{\mu}\rho\right)^{2}+\frac{1}{2}\nu^{2}\lambda\rho^{2}+\frac{1}{2}\rho^{2}\left(\partial_{\mu}\omega\right)^{2}-\frac{1}{4}\lambda\rho^{4}}$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει τη Λαγκραζιανή πυκνότητα πριν σπάσει η συμμετρία δηλαδή όταν βρισκόμαστε στην κορυφή του «καπέλου». Ο όρος $\left(\partial_{\mu}\rho\right)^{2}$εκφράζει την κίνηση της ακτίνας. Ο όρος που περιέχει το τετράγωνο του πεδίου ($\frac{1}{2}\nu^{2}\lambda\rho^{2}$ )δείχνει πως το σωματίδιο που αντιστοιχεί σε αυτή τη διαταραχή έχει φανταστική μάζα και αυτό δείχνει την αστάθεια του πεδίου στην κορυφή. Ο όρος $\left(\partial_{\mu}\omega\right)^{2}$σχετίζεται με την κυκλική κίνηση και δεν περιέχει όρο μάζας αφού στην εξίσωση δεν υπάρχει όρος που να έχει την ποσότητα $\omega^{2}$ και η απουσία του εκφράζει το άμαζο μποζόνιο Goldstone. Τέλος ο όρος που περιέχει την τέταρτη δύναμη εκφράζει τις αλληλεπιδράσεις του πεδίου με τον εαυτό του.

Παρατηρούμε πως καθώς κινούμαστε στον κύκλο ακτίνας ρ της μιγαδικής επιφάνειας, οι τιμές των $\phi_1, \phi_2$ μεταβάλλονται , αλλά το δυναμικό είναι σταθερό για κάθε σημείο του κύκλου ακτίνας ρ. Καθώς η συμμετρία του δυναμικού ως προς την περιστροφή είναι προφανής, συνάγεται πως και η Λαγκραζιανή πυκνότητα πρέπει να παραμένει αναλλοίωτη ως προς τον ίδιο μετασχηματισμό.



*Εικόνα 15:Το δυναμικό στον κύκλο ακτίνας ρ της μιγαδικής στην κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας του «Σομπρέρο» παριστάνεται με τον μωβ κύκλο*

Σε μαθηματική γλώσσα : Ο μετασχηματισμός είναι της μορφής $\phi \to \phi' = \phi e^{ia}$ με την ποσότητα $a$ να εκφράζει την γωνία περιστροφής ( για α=π έχουμε εκτελέσει μισή περιστροφή , για α=2π πλήρη περιστροφή κ.ο.κ.)

$$\phi'^{*} = \phi e^{-ia}$$

$$V(\phi') = \frac{1}{2}\mu^2\phi'^*\phi' + \frac{1}{4}\lambda(\phi'^*\phi')^2 = \frac{1}{2}\mu^2\phi e^{-ia}\,\phi e^{ia} + \frac{1}{4}\lambda\left(\phi e^{-ia}\,\phi e^{ia}\right)^2$$
$$= \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4 = V(\phi)$$

Για τα σημεία του κύκλου ακτίνας $\rho$

Για τη Λαγκραζιανή πυκνότητα

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\varphi'\right)^2 - \left(\frac{\lambda}{4}(\varphi')^4 - \frac{\mu^2}{2}(\varphi')^2\right) = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(-\varphi)\right)^2 - \left(\frac{\lambda}{4}(-\varphi)^4 - \frac{\mu^2}{2}(-\varphi)^2\right)$$

**Γ. Σπάσιμο συμμετρίας βαθμωτού μιγαδικού πεδίου - Θεώρημα Goldstone**

Είναι το κλειδί για να καταλάβουμε πως τα $W^{\pm}$ και $Z^0$ μποζόνια αποκτούν μάζα. Αρχικά όμως , πρέπει να μελετήσουμε τη Λαγκραζιανή στην κατάσταση κενού που προκύπτει από το σπάσιμο συμμετρίας.

Στο απλό πραγματικό βαθμωτό πεδίο εκφράσαμε το δυναμικό $V(\phi)$ συναρτήσει του πεδίου $\eta(x)$ $(V(\eta(x))$, ακριβώς την ίδια μέθοδο θα ακολουθήσουμε και εδώ θα εκφράσουμε το δυναμικό συναρτήσει του μιγαδικού πεδίου $\eta$

Έστω δύο τιμές των $\phi_1, \phi_2$ που ικανοποιούν την εξίσωση (4) :

$\phi_1 = \nu = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$ *και* $\phi_2 = 0.$

Για μικρή διακύμανση γύρω από την κατάσταση κενού (στην κοιλάδα του πεδίου)

$$\rho \to \rho' = v + \eta$$

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\rho'\right)^2 + \frac{1}{2}v^2\lambda\rho'^2 + \frac{1}{2}\rho'^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2 - \frac{1}{4}\lambda\rho'^4 \Rightarrow$$

- Για τον όρο : $\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\rho'\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(v+\eta)\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(\eta)\right)^2$ αφού το $v$ είναι σταθερό
- Για τον όρο : $\frac{1}{2}\rho'^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2 = \frac{1}{2}v^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2$ *αφού η τιμή του $\rho'$ μεταβάλλεται κατά πολύ μικρές τιμές γύρω από την τιμή $v$ και μπορούμε να τη θεωρήσουμε ως έναν πολλαπλασιαστικό όρο.*

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(\eta)\right)^2 + \frac{1}{2}v^2\lambda(v+\eta)^2 + \frac{1}{2}v^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2 - \frac{1}{4}\lambda(v+\eta)^4 \Rightarrow$$

$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(\eta)\right)^2 + \frac{1}{2}v^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2 + \frac{1}{2}v^4\lambda + \lambda v^3\eta + \frac{1}{2}v^2\lambda\eta^2 - \frac{1}{4}\lambda(v^4 + 4v^3\eta + 6v^2\eta^2 + 4v\eta^3 + \eta^4)$

$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(\eta)\right)^2 + \frac{1}{2}v^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2 + \frac{1}{2}\lambda v^4 + \lambda v^3\eta + \frac{1}{2}\lambda v^2\eta^2 - \frac{1}{4}\lambda v^4 - \lambda v^3\eta - \frac{3}{2}\lambda v^2\eta^2 - \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4$

$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(\eta)\right)^2 + \frac{1}{2}v^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2 + \frac{1}{2}\lambda v^4 - \lambda v^2\eta^2 - \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 \Rightarrow$

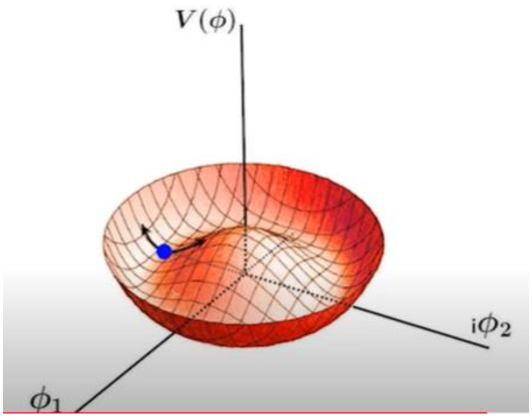
$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(\eta)\right)^2 - \lambda v^2\eta^2 + \frac{1}{2}v^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2 - \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \frac{1}{2}\lambda v^4$

Οι τελευταίοι όροι της τρίτης και $4^{ης}$ δύναμης του πεδίου $\eta$ εκφράζουν την αλληλεπίδραση του πεδίου με τον εαυτό του.Αν αγνοήσουμε τους όρους αλληλεπίδρασης του πεδίου με τον εαυτό του , η νέα Λαγκραζιανή

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(\eta)\right)^2 - \lambda v^2\eta^2 + \frac{1}{2}v^2\left(\partial_\mu\omega\right)^2$$

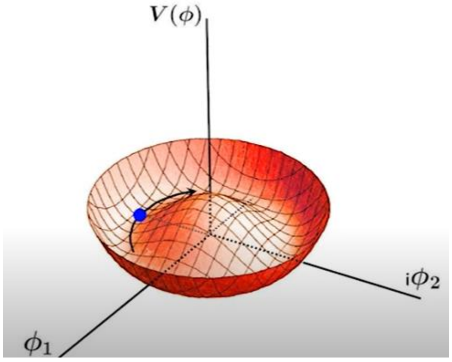
εκφράζεται τώρα συναρτήσει του πεδίου Higgs $\eta$ και του πεδίου $\omega$ .

Η διαταραχή του πεδίου Higgs αντιπροσωπεύει την ακτινική ταλάντωση εκπέμπει σωματίδιο (μποζόνιο )πραγματικής μάζας $m_{Higgs} = \sqrt{2\lambda v^2}$. Στις ακτινικές λοιπόν διακυμάνσεις , καθώς το δυναμικό αυξομειώνεται, οι δονήσεις διεγείρουν και το διπλανό σημείο του χώρου ,το οποίο έχει το αντίστοιχο δυναμικό με μορφή μεξικάνικου καπέλου, ξεκινώντας και αυτό να ταλαντώνεται με αντίστοιχο τρόπο. Η νέα διαταραχή διαδίδεται και στο επόμενο σημείο του χώρου, με αποτέλεσμα η διάδοση ενός κβαντικού κύματος – ενός πραγματικού σωματιδίου- του σωματιδίου Higgs που κινείται στον χώρο. Βρίσκοντας πειραματικά την μάζα του σωματιδίου Higgs υπολογίσαμε τη σταθερά σύζευξης λ.



*Εικόνα 16 Ακτινικές διαταραχές του δυναμικού: Στην εικόνα παριστάνονται μεταβολές του φανταστικού μέρους του πεδίο $\phi$ ($\phi_2$). Παρόλα αυτά η διαταραχή μπορεί να γίνει και στον άξονα του πραγματικού μέρους $\phi_1$ του μιγαδικού πεδίου αλλά και σε ένα τυχαίο σημείο όπου έχουμε διακυμάνσεις και του πραγματικού μέρους.*

Η διαταραχή του πεδίου $\omega$ που εκφράζει την γωνιακή περιστροφή στο μιγαδικό επίπεδο. Η τιμή του πεδίου $\phi$ μεταβάλλεται κυκλικά στην κοιλάδα του δυναμικού .Σε αυτή την περιστροφή η τιμή του $\phi$ μεταβάλλεται από πραγματική σε φανταστική και το αντίστροφο. Η ακτίνα σε αυτή την μεταβολή είναι σταθερή όπως και η τιμή του δυναμικού . Στην πράξη το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ταλαντώνονται με ίδιο πλάτος και σταθερή διαφορά φάσης. Το διαταραγμένο πεδίο έχει κινητική ενέργεια η οποία διαταράσσει τα γειτονικά σημεία του χώρου που και αυτά ξεκινούν να ταλαντώνονται με τον ίδιο τρόπο. Το κβαντικό κύμα αυτής της διαταραχής όμως είναι άμαζο και αντιστοιχεί στο μποζόνιο που αποκαλείται μποζόνιο Goldstone.



*Εικόνα 17: Η τιμή του πεδίου μεταβάλλεται περιοδικά από πραγματική σε φανταστική*

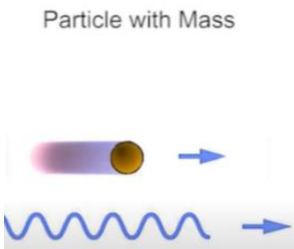
Το παραπάνω συμπέρασμα εκφράζεται μέσω του θεωρήματος Goldstone

**Οι κυκλικές διακυμάνσεις γύρω από την κατάσταση κενού μετά το αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας της Λαγκραζιανής , αντιστοιχούν σε ένα άμαζο σωματίδιο.**

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΙΚΑ: **Σε αυτή την περίπτωση του δυναμικού το σπάσιμο συμμετρίας δίνει τη δυνατότητα δύο διαταραχών – δύο δυνατών ταλαντώσεων : η ακτινική διαταραχή που δημιουργεί το μποζόνιο Higgs με μηδενικό spin και πραγματική μάζα και η διαταραχή μέσω περιστροφής που δημιουργεί το άμαζο Goldstone μποζόνιο.**

## 4.6 Διάκριση άμαζου – μαζικού σωματιδίου

Τι σημαίνει όμως σωματίδιο με μάζα και τι άμαζο σωματίδιο; Οι διαφορές σωματιδίου με μάζα με το άμαζο σωματίδιο σχετίζονται τόσο με την δυναμική ενέργεια αλλά και με το spin και τους βαθμούς ελευθερίας.




Κάθε σωματίδιο είναι μια πεδιακή διαταραχή με συχνότητα f και μήκους κύματος λ. Όταν η «ταχύτητα» του σωματιδίου μειώνεται, τότε και η συχνότητα της διαταραχής μειώνεται, ενώ το μήκος κύματος αυξάνεται. Στην περίπτωση του σωματιδίου με μάζα , ακόμα και στην περίπτωση του άπειρου μήκος κύματος λ , η τιμή της ενέργειας του σωματιδίου είναι διάφορη του μηδενός και αντιστοιχεί στην ενέργεια μάζας ηρεμίας ($E = mc^2$) .Αντίθετα στην περίπτωση του άμαζου σωματιδίου η ενέργεια του πεδίου μηδενίζεται για άπειρη τιμή του μήκους κύματος λ.

Τα παραπάνω ερμηνεύουν την περίπτωση των διεγέρσεων στο δυναμικό του «μεξικάνικου καπέλου».

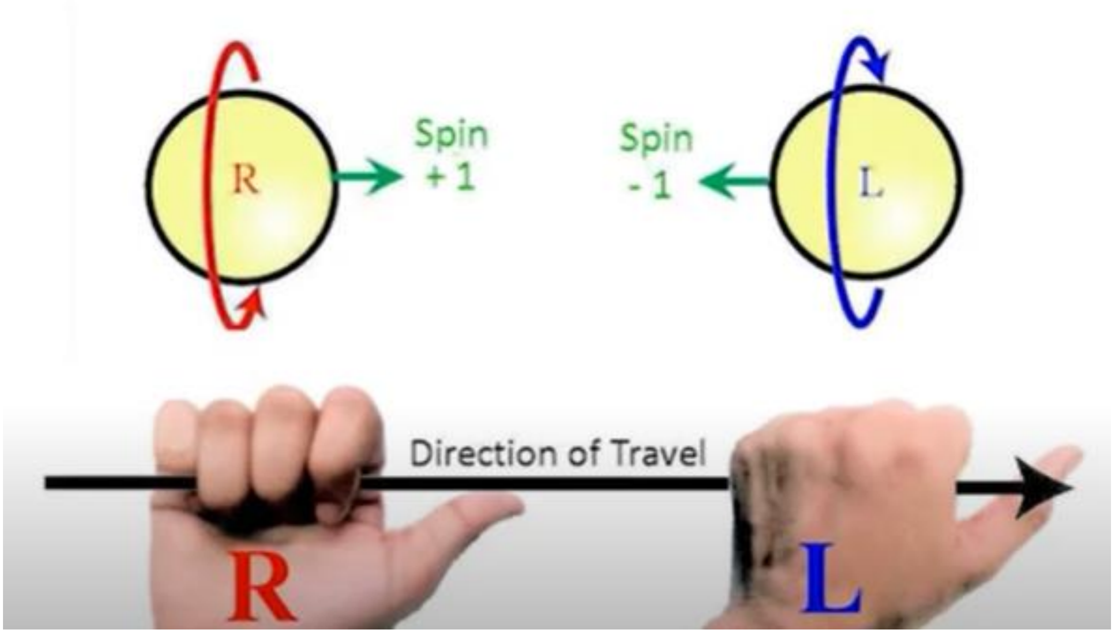
Οι ακτινικές ταλαντώσεις όσο αργά και αν πραγματοποιούνται ( μικρή συχνότητα) έχουν ενέργεια λόγω του δυναμικού και γ ‘αυτό τα σωματίδια αυτών των διαταραχών αντιστοιχούν σε σωματίδια με μάζα.

Οι περιστροφικές διαταραχές του πεδίου όμως εκπέμπουν άμαζα σωματίδια γιατί καθώς η συχνότητα περιστροφής μειώνεται , μειώνεται και η ενέργεια του πεδίου και όταν η περιστροφή σταματήσει η ενέργεια μηδενίζεται , δεν υπάρχει μάζα ηρεμίας.

Υπάρχει όμως και μια επιπλέον διαφορά μεταξύ άμαζου και μαζικού σωματιδίου και αυτή είναι μέσω spin και βαθμών ελευθερίας .Αναφερόμαστε μποζόνια που με εξαίρεση το μποζόνιο Higgs με έχει μηδενικό spin , όλα τα άλλα έχουν spin 1.

| | Spin | mass |
|---|---|---|
| Higgs | 0 | Ναι |
| Φωτόνιο γ | 1 | Όχι |
| $W^{\pm}, Z^0$ | 1 | Όχι σύμφωνα με το πρότυπο μοντέλο |
| $W^{\pm}, Z^0$ | 1 | Ναι Πειραματικά |
| Goldstone | 0 | Όχι |

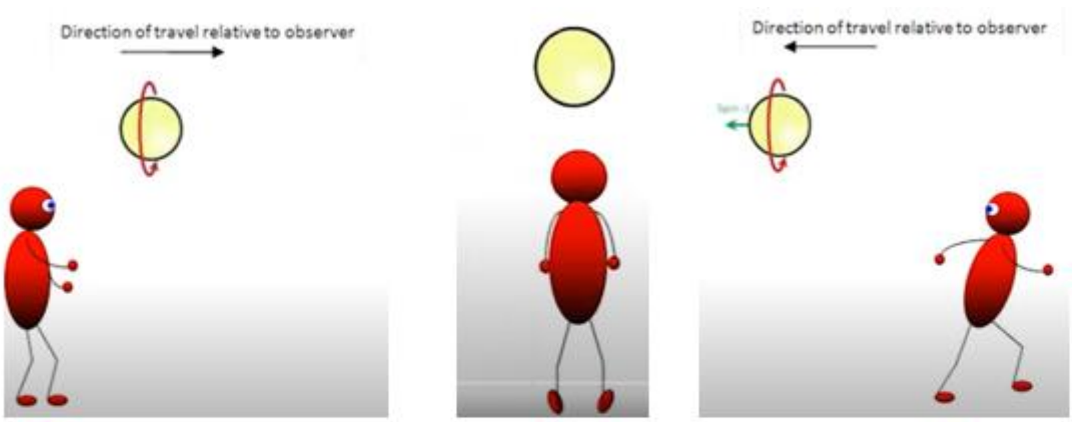
Τα σωματίδια με μάζα έχουν τρεις συνιστώσες του spin με τιμές -1, 0 ,1. Οι τιμές αυτές σχετίζονται με την ιδιοπεριστροφή του μποζονίου σε σχέση με την φορά κίνησης του. Η μηδενική συνιστώσα του spin αντιστοιχεί στην περίπτωση που το σωματίδιο είναι ακίνητο. Δηλαδή υπάρχουν τρεις βαθμοί ελευθερίας.




*Εικόνα 18:Σωματίδια με συνιστώσες spin +1, -1. Αν ο κανόνας του δεξιού χεριού ταυτίζεται με την διεύθυνση κίνησης τότε spin=+1 (right-handed). Αν ο ο κανόνας του δεξιού χεριού είναι αντίρροπος ε την φορά κίνησης τότε spin=-1.(η φορά κίνησης ταυτίζεται με την περιστροφή αν εφαρμόσουμε τον κανόνα με το αριστερό χέρι left handed)*

Σε αντίθεση με τα σωματίδια με μάζα που έχουν τρεις βαθμούς ελευθερίας, τα άμαζα σωματίδια όπως το φωτόνιο οι βαθμοί ελευθερίας είναι δύο. Υπάρχουν μόνο δύο καταστάσεις :η αριστερόστροφη με spin -1 και η δεξιόστροφη με spin +1 . Δεν υπάρχει η μηδενική συνιστώσα του σπιν. Αυτό μπορεί ποιοτικά να ερμηνευτεί ως εξής: Τα άμαζα σωματίδια όπως τα φωτόνια κινούνται πάντα με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του φωτός έτσι υπάρχουν μόνο δύο περιπτώσεις: είτε η «ιδιοπεριστροφή»

Σε αντίθεση με τα σωματίδια με μάζα που έχουν τρεις βαθμούς ελευθερίας, τα άμαζα σωματίδια όπως το φωτόνιο οι βαθμοί ελευθερίας είναι δύο. Υπάρχουν μόνο δύο καταστάσεις :η αριστερόστροφη με spin -1 και η δεξιόστροφη με spin +1. Δεν υπάρχει η μηδενική συνιστώσα του σπιν. Αυτό μπορεί ποιοτικά να ερμηνευτεί ως εξής: Τα άμαζα σωματίδια όπως τα φωτόνια κινούνται πάντα με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του φωτός έτσι υπάρχουν μόνο δύο περιπτώσεις: είτε η «ιδιοπεριστροφή» του φωτονίου να συμφωνεί σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης με τον κανόνα του δεξιού χεριού (right- handed με spin=+1 ) είτε με το αριστερό χέρι (left-handed με spin=-1).




*Εικόνα 19:Σχέση περιστροφής και διεύθυνσης κίνησης. Το 1ο σχήμα το σωματίδιο περιστρέφεται αντίθετα από τους δείκτες, η φορά κίνησης ικανοποιεί τον κανόνα του δεξιού χεριού και τότε spin=+1.*

*Στο μεσαίο σχήμα δεν υπάρχει σχετική κίνηση του σωματιδίου σε σχέση με τον παρατηρητή και τότε spin=0*

*Στο αριστερό σχήμα το σωματίδιο χωρίς να αλλάξει φορά περιστροφής αλλά η φορά σχετικής κίνησης του σωματιδίου ως προς τον παρατηρητή έχει αντιστραφεί με αποτέλεσμα η συνιστώσα του spin να αλλάξει τιμή ( spin=-1*

## 4.7Μηχανισμός Higgs

Στην πραγματικότητα όμως το βαθμωτό πεδίο $\phi$ δεν είναι ένας απλός μιγαδικός αριθμός . Αποτελείται από 4 συνιστώσες σε κάθε σημείο του χώρου. Περιγράφεται με ένα ζεύγος μιγαδικών βαθμωτών πεδίων (complex doublet scalar field)[3] .

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_+ \\ \phi_o \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{bmatrix}$$

Το φορτισμένο πεδίο $\phi_+$ έχει δύο συνιστώσες : $\phi_1, \phi_2$ και του ουδέτερο πεδίο $\phi_o$: $\phi_3, \phi_4$.Καταλαβαίνουμε πως το πεδίο Higgs έχει τελικά τέσσερις βαθμούς ελευθερίας με αποτέλεσμα το αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας παράγει 4 σωματίδια :το μποζόνιο Higgs και τα τρία άμαζα Goldstone μποζόνια. Οι δύο συνιστώσες του φορτισμένου πεδίου $\phi_1, \phi_2$ μαζί με την συνιστώσα του φανταστικού μέρους του ουδέτερου πεδίου $\phi_4$,γεννούν τρία άμαζα Goldstone σωματίδια, εξαιτίας των οποίων τα μποζόνια $W^{\pm}$και $Z^o$ αποκτούν μάζα. Η τέταρτη συνιστώσα $\phi_3$ του ουδέτερου πεδίου δημιουργεί το σωματίδιο Higgs.

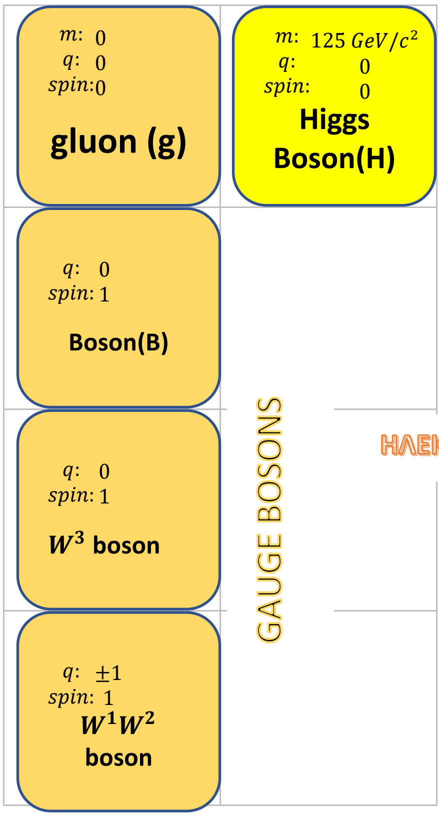
Δυστυχώς η αναπαράσταση του δυναμικού $V(\phi)$ αυτού του πεδίου είναι αδύνατη . θα μπορούσαμε όμως να πούμε πως όπως στις προηγούμενες περιπτώσεις , έτσι και σε αυτή η ελαχιστοποίηση του δυναμικού θα γίνει στην τιμή $v$ για την οποία ισχύει πως $\lambda v^2 = -\mu^2$

Ας προσπαθήσουμε να κάνουμε μια ποιοτική προσέγγιση του φαινομένου .

Αρχικά οι ασθενείς και οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις είναι ενοποιημένες. Το πρότυπο μοντέλο της θεωρίας προβλέπει 4 μποζόνια : το γλοιόνιο και άλλα τρία το B μποζόνιο , καθώς και τα $W^3$,και $W^1, W^2$ .

Το B μποζόνιο είναι ένα U(1) μποζόνιο βαθμίδας (gauge boson) και το πεδίο B σχετίζεται και με τις Η/Μ μεταξύ των φορτίων Q , αλλά και με τις ασθενείς δυνάμεις των υπερφορτίων $T_3$.

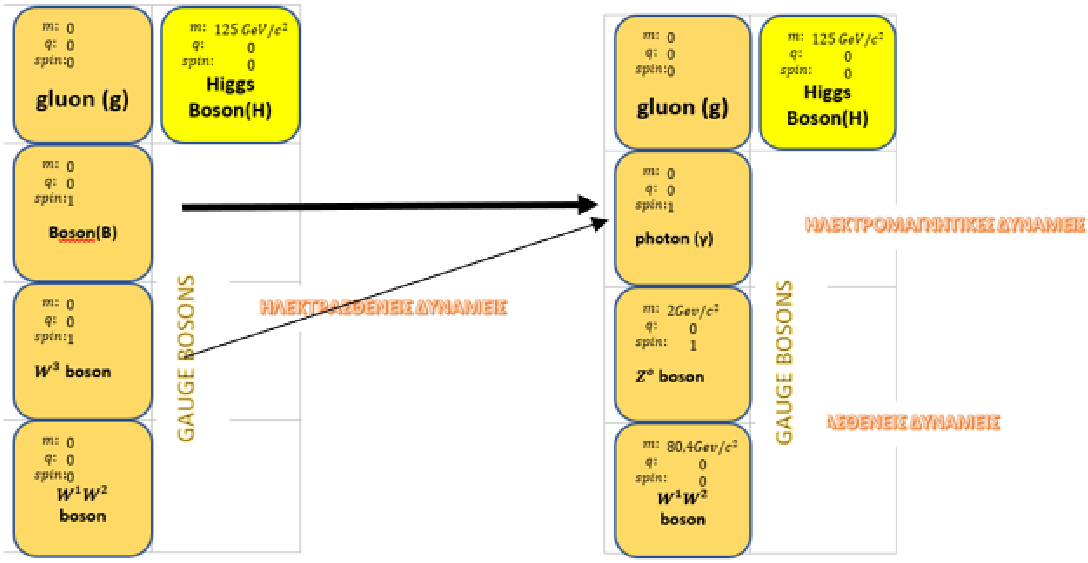
Από την άλλη πλευρά η SU(2) ομάδα, προβλέπει τα τρία άμαζα σωματίδια $W^3$, και $W^1, W^2$, που είναι διαφορετικά από τα $W^{\pm}, Z^0$ σωματίδια με μάζα ,που έχουμε παρατηρήσει στη




Αυτό που γίνεται στην πραγματικότητα είναι το εξής : Μετά το σπάσιμο συμμετρίας, το B μποζόνιο αναμιγνύεται με το $W^3$ με δύο διαφορετικούς τρόπους και με διαφορετικές ποσότητες ,παράγοντας το φωτόνιο και το $Z^o$ μποζόνιο. Η μίξη των δύο μποζονίων $B$ , $W^3$για την δημιουργία φωτονίου και ουδέτερου $Z^o$ περιγράφεται μέσω της γωνίας Weinberg και του ακόλουθου πίνακα:

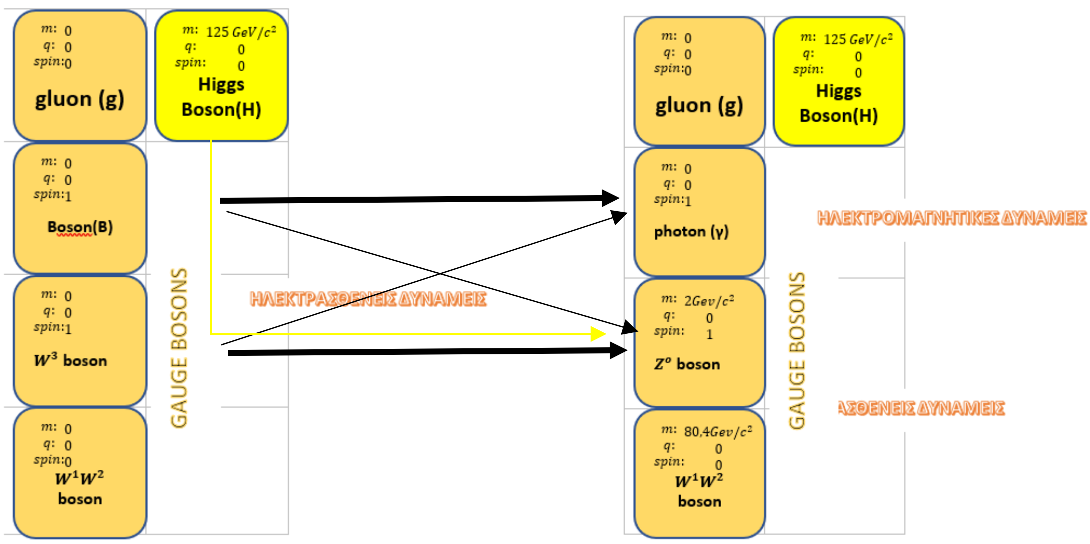
$$\begin{pmatrix} \gamma \\ Z^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta_w & sin\theta_w \\ -sin\theta_w & cos\theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ W^3 \end{pmatrix}$$

Ο παραπάνω πίνακας εκφράζει φανερώνει πως το φωτόνιο γ και το $Z^0$παράγονται από διαφορετικές συνιστώσες του B και $W^3$ που σχετίζονται με την γωνία $\theta_w$. Όταν στη μίξη το B μποζόνιο συμμετέχει περισσότερο από το $W^3$ , έχουμε τη δημιουργία του φωτονίου γ , ενώ στην αντίθετη περίπτωση έχουμε τη δημιουργία του ουδέτερου $Z^o$ που σχετίζεται με τις ουδέτερες συνιστώσες των ασθενών δυνάμεων.

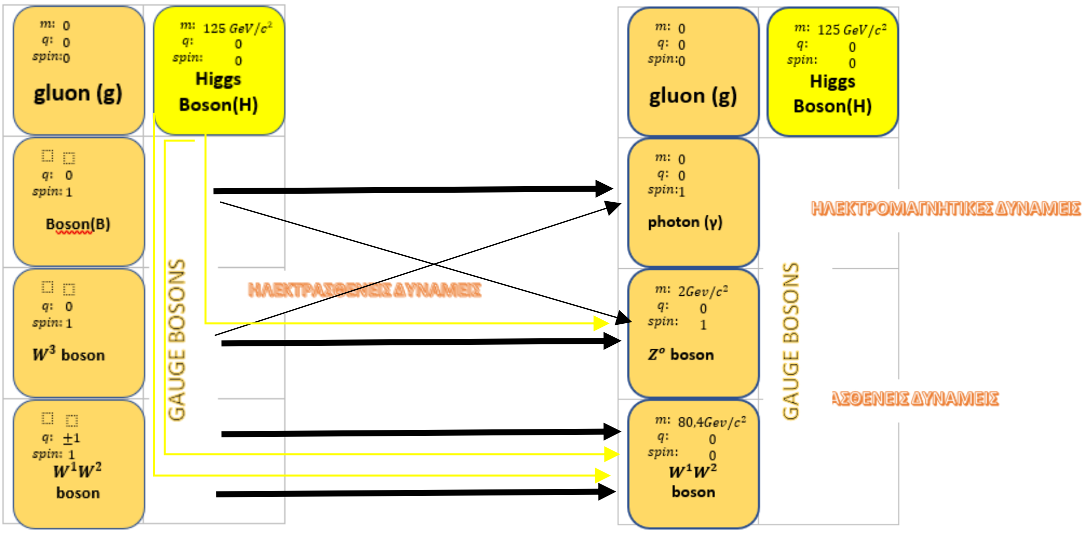



*Εικόνα 20: Η μίξη B μποζονίου με το W^3 μποζόνιο παράγει το φωτόνιο γ. Η εντονότερη μαύρη γραμμή στο μποζόνιο B δείχνει ότι αυτό μετέχει περισσότερο σε αυτή την μετατροπή.*

Οι συνιστώσες των $W^3$ , $B$ που δημιουργούν το άμαζο (σύμφωνα με τη θεωρία ) $Z^o$, συνοδεύονται και με ένα από τα τρία Goldstone μποζόνια που δημιουργούνται από το σπάσιμο συμμετρίας, προσφέροντας έναν επιπλέον βαθμό ελευθερίας δίνοντας με τον τρόπο αυτό , μάζα στο $Z^o$ μποζόνιο.



Ταυτόχρονα τα πεδία $W^1$ και $W^2$ αναμειγνύονται μεταξύ τους και με την ταυτόχρονη επίδραση των άλλων 2 δύο μποζονίων Goldstone που προσθέτουν και τον αναγκαίο έξτρα βαθμό ελευθερίας ,αλλά και τα φορτία των παραγόμενων $W^+$ και $W^-$ μποζονίων.




Διαπιστώνουμε τώρα γιατί τελικά το φωτόνιο δεν έχει μάζα. Η ύπαρξη τριών Goldstone μποζονίων, διαχωρίζει την ενιαία ηλεκτρομαγνητική – ασθενή δύναμη (electro-weak) ,δίνοντας μάζα στους φορείς των ασθενών δυνάμεων αποκτώντας έτσι μικρή εμβέλεια. Το φωτόνιο γ απουσία σωματιδίου Goldstone , διατηρείται χωρίς μάζα δίνοντας άπειρη εμβέλεια στις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις.

Η απόδειξη των παραπάνω δεν μπορεί να γίνει με κλασσικό τρόπο και απαιτεί ιδιαίτερους και πολύπλοκους μαθηματικούς συλλογισμούς στην επόμενη παράγραφο θα γίνει μια προσπάθεια να δώσουμε μια μαθηματική προσέγγιση των φαινομένων κάνοντας μεγάλες προσεγγίσεις και «χοντροκομμένες» υποθέσεις .

## 4.8Μαθηματική προσέγγιση

Μπορούμε να επεκτείνουμε τη Λαγκραζιανή πυκνότητα ώστε να περιέχει και τους όρους του πεδίου Higgs και τους όρους των μποζονίων δηλαδή να περιέχει το βαθμωτό πεδίο $\phi$ και τα διανυσματικά μποζόνια ( vector bosons).

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_B$$

Το πρότυπο μοντέλο απαιτεί η συνολική Λαγκραζιανή να παραμένει αναλλοίωτη κάτω από τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας της ομάδας SU(2)× U(1).

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^*(\partial_\mu \phi) - \left(\frac{1}{2}\mu^2 \phi^* \phi + \frac{1}{4}\lambda(\phi^* \phi)^2\right)$$

$$\mathcal{L}_B = -\frac{1}{16}(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{m^2}{8\pi} A^\nu A_\nu$$

Οι δύο ποσότητες $(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$ είναι οι ηλεκτρομαγνητικοί τένσορες $F$ και η Proca Lagragian γίνεται

$\mathcal{L} = -\frac{1}{16}F^2 + +\frac{m^2}{8\pi}A^\nu A_\nu$ για το Η/Μ πεδίο η μάζα είναι μηδενική και η τελική Λαγκραζιανή πυκνότητα είναι $\mathcal{L}_B = -\frac{1}{16}F^2$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^*(\partial_\mu \phi) - \left(\frac{1}{2}\mu^2 \phi^* \phi + \frac{1}{4}\lambda(\phi^* \phi)^2\right) - \frac{1}{16}F^2$$

Για να μένει Λαγκραζιανή αναλλοίωτη κάτω από τοπικούς μετασχηματισμούς, αρκεί να βρούμε αν μένει αναλλοίωτη η $\mathcal{L}_{Higgs}$.

Έστω ο ακόλουθος τοπικός μετασχηματισμός για το πεδίο $\phi$:$\phi \to \phi' = e^{ia(x_\mu)}\phi$

Με την ποσότητα α να μεταβάλλεται στον χώρο($x_\mu = (t, x, y, z)$).

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi')^*(\partial_\mu \phi') - \left(\frac{1}{2}\mu^2 (\phi')^* \phi' + \frac{1}{4}\lambda((\phi')^* \phi')^2\right)$$

Όμως $\partial_\mu \phi' = e^{ia(x_\mu)}\partial_\mu \phi + ie^{ia(x_\mu)}\phi \partial_\mu a(x_\mu)$ με αποτέλεσμα ο τελευταίος όρος να χαλάει την αναλλοιώτητα.

Για την διατήρηση της αναλλοιώτητας ορίζουμε μια νέα παράγωγο : την αναλλοίωτη παράγωγο

$$D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$$

Το $A_\mu$ είναι ένα τετραδιάνυσμα που εκφράζει το διανυσματικό πεδίο βαθμίδας(μποζόνιο) που αργότερα θα το σχετίσιουμε με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο.

Θα μπορούσαμε να πούμε πως το $A_\mu$ εκφράζει την αλληπίδραση του βαθμωτού μεδίου $\phi$ με το διανυσματικό πεδίο.

Για να διατηρείται το αναλλοίωτο πρέπει $\left(D_\mu\phi'\right)^* \left(D_\mu\phi'\right) = \left(D_\mu\phi\right)^*\left(D_\mu\phi\right)$

$$\left(D_\mu\phi'\right)^* = e^{-ia(x_\mu)}\partial_\mu\phi^* - ie^{-ia(x_\mu)}\phi^*\partial_\mu a\left(x_\mu\right) + iA_\mu e^{-ia(x_\mu)}\phi^*$$

$$\left(D_\mu\phi'\right) = \left(\partial_\mu - iA_\mu\right)e^{ia(x_\mu)}\phi = e^{ia(x_\mu)}\partial_\mu\phi + ie^{ia(x_\mu)}\phi\partial_\mu a\left(x_\mu\right) - iA_\mu e^{ia(x_\mu)}\phi$$

$\left(D_\mu\phi'\right)^* \left(D_\mu\phi'\right) =$

$= \left(e^{-ia(x_\mu)}\partial_\mu\phi^* - ie^{-ia(x_\mu)}\phi^*\partial_\mu a\left(x_\mu\right) + iA_\mu e^{-ia(x_\mu)}\phi^*\right)\left(e^{ia(x_\mu)}\partial_\mu\phi + ie^{ia(x_\mu)}\phi\partial_\mu a\left(x_\mu\right) - iA_\mu e^{ia(x_\mu)}\phi\right) =$

$= \left(\partial_\mu\phi^* - i\phi^*\partial_\mu a\left(x_\mu\right) + iA_\mu\phi^*\right)\left(\partial_\mu\phi + i\phi\partial_\mu a\left(x_\mu\right) - iA_\mu\phi\right) =$

$\left(\partial_\mu\phi^* + i\left(A_\mu - \partial_\mu a\left(x_\mu\right)\right)\phi^*\right)\left(\partial_\mu\phi - i\left(A_\mu - \partial_\mu a\left(x_\mu\right)\right)\phi\right)$

Όμως $A_\mu - \partial_\mu a\left(x_\mu\right) \equiv$ γιατί αν το διανυσματικό πεδίο $A_\mu$ είναι ένα πεδίο βαθμίδας ( gauge field) , τότε αυτό παραμένει κάτω από μετασχηματισμούς της μορφής $A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu a\left(x_\mu\right)$ καμία μετρούμενη ποσότητα δεν θα αλλάξει.

$\left(D_\mu\phi'\right)^* \left(D_\mu\phi'\right) = \left(\partial_\mu\phi^* + iA_\mu\phi^*\right)\left(\partial_\mu\phi - iA_\mu\phi\right) = \left(D_\mu\phi\right)^*\left(D_\mu\phi\right)$

Ξαναγράφουμε την Λαγκραζιανή πυκνότητα μέσω της αναλλοίωτης παραγώγου $D_\mu$.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(D_\mu\phi)^*\left(D_\mu\phi\right) - \left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^*\phi + \frac{1}{4}\lambda(\phi^*\phi)^2\right) - \frac{1}{16}F^2$$

Και θα εφαρμόσομε σε αυτή τη $A_\mu$ το σπάσιμο της συμμετρίας όπως το μελετήσαμε αρχικά στο δυναμικό του «μεξικάνικου καπέλου»

$\phi = \rho e^{i\omega}$ και $\phi^* = \rho e^{-i\omega}$

$D_\mu\phi = \left(\partial_\mu - iA_\mu\right)\rho e^{i\omega} = i\rho e^{i\omega}\partial_\mu\omega + e^{i\omega}\partial_\mu\rho - iA_\mu\rho e^{i\omega} =$

$e^{i\omega}\partial_\mu\rho - i\,\rho e^{i\omega}(A_\mu - \partial_\mu\omega)$

$(D_\mu\phi)^* = -i\rho e^{-i\omega}\partial_\mu\omega + e^{-i\omega}\partial_\mu\rho + iA_\mu\,\rho e^{-i\omega} = e^{-i\omega}\partial_\mu\rho + i\,\rho e^{-i\omega}(A_\mu - \partial_\mu\omega)$

Για τους λόγους που αναφέραμε και προηγουμένως $(A_\mu - \partial_\mu \omega) = A_\mu$

Με αποτέλεσμα $D_\mu \phi = e^{i\omega}\partial_\mu \rho - i\,\rho e^{i\omega} A_\mu$

$(D_\mu \phi)^* = e^{-i\omega}\partial_\mu \rho + i\,\rho e^{-i\omega} A_\mu$

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη

$$(D_\mu \phi)^*(D_\mu \phi) = \left(e^{-i\omega}\partial_\mu \rho + i\,\rho e^{-i\omega} A_\mu\right)\left(e^{i\omega}\partial_\mu \rho - i\,\rho e^{i\omega} A_\mu\right) =$$

$$\left(\partial_\mu \rho\right)^2 - i\rho A_\mu \partial_\mu \rho + i\rho A_\mu \partial_\mu \rho + \rho^2 A_\mu^2 = \left(\partial_\mu \rho\right)^2 + \rho^2 A_\mu^2$$

Παρατηρούμε πως δεν έχουμε εκπομπή μποζονίων Goldstone

Για την ποσότητα $\frac{1}{2}\mu^2 \phi^* \phi \xRightarrow{\mu^2 = \lambda v^2} \frac{1}{2}\lambda v^2 \rho^2$

$\frac{1}{4}\lambda(\phi^*\phi)^2 = \frac{1}{4}\lambda \rho^4$ και τελικά

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(D_\mu \phi)^*(D_\mu \phi) - \left(\frac{1}{2}\mu^2 \phi^* \phi + \frac{1}{4}\lambda(\phi^*\phi)^2\right) - \frac{1}{16}F^2$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \rho\right)^2 + \frac{1}{2}\rho^2 A_\mu^2 - \left(\frac{1}{2}\lambda v^2 \rho^2 + \frac{1}{4}\lambda \rho^4\right) - \frac{1}{16}F^2$$

Κινητικός όρος του πεδίου Higgs

Δυναμικό πεδίο Higgs

Όρος του άμαζου διανυσματικού μποζονίου

Θεωρώντας της ακτίνα σταθερή στην κοιλάδα του μεξικάνικου καπέλου με την χαμηλότερη ενέργεια μπορούμε να πούμε πως

$$\rho^2 = v^2$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \rho\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\lambda v^2 \rho^2 + \frac{1}{4}\lambda \rho^4\right) - \frac{1}{16}F^2 + \frac{1}{2}v^2 A_\mu^2$$

Για μικρή διακύμανση γύρω από την κατάσταση κενού (στην κοιλάδα του πεδίου)

$$\rho \to \rho' = v + \eta$$

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \rho'\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\lambda v^2 \rho'^2 + \frac{1}{4}\lambda \rho'^4\right) - \frac{1}{16}F^2 + \frac{1}{2}v^2 A_\mu^2 \Rightarrow$$

$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu(v+\eta)\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\lambda v^2(v+\eta)^2 + \frac{1}{4}\lambda(v+\eta)^4\right) - \frac{1}{16}F^2 + \frac{1}{2}v^2 A_\mu^2$ κάτι που έχουμε αναλύσει στην εξίσωση (σελ 21) και το τελικό εξαγόμενο αποτέλεσμα είναι

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \eta\right)^2 - \frac{1}{2}\lambda v^2 \eta^2 - \frac{1}{16}F^2 + \frac{1}{2}v^2 A_\mu^2$$

Με τους δύο πρώτους όρους να εκφράζουν την Λαγκραζιανή πυκνότητα του πεδίου Higgs όπου φανερώνεται η ύπαρξη του μποζονίου Hggs με μάζα $m_{Higgs} = \lambda v^2$

Η ύπαρξη του όρου $\frac{1}{2}v^2 A_\mu^2$ δίνει μάζα, στο αρχικά άμαζο, διανυσματικό μποζόνιο. Η εξάλειψη δηλαδή μποζονίου Goldstone ( αφού στη σχέση δεν υπάρχει όρος που να περιέχει $\partial\omega$ που εκφράζει την περιστροφή στην κοιλάδα του καπέλου) δημιουργεί έναν επιπλέον βαθμό ελευθερίας στο άμαζο μποζόνιο.

Και συγκρίνοντας τον δεύτερο όρο $-\frac{1}{16}F^2 + \frac{1}{2}v^2 A_\mu^2$

με την Proca $\mathcal{L} = -\frac{1}{16}F^2 + +\frac{m^2}{8\pi}A^\nu A_\nu$

προκύπτει η μάζα που αποκτά το διανυσματικό μποζόνιο

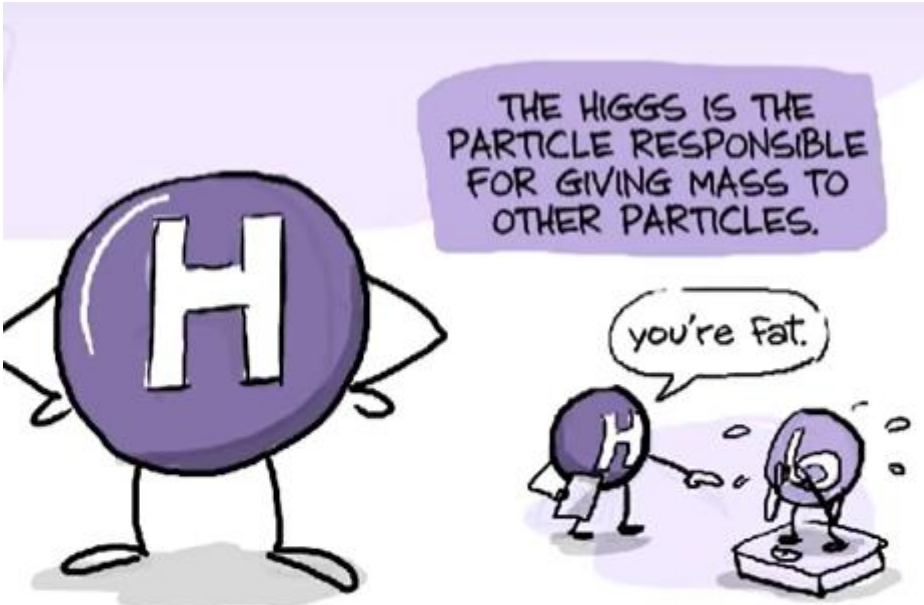
$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{m^2}{8\pi} \Rightarrow m^2 = 4\pi v^2$$

Με αυτόν τον μηχανισμό επεκτείνοντας τον στο ζεύγος μιγαδικών βαθμωτών πεδίων $\phi = \begin{bmatrix}\phi_+ \\ \phi_o\end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}\phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4\end{bmatrix}$ , με αυστηρότερα μαθηματικά, τα W και Z μποζόνια αποκτούν τη μάζα που έχουμε μετρήσει πειραματικά.

# Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα

Ανακεφαλαιώνοντας, αυτή η στενή σχέση μεταξύ των μποζονίων των ασθενών αλληλεπιδράσεων με το φωτόνιο των ηλεκτρομαγνητικών δεν είναι τυχαία. Η θεωρία που προτάθηκε από τους Glashow ,Weinberg και Salam ενώνει τις ηλεκτρομαγνητικές με τις ασθενείς- όπως ο ηλεκτρισμός με τον μαγνητισμό – σε μια δύναμη. : Η ηλεκτρομαγνητική και η ασθενής στην πραγματικότητα είναι η ίδια δύναμη . Η μεγάλη τους διαφορά στην ισχύ οφείλεται στην μάζα των W και Z μποζονίων των ασθενών αλληλεπιδράσεων.

Ο μηχανισμός του Higgs εξηγεί πως τα W και Z μποζόνια αποκτούν μάζα , ενώ το φωτόνιο παραμένει άμαζο. Η Λαγκραζιανή που προκύπτει από το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας SU(2) περιγράφει τρία διανυσματικά πεδία με τρεις βαθμούς ελευθερίας και ένα βαθμωτό πεδίο h, τα οποία είναι όλα χωρίς μάζα. Η απορρόφηση των μποζονίων Goldstone από τα πεδία φάσης έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της μάζας. Με το αυθόρμητο σπάσιμο, η συμμετρία δεν χάνεται αλλά κρύβεται στη νέα κατάσταση ελάχιστης ενέργειας. Αυτό το πλεονέκτημα μας κάνει να πιστεύουμε ότι οι θεωρίες φάσης μπορεί να χρησιμεύσουν ως σχέδιο για όλες τις αλληλεπιδράσεις σωματιδίων.




Οι επιστήμονες έχουν την πεποίθηση πως με αυτή τη μεθοδολογία μπορεί να επεκταθεί σε όλες τις σωματιδιακές αλληλεπιδράσεις. Πολλοί από τους μηχανισμούς που περιγράφει το πρότυπο μοντέλο έχουν επαληθευτεί πειραματικά με αποκορύφωμα την ανακάλυψη του μποζονίου Higgs το 2012.

Το πρότυπο μοντέλο μας παρέχει ένα όμορφο θεωρητικό πλαίσιο που είναι ικανό να πλαισιώσει τις γνώσεις που έχουμε αναπτύξει μέχρι σήμερα. Εξηγεί κάθε πειραματικό δεδομένο και σε πολλές περιπτώσεις - όπως τον τομέα των ουδέτερων ρευμάτων _ neutral-current sector- με ακρίβεια της τάξης του )0,1%-1%.

Υπάρχουν όμως μέρη της Λαγκραζιανής του ΠΜ που μέχρι τώρα δεν έχουν πειραματικά αναλυθεί με κάποιον ακριβή τρόπο. Έτσι το ΠΜ αφήνει αναπάντητα ερωτήματα και περιέχει πάρα πολλές παραμέτρους για να θεωρηθεί ως θεμελιώδης θεωρία γνώση. Κάποια από τα σημεία που δεν φωτίζει επαρκώς η θεωρία αυτή είναι

- Η κβάντωση στις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις δεν περιγράφονται στο πλαίσιο των θεωριών βαθμίδας και του Π.Μ.
- Το φαινόμενο της επιταχυνόμενης διαστολής του Σύμπαντος αποδίδεται στη λεγόμενη ύπαρξη σκοτεινής ενέργειας δεν εξηγείται σύμφωνα με το Π.Μ (Luca Amendola, Shnji Tsujikawa, 2010)
- Ο μεγάλος αριθμός των παραμέτρων του Π.Μ ( 26 παραμέτρους : τις 12 μάζες των φερμιονίων , τις 3 σταθερές σύζευξης των αλληλεπιδράσεων , τις 2 παραμέτρους του δυναμικού Higgs , γωνίες μίξης, κ.λπ. ) δίνει την αίσθηση ότι το παραπάνω μοντέλο δεν είναι παρά μια φαινομενολογική θεωρία πεδίου , ένα υποσύνολο δηλαδή μιας θεωρίας πεδίου που υπολογίζει τις παραπάνω παραμέτρους από κάποιες θεμελιώδεις αρχές. Στην ίδια αντίληψη συνάδει και το πρόβλημα πως η ηλεκτρασθενής ενοποίηση γίνεται σε χαμηλές ενέργειες που είναι πολλών τάξεων μεγέθους μικρότερη από τη μάζα του Planck ($10^{24}$φορές) , ένα πρόβλημα που αποκαλείται ως πρόβλημα Ιεραρχίας .
- Η ασυμμετρία ύλης και αντιύλης. Το Σύμπαν που παρατηρούμε κυριαρχείται από ύλη. Αν η CP ήταν θεμελιακή συμμετρία του Σύμπαντος μας θα αναμέναμε να έχουμε ίσες ποσότητες ύλης - αντιύλης κατά την δημιουργία του, που θα είχε ως αποτέλεσμα στην συνέχεια ένα Σύμπαν μόνο από φωτόνια. Η παραβίαση της CP συμμετρίας προσφέρει ένα ενδιαφέρον παράθυρο για την είσοδο σε μια νέα φυσική αφού λείπει μια θεμελιώδης ερμηνεία . Το ΠΜ πρέπει να δώσει ακριβείς προβλέψεις για τις παρατηρούμενες παραβιάσεις της CP συμμετρίας οι οποίες πρέπει να ελεγχθούν με αντίστοιχα πειράματα.

Ξεκάθαρα λοιπόν χρειαζόμαστε περισσότερα πειράματα προκειμένου να μάθουμε τι είδους φυσική υπάρχει πέρα από το πλαίσιο του ΠΜ. Υπάρχει ευτυχώς ένα πολλά υποσχόμενο μέλλον .

# Βιβλιογραφία

Barlow R. (1992). Particle physics: from school to university. *Science Eduction*(27), σσ. 92-95.

Dawson S. (1999, January 12). *arxiv.org.* Ανάκτηση από https://arxiv.org/abs/0812.2190: https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/9901280

Eddie Boyes. (2017, Ιούλιος 26). *Physics of the Higgs Mechanism and Particle Mass*. Ανάκτηση από www.youtube.com/@eddieboyes: https://www.youtube.com/@eddieboyes

Iliopoulos. (2013, May 29). *arxiv.org.* Ανάκτηση από https://arxiv.org/abs/1305.6779: https://doi.org/10.48550/arXiv.1305.6779

Luca Amendola, Shnji Tsujikawa. (2010). *Dark Energy , Theory and Observations.* Cambridge University Press.

Mark Tomson. (2013). *Σύγχρονη σωματιδιακή φυσική.* Αθήνα: Ροπή.

Monk M - Osborne J. (1997). Placing the History and Philosophy of Science on the Curriculum. *Science Education*(81), σσ. 405-424.

O'Dowd, D. M. (2019, Απριλίου 03). *PBS Space Time*. Ανάκτηση από https://www.youtube.com/watch?v=04ERSb06dOg: https://www.youtube.com/watch?v=tJevBNQsKtU

Oleari Carlo. (2007). *INTRODUNCTION TO ELECTROWEAK THEORY and HIGGS BOSSON PHYSICS AT THE LHC.* Firenze.

Paschos Emmanuel. (2007). *Electroweak Theory.* Cambridge University Press.

Quigg Chris. (2015, March 05). *arxiv.org.* Ανάκτηση από arxiv.org: https://doi.org/10.48550/arXiv.1503.01756

Reif F. (1986). *Physics Today.* Lawrence Erlbaum Associates.

Βαγιονάκης. (2013). *Σωματιδιακή Φυσική.* Αθήνα : Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π.

Βεργάδος-Λώλα-Τριανταφυλλόπουλος. (2011). *Εισαγωγή στα ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ και στην ΚΟΣΜΟΛΟΓΙΑ.* Αθήνα: Happy Box.