



Σχολή Εφαρμοσμένων Τεχνών και Βιώσιμου Σχεδιασμού
Περιβαλλοντικός Σχεδιασμός Πόλεων και Κτιρίων

Διπλωματική Εργασία

**«Ανάλυση θερμικής συμπεριφοράς δομικών στοιχείων
προς βέλτιστο έλεγχο θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς:
Επιβολή δυναμικών συνθηκών ροής θερμότητας
βάσει ενός θερμοστατικού μηχανισμού κλιμάκωσής της»**

Ανδρέας Απέργης

Διπλ. Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Επιβλέπων καθηγητής: **Κάρολος - Νικόλαος Ι. Κοντολέων**

Διπλ. Πολιτικός Μηχανικός Α.Π.Θ., Δρ. Πολιτικός Μηχανικός Α.Π.Θ.

Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Α.Π.Θ.

Πάτρα, Σεπτέμβριος 2026

Η παρούσα εργασία αποτελεί πνευματική ιδιοκτησία του φοιτητή («συγγραφέας/δημιουργός») που την εκπόνησε. Στο πλαίσιο της πολιτικής ανοικτής πρόσβασης ο συγγραφέας/δημιουργός εκχωρεί στο ΕΑΠ, μη αποκλειστική άδεια χρήσης του δικαιώματος αναπαραγωγής, προσαρμογής, δημόσιου δανεισμού, παρουσίας στο κοινό και ψηφιακής διάχυσής τους διεθνώς, σε ηλεκτρονική μορφή και σε οποιοδήποτε μέσο, για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς, άνευ ανταλλάγματος και για όλο το χρόνο διάρκειας των δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας. Η ανοικτή πρόσβαση στο πλήρες κείμενο για μελέτη και ανάγνωση δεν σημαίνει καθ' οιονδήποτε τρόπο παραχώρηση δικαιωμάτων διανοητικής ιδιοκτησίας του συγγραφέα/δημιουργού ούτε επιτρέπει την αναπαραγωγή, αναδημοσίευση, αντιγραφή, αποθήκευση, πώληση, εμπορική χρήση, μετάδοση, διανομή, έκδοση, εκτέλεση, «μεταφόρτωση» (downloading), «ανάρτηση» (uploading), μετάφραση, τροποποίηση με οποιονδήποτε τρόπο, τμηματικά ή περιληπτικά της εργασίας, χωρίς τη ρητή προηγούμενη έγγραφη συναίνεση του συγγραφέα/δημιουργού. Ο συγγραφέας/δημιουργός διατηρεί το σύνολο των ηθικών και περιουσιακών του δικαιωμάτων.



«Ανάλυση θερμικής συμπεριφοράς δομικών στοιχείων
προς βέλτιστο έλεγχο θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς:
Επιβολή δυναμικών συνθηκών ροής θερμότητας
βάσει ενός θερμοστατικού μηχανισμού κλιμάκωσής της »

Ανδρέας Απέργης

Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Επιτροπή Επίβλεψης Διπλωματικής Εργασίας

Επιβλέπων Καθηγητής:

Κάρολος - Νικόλαος Κοντολέων

Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΑΠΘ

ΣΕΠ ΕΑΠ

Συν-Επιβλέπων Καθηγητής:

Ιωάννης Σέμπος

ΕΔΙΠ

Τμήμα Χημικών Μηχανικών ΕΜΠ

ΣΕΠ ΕΑΠ

Πάτρα, Σεπτέμβριος 2026

Ευχαριστίες

Η εργασία αυτή, δεν θα είχε πραγματοποιηθεί χωρίς την εξαιρετική καθοδήγηση και συνεχή ενθάρρυνση του Επιβλέποντος Καθηγητού Δρ. Κάρολου-Νικόλαου Ι. Κοντολέων, τον οποίο ευχαριστώ θερμά. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω την σύζυγό μου Ιωάννα, για την αμέριστη στήριξή της και φροντίδα, καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου στο ΕΑΠ.

Περίληψη

Η παρούσα μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, διερευνά την μεταβατική θερμική απόκριση μίας δομικής διάταξης κτηριακού κελύφους, η οποία υπόκειται σε δυναμικά μεταβαλλόμενες εξωτερικές θερμοκρασιακές συνθήκες, και σε ελεγχόμενη θέρμανση εσωτερικά. Η μελέτη αποσκοπεί στον προσδιορισμό της θερμικής συμπεριφοράς με μεταβαλλόμενες συνοριακές συνθήκες εσωτερικής παρειάς, όπως αυτές που επιβάλλονται από μία ελεγχόμενη ροή θερμότητας, μέσω ενός θερμοστατικού μηχανισμού, με στόχο την μετάβαση με βέλτιστο τρόπο, από μία αρχική συνθήκη ισορροπίας σε μία προκαθορισμένη τελική θερμοκρασία.

Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε σε 2 στάδια. Στο πρώτο στάδιο, προσδιορίστηκε για τις συγκεκριμένες εξωτερικές συνθήκες, η απαραίτητη ισχύς της ροής θερμότητας προκειμένου ο θερμοστατικός μηχανισμός να μπορέσει να επιτύχει τις ζητούμενες θερμοκρασιακές συνθήκες εσωτερικής παρειάς. Κατά το δεύτερο στάδιο ανάλυσης, εφαρμόζεται στον θερμοστατικό μηχανισμό κατάλληλος νόμος ελέγχου για την επίτευξη επιθυμητών συνθηκών σε ελάχιστο χρόνο (μέθοδος Bang-Bang) και την διατήρησή της εντός προκαθορισμένων ζωνών ανοχής. Εξετάζονται 3 διαφορετικές στρατηγικές διατήρησης της θερμοκρασίας, με κλιμακούμενη ακρίβεια απόκλισης από την τιμή στόχο, επιτρέποντας την αποτίμηση της επίδρασης της ακρίβειας ελέγχου, συχνότητας μεταγωγών του μηχανισμού και της θερμικής ευστάθειας.

Για την μοντελοποίηση του συστήματος και του θερμοστατικού μηχανισμού, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό COMSOL Multiphysics, το οποίο για τους υπολογισμούς χρησιμοποιεί την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Τα αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων απεικονίζονται με την μορφή διαγραμμάτων και παρουσιάζουν την χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς για χρονικό διάστημα 10 ημερών, καθώς και την συμπεριφορά του θερμοστατικού μηχανισμού με έλεγχο Bang-Bang, μέσω των μεταγωγών On-Off που απαιτούνται για την διατήρηση της εντός συγκεκριμένων ορίων αλλά και μέσω του χρόνου κύκλου μεταγωγής. Ταυτόχρονα διερευνάται η επίδραση της ενσωμάτωσης αλλά και του είδους του Νόμου ελέγχου στον θερμοστατικό μηχανισμό, η επίδραση της θερμικής αδράνειας της δομικής σύνθεσης και της απαίτησης για εγγύτερο θερμοκρασιακό έλεγχο, μέσω 3 διαφορετικών Νεκρών Ζωνών. Τα αποτελέσματα της εργασίας καταδεικνύουν ότι η θερμική συμπεριφορά επηρεάζεται

καθοριστικά τόσο από την θερμική αδράνεια όσο και από την επιλεγόμενη στρατηγική και νόμο ελέγχου. Συμπερασματικά, η μελέτη αναδεικνύει την ύπαρξη του συμβιβασμού μεταξύ της ακρίβειας ελέγχου και της λειτουργικής σταθερότητας, και προτείνει ένα κριτήριο αξιολόγησης και βελτιστοποίησης κτηριακών κελυφών, στην βάση των λειτουργικών συνθηκών και των απαιτήσεων βελτιστοποίησης της θερμικής άνεσης του κτηρίου.

Λέξεις – Κλειδιά

Μεταβατική θερμική απόκριση, Βέλτιστος έλεγχος θερμοκρασίας, Έλεγχος Bang-Bang, Θερμοστατικός μηχανισμός ελέγχου, Λόγος μεταγωγής, Νεκρή ζώνη, Πυκνότητα παροχής θερμότητας, Ροή θερμότητας

«Analysis of the thermal behaviour of structural components for optimum temperature control of the inner side : Application of dynamic thermal flux conditions based on a thermostatic scaling mechanism»

Andreas Apergis

Mechanical Engineer N.T.U.A.

Abstract

This MSc thesis investigates the transient thermal response of a building-envelope structural element, subjected to dynamically varying external temperature conditions and controlled internal heating. The study aims to analyse the transient thermal behaviour of the system during the transition from an initial equilibrium state to a prescribed final temperature, under time-dependent boundary conditions imposed on the internal surface by a controlled heat flux through a thermostatic control mechanism.

The analysis was conducted in two stages. In the first stage, the heat flux power required under the specified external conditions was determined in order for the thermostatic mechanism to attain the desired thermal conditions at the internal surface. In the second stage, an appropriate control law was implemented in the thermostatic mechanism to achieve the desired conditions in minimum time, according to Bang-Bang control method, and to maintain the temperature within predefined tolerance bands. Three distinct temperature-maintenance strategies were examined, with progressively stricter deviations from the target value, thereby enabling the assessment of the influence of control accuracy, switching frequency of the mechanism, and overall thermal stability.

The system and the thermostatic control mechanism were modelled using COMSOL Multiphysics, which employs the finite element method for numerical computation. The results of the numerical simulations are presented graphically and illustrate the temporal evolution of the internal surface temperature over a ten-day period, as well as the behaviour of the thermostatic mechanism under Bang-Bang control, through the On-Off switching operations required to maintain the temperature within specified limits and through the corresponding switching cycle time. In parallel, the study investigates the influence of both the implementation and the type of control law applied to the thermostatic mechanism, the effect of the thermal inertia of the structural assembly, and the implications of increasingly stringent temperature control requirements. The findings demonstrate that the thermal behaviour of the system is strongly governed by both thermal inertia and the selected control strategy and control law. In conclusion, the study highlights the fundamental trade-off between control accuracy and operational stability, and proposes a criterion for the evaluation and optimisation of building envelopes based on operating conditions and the thermal comfort optimisation requirements of the building.

Keywords

Transient thermal response, Optimal temperature control, Bang-Bang control, Thermostatic control mechanism, Switching ratio, Dead band, Heat flux density, Heat flux

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	v
Abstract	viii
Περιεχόμενα	x
Κατάλογος Εικόνων / Σχημάτων	xii
Κατάλογος Διαγραμμάτων.....	xiii
Κατάλογος Πινάκων	xv
Συντομογραφίες & Ακρωνύμια.....	xvi
Highlights.....	xvii
Συνεισφορά	xviii
1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Αντικείμενο και στόχοι της εργασίας	1
1.2 Μεθοδολογία	2
1.3 Δομή της εργασίας.....	2
2 Μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας.....	4
2.1 Μεταφορά θερμότητας	4
2.2 Φυσικές ιδιότητες της ύλης	4
2.3 Μεταφορά θερμότητας με αγωγή	5
2.3.1 Νόμος του Fourier – Πυκνότητα παροχής θερμότητας	5
2.3.2 Η εξίσωση θερμικής αγωγής του Fourier.....	7
2.4 Μεταφορά θερμότητας με συναγωγή	8
2.5 Μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία.....	9
2.6 Βιβλιογραφική επισκόπηση.....	11
3 Έλεγχος θερμοστατικού μηχανισμού επιβολής ροής θερμότητας στο σύστημα	14
3.1 Στοιχεία από την Θεωρία Αυτόματου Ελέγχου.....	14
3.1.1 Βασικές έννοιες.....	14
3.1.2 Συστήματα ελέγχου με και χωρίς ανάδραση.....	16
3.2 Βέλτιστος έλεγχος.....	17
3.2.1 Μαθηματικά μοντέλα φυσικών συστημάτων.....	17
3.2.2 Πρόβλημα ελάχιστου χρόνου - Μέθοδος Bang – Bang.....	19
3.2.3 Έλεγχος Bang – Bang με υστέρηση – Νεκρή ζώνη	21
4 Μοντέλο θερμικής ανάλυσης.....	25
4.1 Περιγραφή του μοντέλου μελέτης.....	25
4.1.1 Δομή – θερμοφυσικές ιδιότητες.....	25
4.1.2 Παραδοχές Μοντέλου	26
4.2 Χαρακτηριστικά του θερμοστατικού μηχανισμού	29
4.2.1 Τιμή αναφοράς – Νεκρή ζώνη του συστήματος - Νόμος ελέγχου	29
4.2.2 Αρχιτεκτονική συστήματος αυτομάτου ελέγχου του μοντέλου.....	34
5 Θερμική ανάλυση δομικού στοιχείου	35
5.1 Μεθοδολογία διερεύνησης θερμικής απόκρισης δομικού στοιχείου	35
5.1.1 Φάση 1η - Προσδιορισμός εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h	35
5.1.2 Φάση 2η - Εφαρμογή του θερμοστατικού μηχανισμού Bang – Bang στην λειτουργία του συστήματος.....	40
5.1.2.1 Ανάλυση συμπεριφοράς με στρατηγική ελέγχου μέγιστης τιμής νεκρής ζώνης (Dead Band max).....	41
5.1.2.2 Ανάλυση συμπεριφοράς με στρατηγική ελέγχου μέσης τιμής νεκρής ζώνης (Dead Band mean).....	48

5.1.2.3	Ανάλυση συμπεριφοράς με στρατηγική ελέγχου ελάχιστης τιμής νεκρής ζώνης (Dead Band min)	55
5.2	Συνοπτικά αποτελέσματα	62
6	Συμπεράσματα θερμικής ανάλυσης	66
6.1	Σύνοψη.....	66
6.2	Αποτίμηση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης.....	66
6.2.1	Επίδραση ενσωμάτωσης νόμου ελέγχου και βρόχου ανάδρασης στον θερμοστατικό μηχανισμό	66
6.2.2	Επίδραση του είδους του νόμου ελέγχου	67
6.2.3	Επίδραση της νεκρής ζώνης.....	68
6.2.4	Επίδραση της θερμικής αδράνειας του συστήματος	69
6.3	Σχολιασμός	70
6.4	Προτάσεις	71
	Βιβλιογραφικές Αναφορές	73

Κατάλογος Εικόνων / Σχημάτων

Σχήμα 2-1 Μονοδιάστατη αγωγή θερμότητας σε στερεό σώμα. T_1 θερμοκρασία επιφάνειας στην θέση $x=0$ και T_2 η θερμοκρασία της επιφάνειας στο $x=L$, με $T_1>T_2$.	6
Σχήμα 2-2. Φαινόμενο τοπικής μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή, για την περίπτωση επίπεδης πλάκας.	8
Σχήμα 2-3. Μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία μεταξύ σώματος θερμοκρασίας επιφάνειας A_s και θερμοκρασίας T_s που περιβάλλεται από σώμα με επιφανειακή θερμοκρασία T_{sur} . Σημειώνεται και η συναγωγή μεταξύ του σώματος και του αέρα.	10
Σχήμα 3-1 Στοιχειώδες δομικό διάγραμμα ελεγχόμενου συστήματος	15
Σχήμα 3-2 Δομικό διάγραμμα πιθανής αρχιτεκτονικής σύνδεσης Ελεγκτή - Ελεγχόμενου Συστήματος	15
Σχήμα 3-3 Στοιχειώδες δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου για μία είσοδο και μία έξοδο.	16
Σχήμα 3-4 Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου Ανοιχτού Βρόχου	16
Σχήμα 3-5 Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου Κλειστού Βρόχου	17
Σχήμα 3-6 Αναπαράσταση συστήματος στο χώρο κατάστασης.	18
Σχήμα 3-7 Αναπαράσταση μετάβασης συστήματος μέσω δύο δυνητικών τροχιών x_1 , x_2 από μία αρχική κατάσταση $x(t_i)$ σε μία τελική $x(t_f)$.	20
Σχήμα 3-8 Αναπαράσταση της συνάρτησης $p^TB(x,t)$ και της $u^*(t)$ σε σχέση με τον χρόνο, για σύστημα 3ης τάξης.	22
Σχήμα 3-9 Ρυθμιστής με Νεκρή Ζώνη. Διακρίνονται οι περιοχές: I κατάσταση «ON», II: Δεν υπάρχει διέγερση, III: κατάσταση «OFF» (προσαρμογή από Savasci et al. 2026)	23
Σχήμα 3-10 Γραφική αναπαράσταση των χρονικών διαστημάτων t_A , t_F και χρόνου κύκλου t_Z , σε σχέση με την κατάσταση παλμού «ON» και «OFF».	24
Σχήμα 4-1 Η διαμόρφωση του δομικού στοιχείου: (1) Σκυρόδεμα, (2)= Επίχρισμα	26
Σχήμα 4-2. Το αριθμητικό πλέγμα το μοντέλου.	28
Σχήμα 4-3 Ο έλεγχος του συστήματος με μέθοδο Bang-Bang και βρόχο υστέρησης, για την περίπτωση Dead Band max. Διακρίνονται οι περιοχές: I κατάσταση «ON», II: δεν υπάρχει διέγερση, III: κατάσταση «OFF».	30
Σχήμα 4-4 Ο έλεγχος του συστήματος με μέθοδο Bang-Bang και βρόχο υστέρησης, για την περίπτωση Dead Band mean. Διακρίνονται οι περιοχές: I κατάσταση «ON», II: δεν υπάρχει διέγερση, III: κατάσταση «OFF».	31
Σχήμα 4-5. Ο έλεγχος του συστήματος με μέθοδο Bang-Bang και βρόχο υστέρησης, για την περίπτωση Dead Band min. Διακρίνονται οι περιοχές: I κατάσταση «ON», II: δεν υπάρχει διέγερση, III: κατάσταση «OFF».	32
Σχήμα 4-6. Το ελεγχόμενο σύστημα, η εξωτερική διέγερση ($T_{sol-air}$) και ο θερμοστατικός μηχανισμός ελέγχου της πηγής θερμότητας Q_h με βρόχο υστέρησης.	33
Σχήμα 4-7. Το δομικό διάγραμμα του θερμοστατικού μηχανισμού για τον έλεγχο της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρείας του συστήματος.	34

Κατάλογος Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 4-1. Η εξέλιξη της $T_{sol-air}$ σε μία πλήρη περίοδο $P=86.400$ s.	27
Διάγραμμα 5-1. Χρονική μεταβολή για χρονικό διάστημα 10 ημερών, των θερμοκρασιών εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για κλιμακούμενες τιμές εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h	36
Διάγραμμα 5-2. Χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς T_{si} , υπό την επίδραση ροής θερμότητας $Q_h=96$ W/m για χρονικό διάστημα 100 ημερών.	38
Διάγραμμα 5-3. Εστίαση της χρονικής εξέλιξης της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για χρονικό διάστημα 100 ημερών.	39
Διάγραμμα 5-4. Οι μεταγωγές της κατάστασης του θερμοστατικού μηχανισμού για μέρος του συνολικού χρόνου μελέτης, για εύρος Νεκρής Ζώνης= 1.0 °C (Dead Band max).	40
Διάγραμμα 5-5. Χρονική εξέλιξη των θερμοκρασιών εσωτερικής παρειάς (T_{si}) υπό την επίδραση του ελέγχου του θερμοστατικού μηχανισμού με Νεκρή Ζώνη= 1 °C.....	41
Διάγραμμα 5-6. Χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.	42
Διάγραμμα 5-7. Εστιασμένη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.	43
Διάγραμμα 5-8. Η χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C.....	44
Διάγραμμα 5-9. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα από ημέρα 1 έως ημέρα 2.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 2.5 μέχρι και ημέρα 5.5 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C.	45
Διάγραμμα 5-10. Η χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για το χρονικό διάστημα από ημέρα 5.5 έως ημέρα 8.5 (πάνω) και από ημέρα 8.5 μέχρι ημέρα 10 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C.....	46
Διάγραμμα 5-11. Διάγραμμα Απόλυτων Συχνοτήτων κατηγοριοποιημένων τιμών του λόγου Μεταγωγής (ε), για θερμοστατικό έλεγχο με Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C.	47
Διάγραμμα 5-12. Χρονική εξέλιξη των θερμοκρασιών εσωτερικής παρειάς (T_{si}) υπό την επίδραση του ελέγχου του θερμοστατικού μηχανισμού με Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.....	48
Διάγραμμα 5-13. Χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.	49
Διάγραμμα 5-14. Εστιασμένη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.	50
Διάγραμμα 5-15. Η χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.....	51
Διάγραμμα 5-16. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα από ημέρα 1 έως ημέρα 2.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 2.5 μέχρι και ημέρα 5.5 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.	52
Διάγραμμα 5-17. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα από ημέρα 5.5 έως ημέρα 8.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 8.5 μέχρι και ημέρα 10 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.	53

Διάγραμμα 5-18. Διάγραμμα Απόλυτων Συχνοτήτων κατηγοριοποιημένων τιμών του λόγου Μεταγωγής (ϵ), για θερμοστατικό έλεγχο με Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.	54
Διάγραμμα 5-19. Χρονική εξέλιξη των θερμοκρασιών εσωτερικής παρειάς (T_{si}) υπό την επίδραση του ελέγχου του θερμοστατικού μηχανισμού με Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.....	55
Διάγραμμα 5-20. Χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.	56
Διάγραμμα 5-21. Εστιασμένη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.	57
Διάγραμμα 5-22. Η χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ϵ) για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.....	58
Διάγραμμα 5-23. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ϵ) για χρονικό διάστημα από ημέρα 1 έως ημέρα 2.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 2.5 μέχρι και ημέρα 5.5 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.	59
Διάγραμμα 5-24. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ϵ) για χρονικό διάστημα από ημέρα 5.5 έως ημέρα 8.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 8.5 μέχρι και ημέρα 10 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.	60
Διάγραμμα 5-25. Διάγραμμα Απόλυτων Συχνοτήτων κατηγοριοποιημένων τιμών του λόγου Μεταγωγής (ϵ), για θερμοστατικό έλεγχο με Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.	61
Διάγραμμα 5-26. Σύγκριση της χρονικής διάρκειας σε κατάσταση «ON» του θερμοστατικού μηχανισμού, ως ποσοστό του συνολικού χρόνου λειτουργίας.	64
Διάγραμμα 5-27. Σύγκριση της χρονικής διάρκειας σε κατάσταση «OFF» του θερμοστατικού μηχανισμού, ως ποσοστό του συνολικού χρόνου λειτουργίας.	64
Διάγραμμα 5-28. Σύγκριση του συνολικού αριθμού μεταγωγών για το σύστημα, με χρησιμοποίηση 3 διαφορετικών τιμών Νεκρής Ζώνης.	65
Διάγραμμα 5-29. Σύγκριση της καταναλισκόμενης ενέργειας από το σύστημα με χρησιμοποίηση 3 διαφορετικών τιμών Νεκρής Ζώνης.	65

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4-1. Θερμοφυσικές ιδιότητες των υλικών που συνθέτουν το μοντέλο (Πηγή Τ.Ο.Τ.Ε.Ε).....	25
Πίνακας 4-2. Σύνοψη των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για την θεώρηση του μοντέλου.....	32

Συντομογραφίες & Ακρωνύμια

C25 Δομικό στοιχείο από σκυρόδεμα πάχους 25 cm

t_i	Αρχική χρονική στιγμή	[s]
t_f	Τελική χρονική στιγμή	[s]
T_{init}	Αρχική τιμή θερμοκρασίας επιφάνειας εσωτερικής παρειάς	[°C]
T_{max}	Μέγιστη θερμοκρασία	[°C]
T_{min}	Ελάχιστη θερμοκρασία	[°C]
T_{se}	Θερμοκρασία επιφάνειας εξωτερικής παρειάς	[°C]
T_{set}	Επιθυμητή θερμοκρασία επιφάνειας εσωτερικής παρειάς	[°C]
T_{si}	Θερμοκρασία επιφάνειας εσωτερικής παρειάς	[°C]
$T_{sol-air}$	Θερμοκρασία αέρα με συνεισφορά ηλιακής ακτινοβολίας	[°C]
U_{max}	Μέγιστη τιμή ελέγχου	
PI	Επίχρισμα από ασβεστοκονίαμα	
DB	Νεκρή ζώνη	[°C]
α	Θερμοκρασιακή αγωγιμότητα	[m ² /s]
ε	Λόγος μεταγωγής	
λ	Ειδική θερμική αγωγιμότητα	[W/mK]
c_p	Ειδική θερμοχωρητικότητα	[J/kgK]
ρ	Πυκνότητα	[kg/m ³]

Highlights

- Ανάλυση συστήματος αυτόματης ρύθμισης για βέλτιστο έλεγχο ελαχίστου χρόνου (Bang – Bang).
- Ενσωμάτωση συστήματος ελέγχου με ανάδραση και βρόχο υστέρησης και νόμο Bang-Bang σε θερμοστατικό μηχανισμό.
- Περιγραφή του θερμικού μοντέλου και της προσέγγισης για την αριθμητική προσομοίωση της θερμικής συμπεριφοράς του δομικού στοιχείου.
- Αριθμητική προσομοίωση θερμικής συμπεριφοράς δομικού στοιχείου ελεγχόμενο από θερμοστατικό μηχανισμό κλιμάκωσης.
- Παρουσίαση των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης της θερμικής συμπεριφοράς του δομικού στοιχείου.
- Σχολιασμός της επίδρασης των επιμέρους παραμέτρων στην θερμική απόκριση του δομικού στοιχείου.
- Συνεισφορά των αποτελεσμάτων και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Συνεισφορά

Η συνεισφορά της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, εντοπίζεται στην εφαρμογή μίας νεωτεριστικής, συνδυαστικής ανάλυσης της θερμικής συμπεριφοράς ενός κτηριακού δομικού στοιχείου, μέσω ενός στοιχειώδους νόμου ελέγχου για την επιβολή μεταβαλλόμενων οριακών συνθηκών εσωτερικής παρειάς, προκειμένου για την επίτευξη βέλτιστου θερμοκρασιακού ελέγχου της σύνθεσης.

Ταυτόχρονα, αναδεικνύεται μία θεωρητικά δυνατική μέθοδος εξέτασης καταλληλότητας μεταξύ κτηριακών δομικών συνθέσεων, και στρατηγικών επίτευξης και διατήρησης των θερμοκρασιακών συνθηκών λειτουργίας, ανάλογα με τον σκοπό χρήσης της δομικής σύνθεσης.

Επιπροσθέτως, η εργασία προτείνει βήματα για περεταίρω αποσαφήνιση της επίδρασης των παραπάνω χαρακτηριστικών στην επίτευξη βέλτιστου θερμικού ελέγχου του κτηρίου.

1 Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο και στόχοι της εργασίας

Η βελτιστοποίηση του κτηριακού κελύφους είναι κεφαλαιώδους σημασίας για την κατασκευή κτηρίων υψηλής απόδοσης τόσο από την πλευρά κατανάλωσης της ενέργειας όσο και από την πλευρά της επίτευξης συνθηκών άνεσης για τους χρήστες του κτηρίου. Στην βιβλιογραφία συναντώνται αρκετές έρευνες που εξετάζουν την βελτιστοποίηση της θερμικής απόκρισης κατασκευαστικών δομών. Οι περισσότερες επικεντρώνονται στην μεγιστοποίηση της χρονικής υστέρησης φ και στην ελαχιστοποίηση του συντελεστή μείωσης f (Asan, 2000), (Ozel et al., 2007), (Al-Sanea et al., 2011) ακολουθώντας μεθοδολογία που βασίζεται σε μία σταθερή θερμοκρασία ισορροπίας της εσωτερικής πλευράς. Νεότερη έρευνα (Kontoleon et al., 2026), εισάγει την έννοια της δυναμικά μεταβαλλόμενης οριακής συνθήκης στην εσωτερική παρειά, η οποία προκαλείται από την εφαρμογή μίας συνεχόμενης ροής θερμότητας σταθερής ισχύος, και επανεξετάζει την θερμική συμπεριφορά των δομικών συνθέσεων υπό νέο πρίσμα. Σε αυτό το σημείο τοποθετείται η παρούσα εργασία, στην οποία οι οριακές συνθήκες εσωτερικής παρειάς θα είναι αφενός μεταβαλλόμενες και θα επηρεάζονται από μία πηγή θερμότητας, αφετέρου θα είναι ελεγχόμενες μέσω ενός θερμοστατικού μηχανισμού. Η επιθυμητή θερμοκρασία, θα αποτελεί την ελεγχόμενη μεταβλητή του συστήματος, και η βελτιστοποίηση, θα αφορά την ταχύτερη επίτευξη της τιμής στόχου από την αρχική κατάσταση ισορροπίας αλλά και την διατήρησή της εντός συγκεκριμένων ορίων. Υπό αυτήν την έννοια, ο θερμοστατικός μηχανισμός θα υπακούει σε Νόμο ελέγχου Bang-Bang. Κατά αυτόν τον τρόπο, η ρύθμιση της ροής θερμότητας θα μεταβαίνει μεταξύ των καταστάσεων «ON» και «OFF». Οι οριακές συνθήκες της εξωτερικής πλευράς (θερμοκρασία περιβάλλοντος) θα ακολουθούν μία ημιτονοειδή συνάρτηση. Η δομική σύνθεση θα αποτελείται από τσιμέντο C25 και θα έχει επικάλυψη τόσο στο εσωτερικό όσο και στο εξωτερικό μέρος της από ασβεστοκονίαμα (PI). Τα αποτελέσματα της θερμικής ανάλυσης θα εστιάσουν εκτός από την απόκριση της συγκεκριμένης διαμόρφωσης υπό την επίδραση των δυναμικών συνθηκών ροής θερμότητας, και στην ικανότητά της να διατηρήσει με ακρίβεια την συνθήκη.

1.2 Μεθοδολογία

Η μεθοδολογία για την ανάλυση της θερμικής συμπεριφοράς που θα ακολουθηθεί είναι η εξής: αρχικά θα δημιουργηθεί ένα θερμικό μοντέλο της υπό εξέτασης δομικής σύνθεσης. Θα οριστεί η γεωμετρία της δομικής σύνθεσης, τα στοιχεία της διαστρωμάτωσης των υλικών που θα το αποτελούν και οι θερμοφυσικές ιδιότητές τους. Στην συνέχεια, θα διατυπωθεί η μαθηματική σχέση που θα περιγράψει το φαινόμενο της θερμικής αγωγιμότητας, θα διατυπωθούν οι απαραίτητες συνοριακές συνθήκες και αρχικές τιμές του προβλήματος και θα διατυπωθεί ο νόμος ελέγχου και θα οριστούν οι τιμές των νεκρών ζωνών για την ρύθμιση της ροής θερμότητας. Θα ακολουθήσει η υπολογιστική προσομοίωση με την βοήθεια του λογισμικού COMSOL Multiphysics, με την μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Από την προσομοίωση, θα εξαχθούν τα αποτελέσματα της χρονικής εξέλιξης της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς ως προς την επίτευξη της τιμής στόχου, της διατήρησής της εντός συγκεκριμένων ορίων, καθώς και της συμπεριφοράς του θερμοστατικού μηχανισμού για βέλτιστο έλεγχο της θερμοκρασίας.

1.3 Δομή της εργασίας

Η εργασία διαρθρώνεται σε 6 κεφάλαια με την παρακάτω δομή:

Το **πρώτο κεφάλαιο**, αποτελείται από 3 ενότητες στις οποίες παρουσιάζονται το αντικείμενο και οι στόχοι της εργασίας, η μεθοδολογία που θα ακολουθηθεί και η δομή της. Το **δεύτερο κεφάλαιο** ασχολείται με τους μηχανισμούς μεταφοράς θερμότητας και αποτελείται από 6 ενότητες. Στην πρώτη ενότητα αναφέρονται συνοπτικά οι μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας. Στην δεύτερη ενότητα γίνεται αναφορά στις κύριες θερμοφυσικές ιδιότητες της ύλης που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς θερμότητας. Στην τρίτη ενότητα παρουσιάζεται αναλυτικά ο μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας με αγωγή, ο Νόμος του Fourier για την πυκνότητα παροχής θερμότητας και η εξίσωση θερμικής αγωγής του Fourier. Στην τέταρτη ενότητα αναλύεται ο μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή και στην πέμπτη ενότητα ο μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας με ακτινοβολία. Στην έκτη ενότητα γίνεται ανασκόπηση της βιβλιογραφίας και αναφορά σε προγενέστερες μελέτες.

Το **τρίτο κεφάλαιο** ασχολείται με τον έλεγχο του θερμοστατικού μηχανισμού επιβολής ροής θερμότητας στο σύστημα. Αποτελείται από 2 ενότητες. Στην πρώτη ενότητα παρουσιάζονται στοιχεία από την θεωρία αυτόματου ελέγχου, καθώς και οι βασικές έννοιες

των συστημάτων ελέγχου με και χωρίς ανάδραση. Στην δεύτερη ενότητα γίνεται αναφορά για τον βέλτιστο έλεγχο των συστημάτων, τα μαθηματικά μοντέλα των φυσικών συστημάτων, αναλύεται το πρόβλημα ελάχιστου χρόνου με την μέθοδο Bang-Bang και η αναγκαιότητα της νεκρής ζώνης.

Το **τέταρτο κεφάλαιο** ασχολείται με το μοντέλο της θερμικής ανάλυσης και αποτελείται από 2 ενότητες. Στην πρώτη ενότητα περιγράφεται το μοντέλο της μελέτης, αναλύεται η γεωμετρία του, τα υλικά που το αποτελούν με τις θερμοφυσικές ιδιότητές τους και οι παραδοχές του μοντέλου. Στην δεύτερη ενότητα αναλύονται τα χαρακτηριστικά του θερμοστατικού μηχανισμού (τιμή αναφοράς, νεκρή ζώνη, νόμος ελέγχου) και η αρχιτεκτονική του συστήματος αυτομάτου ελέγχου.

Το **πέμπτο κεφάλαιο**, ασχολείται με την παράθεση των αποτελεσμάτων της θερμικής ανάλυσης του δομικού στοιχείου και αποτελείται από 2 ενότητες. Στην πρώτη ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της πρώτης φάσης του προσδιορισμού της εσωτερικής ροής θερμότητας και της δεύτερης φάσης με την εφαρμογή του νόμου ελέγχου για 3 διαφορετικές τιμές της νεκρής ζώνης. Στην δεύτερη ενότητα παρατίθενται μία σύνοψη των αποτελεσμάτων.

Το **έκτο κεφάλαιο** ασχολείται με τα συμπεράσματα της θερμικής ανάλυσης και αποτελείται από 4 ενότητες. Στην πρώτη ενότητα δίνεται μία σύνοψη της εργασίας. Στην δεύτερη ενότητα γίνεται η αποτίμηση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης με σχολιασμό της επίδρασης της ενσωμάτωσης του νόμου ελέγχου, της νεκρής ζώνης, και της θερμικής αδράνειας του συστήματος. Στην τρίτη ενότητα γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων. Στην τέταρτη ενότητα παρατίθενται προτάσεις και διατυπώνονται επιπλέον κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα επί του θέματος και γίνεται αναφορά σε δυνητικές εφαρμογές της μεθόδου.

2 Μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας

2.1 Μεταφορά θερμότητας

Είναι γνωστό από την θερμοδυναμική, ότι η θερμότητα μεταφέρεται από ένα σώμα υψηλής θερμοκρασίας (ζεστό) προς ένα σώμα χαμηλότερης θερμοκρασίας (κρύο) από μόνη της. Το αντίστροφο δεν είναι δυνατό. Ένας απλός ορισμός του όρου «Μεταφορά Θερμότητας» είναι ότι πρόκειται για ενέργεια σε μετάβαση λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς (Incropera). Ο ρόλος του/της Μηχανικού είναι, είτε να εντείνει αυτό το φαινόμενο, είτε να το περιορίσει, ανάλογα με την απαίτηση της τεχνικής εφαρμογής που μελετά. Αυτή η μετάβαση μπορεί να συντελεστεί με 3 τρόπους: αγωγή (conduction), συναγωγή (convection), ακτινοβολία (radiation).

2.2 Φυσικές ιδιότητες της ύλης

Οι μαθηματικοί υπολογισμοί στα προβλήματα μεταφοράς θερμότητας, απαιτούν την χρησιμοποίηση ορισμένων εκ των θερμοφυσικών ιδιοτήτων των υλικών, οι οποίες εμπίπτουν σε δύο διακριτές κατηγορίες: τις ιδιότητες μεταφοράς και τις θερμοδυναμικές ιδιότητες. Στην πρώτη κατηγορία, ανήκει η ειδική θερμική αγωγιμότητα (λ), η οποία ορίζεται με την βοήθεια του Νόμου Fourier που θα διατυπωθεί παρακάτω. Σε τεχνικές μονάδες εκφράζεται σε W/mK. Πρόκειται για μία πολύ σημαντική ιδιότητα του σώματος δια μέσω του οποίου συντελείται μεταφορά θερμότητας, καθώς εκφράζει την ικανότητα μετάδοσης της θερμότητας, με αποτέλεσμα η τιμή του λ ενός υλικού να αποτελεί ένα σημαντικό κριτήριο για την καταλληλότητα χρησιμοποίησης του για μία δεδομένη εφαρμογή (Κακάτσιος, 1994). Η κατάταξη των υλικών (με φθίνουσα σειρά της ειδικής θερμικής αγωγιμότητας που παρουσιάζουν) έχει πρώτα τα καθαρά μέταλλα, μετά τα μεταλλικά κράματα, στην συνέχεια τα υγρά μέταλλα και ακολουθούν τα μη μεταλλικά στερεά και μη μεταλλικά υγρά, ενώ στην τελευταία βαθμίδα είναι τα μονωτικά υλικά και τα αέρια (Κακάτσιος, 1994). Η ειδική θερμική αγωγιμότητα εξαρτάται από την θερμοκρασία αλλά για μικρές θερμοκρασιακές περιοχές μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, ενώ για μεγαλύτερες περιοχές, η τιμή του προσεγγίζεται από μία εξίσωση της μορφής $\lambda = a + bT$ με τα a , b να είναι εμπειρικές σταθερές (McCabe, Smith & Harriot, 2003).

Στην δεύτερη κατηγορία, αυτή των θερμοδυναμικών ιδιοτήτων, ανήκουν η πυκνότητα (ρ) και η ειδική θερμοχωρητικότητα (c_p), η οποία μετρείται σε J/kgK. Το γινόμενο ρc_p (J/m³K)

ορίζει την ογκομετρική θερμοχωρητικότητα ενός υλικού και εκφράζει την ικανότητά του να αποθηκεύει θερμότητα.

Η δυνατότητα ενός σώματος να επιτρέπει την αγωγή θερμικής ενέργειας σε σχέση με την δυνατότητά του να την αποθηκεύει, περιγράφεται με την θερμοκρασιακή αγωγιμότητα ή θερμική διαχυτότητα και ισούται με:

$$\alpha = \frac{\lambda}{c_p \rho}$$

Η θερμοκρασιακή αγωγιμότητα εκφράζεται σε m^2/s . Υψηλές τιμές συνεπάγονται γρήγορη ανταπόκριση στις αλλαγές του θερμικού περιβάλλοντός, ενώ χαμηλή θερμοκρασιακή αγωγιμότητα σημαίνει ότι το υλικό θα χρειαστεί μεγαλύτερο χρόνο για να έλθει σε κατάσταση ισορροπίας (Incropera, DeWitt, 1996).

2.3 Μεταφορά θερμότητας με αγωγή

Η μεταφορά θερμότητας με αγωγή, οφείλεται στην δραστηριότητα στο επίπεδο των ατόμων και των μορίων των υλικών (στερεών, υγρών, αερίων). Η αγωγή διατηρείται από διαδικασίες όπως η διάχυση των ελεύθερων ηλεκτρονίων ή οι ταλαντώσεις των μορίων που συντελούνται σε αυτές τις κλίμακες των υλικών (Incropera, DeWitt, 1996).

2.3.1 Νόμος του Fourier – Πυκνότητα παροχής θερμότητας

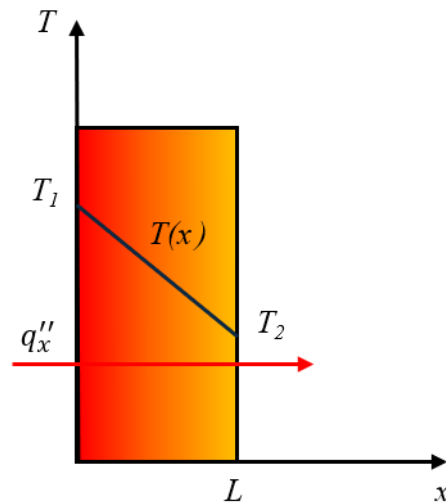
Στην περίπτωση του μονοδιάστατου επίπεδου τοίχου όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1, με γραμμική κατανομή θερμοκρασίας $T(x)$, ο υπολογισμός της μεταφερόμενης θερμότητας για την περίπτωση της μονοδιάστατης μετάδοσης είναι δυνατός μέσω της σχέσης του Fourier:

$$q_x'' = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

Όπου:

q_x'' : η πυκνότητα παροχής θερμότητας κατά την διεύθυνση του άξονα x , ανά μονάδα επιφάνειας (W/m^2), κάθετα στην διεύθυνση της μεταφοράς. Εκφράζει την θερμότητα που μεταφέρεται με αγωγή παράλληλα στον οριζόντιο άξονα x .

Το αρνητικό πρόσημο είναι αποτέλεσμα του γεγονότος ότι η θερμότητα μεταφέρεται στην κατεύθυνση που μειώνεται η θερμοκρασία.



Σχήμα 2-1 Μονοδιάστατη αγωγή θερμότητας σε στερεό σώμα. T_1 θερμοκρασία επιφάνειας στην θέση $x=0$ και T_2 η θερμοκρασία της επιφάνειας στο $x=L$, με $T_1 > T_2$.

Εάν το πάχος του σώματος είναι L , και από την γραμμική κατανομή της θερμοκρασίας $T(x)$ η θερμοκρασία στην θέση $x=0$ είναι T_1 και στην θέση $x=L$ είναι T_2 , τότε η βαθμίδα της θερμοκρασίας $\frac{dT}{dx}$ υπολογίζεται ως:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L} = \frac{\Delta T}{L}$$

Συνεπώς, η πυκνότητα παροχής θερμότητας είναι:

$$q_x'' = -\lambda \frac{\Delta T}{L}$$

Εάν θεωρήσουμε ότι η επιφάνεια του τοίχου έχει εμβαδό A , τότε το ρεύμα θερμότητας που διέρχεται μέσω αυτής, υπολογίζεται από την σχέση:

$$q_x = A q_x''$$

Από τον νόμο του Fourier, συνεπάγεται ότι (Incropera, DeWitt, 1996) η πυκνότητα παροχής θερμότητας είναι ένα διάνυσμα με διεύθυνση κάθετη στην διατομή επιφάνειας A , ή γενικότερα, η κατεύθυνση του ρεύματος θερμότητας είναι πάντοτε κάθετη προς μία επιφάνεια με σταθερή θερμοκρασία, δηλαδή μιας ισοθερμικής επιφάνειας. Στο σχήμα 2.1 φαίνεται η κατεύθυνση της πυκνότητας παροχής θερμότητας q_x'' σε έναν επίπεδο τοίχο με βαθμίδα θερμοκρασίας $\left(\frac{dT}{dx}\right)$ αρνητική ($T_2 < T_1$). Η πυκνότητα παροχής θερμότητας που προκύπτει είναι θετική, ενώ οι ισοθερμικές επιφάνειες με θερμοκρασίες T_1 και T_2 είναι κάθετες στην κατεύθυνση του άξονα x . Υπό την έννοια του διανυσματικού μεγέθους, μία

πιο γενικευμένη μορφή του νόμου διατυπωμένη στις 3 διαστάσεις (x,y,z) του χώρου, είναι η παρακάτω:

$$q'' = -\lambda \nabla T = -\lambda \left(i \frac{\partial T}{\partial x} + j \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

Όπου T, ένα βαθμωτό θερμοκρασιακό πεδίο T(x,y,z).

Η παραπάνω σχέση προϋποθέτει ότι το σώμα μέσα στο οποίο συντελείται η αγωγή της θερμότητας, είναι ισοτροπικό, δηλαδή η τιμή της ειδικής θερμικής αγωγιμότητας (λ) είναι ανεξάρτητη από την κατεύθυνση των συντεταγμένων.

Η σπουδαιότητα του Νόμου Fourier, είναι κεφαλαιώδους σημασίας για την μελέτη της μεταφοράς θερμότητας με αγωγή. Συνοψίζοντας:

- Η μαθηματική του διατύπωση, δεν προέρχεται ούτε και μπορεί να διεξαχθεί από κάποιες γνωστές αρχές. Είναι μία γενίκευση που προκύπτει από πειραματικές παρατηρήσεις (Incropera, DeWitt, 1996).
- Με τον Νόμο του Fourier, ορίζεται το σημαντικό χαρακτηριστικό της ειδικής θερμικής αγωγιμότητας (λ), μίας θερμοφυσικής ιδιότητας του υλικού.
- Η διανυσματική του μορφή, υποδεικνύει ότι η πυκνότητα παροχής θερμότητας είναι κάθετη σε μία ισόθερμη επιφάνεια και συντελείται στην κατεύθυνση που η θερμοκρασία μειώνεται (Incropera, DeWitt, 1996).

2.3.2 Η εξίσωση θερμικής αγωγής του Fourier

Ο προσδιορισμός του θερμοκρασιακού πεδίου που δημιουργείται σε ένα σώμα, με βάση τις θερμοκρασιακές συνθήκες που επικρατούν στα όριά του, αποτελεί βασικό σκοπό της ανάλυσης του φαινομένου της μεταφοράς θερμότητας με αγωγή. Η βασική επιδίωξη, είναι η εύρεση της κατανομής της θερμοκρασίας εντός του σώματος, και πως αυτή αλλάζει με τη θέση. Με γνωστή την κατανομή, είναι δυνατή η χρησιμοποίηση του Νόμου Fourier, για να υπολογιστεί η πυκνότητα παροχής θερμότητας λόγω αγωγής σε οποιοδήποτε σημείο του, εσωτερικό ή εξωτερικό. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος, χρησιμοποιείται η εξίσωση της θερμικής αγωγής του Fourier, η μορφή της οποίας για καρτεσιανές συντεταγμένες είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Όπου:

$\dot{q}$: ποσό θερμότητας που εκλύεται ανά μονάδα χρόνου και όγκου (W/m^3) από πηγή θερμότητας εντός του υπό εξέταση σώματος.

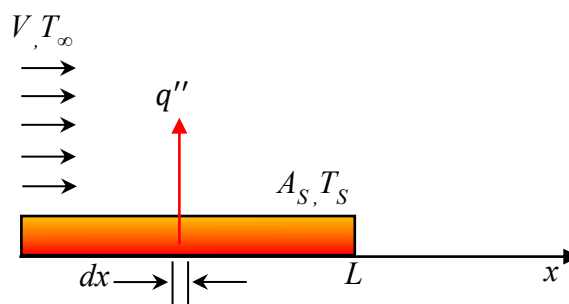
Με την εισαγωγή του όρου της θερμοκρασιακής αγωγιμότητας (α), και για την περίπτωση που η ειδική θερμική αγωγιμότητα είναι σταθερή, η εξίσωση λαμβάνει την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Η εξίσωση της θερμικής αγωγής, δηλώνει ότι σε οποιοδήποτε σημείο του σώματος, το άθροισμα του ρυθμού θερμικής ενέργειας που μεταφέρεται μέσω αγωγής εντός μίας μονάδας όγκου και του ογκομετρικού ρυθμού της παραγόμενης θερμικής ενέργειας, ισούνται με τον ρυθμό μεταβολής της θερμικής ενέργειας που αποθηκεύεται εντός του όγκου (Incropera, DeWitt, 1996).

2.4 Μεταφορά θερμότητας με συναγωγή

Η συναγωγή αναφέρεται στην μεταφορά θερμότητας μεταξύ μίας επιφάνειας και ενός κινούμενου ρευστού. Θεωρούμε ροή ρευστού ταχύτητας V , και θερμοκρασίας T_∞ , πάνω από μία πλάκα μήκους L , επιφάνειας A_s (σχήμα 2.2) με ομοιόμορφη θερμοκρασία επιφάνειας T_s .



Σχήμα 2-2. Φαινόμενο τοπικής μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή, για την περίπτωση επίπεδης πλάκας.

Εάν οι θερμοκρασίες του ρευστού και της επιφάνειας διαφέρουν ($T_\infty \neq T_s$), θα υπάρξει τοπική πυκνότητα παροχής θερμότητας, η οποία υπολογίζεται από τον Νόμο ψύξης του Newton:

$$q'' = h(T_s - T_\infty)$$

Όπου:

q'' : η πυκνότητα παροχής θερμότητας, ανά μονάδα επιφάνειας (W/m^2). Εκφράζει την θερμότητα που μεταφέρεται με συναγωγή.

h : η τοπική ειδική συναγωγιμότητα ε κάποιο σημείο της επιφάνειας, που εκφράζεται με μονάδες ($\text{W}/\text{m}^2\text{K}$).

Λόγω μεταβαλλόμενων συνθηκών ροής επάνω στην επιφάνεια της πλάκας, τα μεγέθη q και h είναι μεταβαλλόμενα. Το συνολικό ρεύμα θερμότητας Q (W) θα προκύψει (Incropera, DeWitt, 1996) με ολοκλήρωση επάνω στην επιφάνεια A_S :

$$Q = \int_{A_S} q dA_S$$

Από την οποία τελικά θα προκύψει η σχέση:

$$Q = \bar{h} A_S (T_S - T_\infty)$$

Όπου $\bar{h}$, η μέση ειδική συναγωγιμότητα ($\text{W}/\text{m}^2\text{K}$) για ολόκληρη την επιφάνεια του σώματος

2.5 Μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία

Η μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία, συντελείται μέσω ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Μία σημαντική διαφορά του μηχανισμού αυτού σε σχέση με τον αντίστοιχο της αγωγής και της συναγωγής, είναι ότι ενώ οι δύο τελευταίοι προϋποθέτουν την ύπαρξη κάποιου υλικού μέσου, για την περίπτωση της ακτινοβολίας αυτό δεν είναι απαραίτητο (Incropera, DeWitt, 1996). Η μεταφορά θερμότητας μέσω ακτινοβολίας συντελείται και στο κενό, με μεγαλύτερη ένταση.

Η εκπομπή της ακτινοβολίας από την επιφάνεια ενός σώματος, οφείλεται στην θερμική ενέργεια που περικλείεται από την επιφάνεια, και ο ρυθμός με τον οποίο αυτή απελευθερώνεται ανά μονάδα επιφανείας, ονομάζεται ισχύς εκπομπής της επιφάνειας E και εκφράζεται σε W/m^2 . Ο Νόμος των Stefan-Boltzmann θέτει ως άνω όριο στην ισχύ εκπομπής, αυτή του μέλανος σώματος:

$$E_b = \sigma T^4_s$$

Όπου:

T_s : η απόλυτη θερμοκρασία της επιφάνειας (K)

σ : η σταθερά Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2\text{K}^4$)

Για ένα πραγματικό, μη μαύρο σώμα, η πυκνότητα παροχής θερμότητας είναι μικρότερη και υπολογίζεται από την σχέση:

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4$$

Όπου:

ε : είναι ο συντελεστής εκπομπής του σώματος με τιμές στην περιοχή $0 \leq \varepsilon \leq 1$ που εκφράζει πόσο αποδοτικά η συγκεκριμένη επιφάνεια ακτινοβολεί ενέργεια σε σχέση με το μέλαν σώμα.

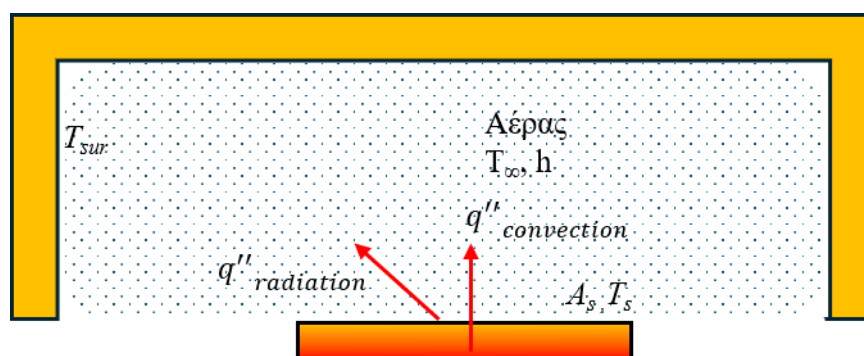
Η ακτινοβολία σε ένα σώμα μπορεί να είναι και προσπίπτουσα, προερχόμενη από άλλες επιφάνειες. Ο ρυθμός με τον οποίο αυτή η ενέργεια προσπίπτει στην επιφάνεια ονομάζεται ακτινοβολήση G . Σε αυτήν την περίπτωση, ένα μέρος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας θα απορροφηθεί (G_{abs}) και θα προκαλέσει αύξηση της θερμικής ενέργειας του υλικού. Ο ρυθμός απορρόφησης ανά μονάδα επιφάνειας, ισούται με:

$$G_{abs} = \alpha G$$

Όπου:

α : είναι ο συντελεστής απορροφητικότητας της επιφάνειας, με τιμές στην περιοχή $0 \leq \alpha \leq 1$.

Μία ιδιαίτερα σημαντική περίπτωση είναι αυτή όπου ένα σώμα περιβάλλεται εξ ολοκλήρου από ένα άλλο ενώ στον χώρο μεταξύ τους παρεμβάλλεται ένα ρευστό (αέριο) όπως στο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2-3. Μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία μεταξύ σώματος θερμοκρασίας επιφάνειας A_s και θερμοκρασίας T_s που περιβάλλεται από σώμα με επιφανειακή θερμοκρασία T_{sur} . Σημειώνεται και η συναγωγή μεταξύ του σώματος και του αέρα.

Η πυκνότητα παροχής θερμότητας που ακτινοβολείται από το σώμα επιφάνειας A_s προς το σώμα που το περιβάλλει είναι:

$$q''_{rad} = \varepsilon E_b(T_s) - \alpha G = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{sur}^4)$$

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου είναι χρήσιμη η διατύπωση της εξίσωσης υπολογισμού του ρεύματος θερμότητας λόγω ακτινοβολίας, με τρόπο παρόμοιο με αυτόν της συναγωγής:

$$q_{rad} = h_r A (T_s - T_{sur})$$

Όπου:

h_r : η ειδική συναγωγιμότητα της ακτινοβολίας για την οποία θα ισχύει:

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_s + T_{sur})(T_s^2 + T_{sur}^2)$$

Αυτή η διατύπωση δείχνει την ισχυρή εξάρτηση του h_r της ακτινοβολίας, με την θερμοκρασία, σε αντιδιαστολή με τον αντίστοιχο συντελεστή της συναγωγής.

Τέλος, το ολικό ρεύμα θερμότητας για την μικρή επιφάνεια θα ισούται με το άθροισμα του ρεύματος συναγωγής και του ρεύματος ακτινοβολίας:

$$q = q_{conv} + q_{rad} = h A_s (T_s - T_{\infty}) + \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{sur}^4)$$

2.6 Βιβλιογραφική επισκόπηση

Το ποσό της θερμότητας που αποθηκεύεται και απελευθερώνεται στον όγκο ενός κτηρίου διαμέσω του κελύφους του, αποτελεί βασική προτεραιότητα για την βελτιστοποίηση της ενεργειακής κατανάλωσης και της επίτευξης εσωτερικών συνθηκών άνεσης. Στην βιβλιογραφία, οι άξονες διερεύνησης του θέματος, περιστρέφονται κυρίως γύρω από την επίδραση των υλικών και της δομικής σύνθεσης στην θερμική απόκριση της διαμόρφωσης. Η επίδραση της των θερμοφυσικών ιδιοτήτων στα χαρακτηριστικά της υστέρησης φ και της απομείωσης f έχει διερευνηθεί σε μεγάλο βαθμό. Σύμφωνα με τους Asan et al., (1998) η θερμική αδράνεια έχει μικρή επίδραση στην απομείωση f , ενώ η χαμηλή ειδική θερμοχωρητικότητα (c_p) και η υψηλή ειδική θερμική αγωγιμότητα (λ), συνδέονται άμεσα με την μικρή υστέρηση φ . Σε επόμενη μελέτη του ο Asan (1998), μελέτησε την επίδραση της κατανομής της μόνωσης, με 4 διαφορετικές θέσεις τοποθέτησης μονωτικού υλικού σε τοιχοποιία σταθερού συνολικού μήκους (1 πλήρες κομμάτι είτε στην εσωτερική είτε στην εξωτερική είτε στην μέση είτε μισό κομμάτι στην εξωτερική πλευρά με το άλλο μισό στην εσωτερική). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η θέση της μόνωσης επηρεάζει άμεσα την θερμική απόκριση, με τα καλύτερα συγκριτικά αποτελέσματα να δίνονται στην περίπτωση των 2 μισών κομματιών. Προσπαθώντας να προσδιορίσει την βέλτιστη θέση της μόνωσης,

δηλαδή αυτή που δίνει τον χαμηλότερο συντελεστή εξασθένισης (f) και τον μεγαλύτερο συντελεστή υστέρησης φάσης (ϕ), ο Asan (2000), έδειξε ότι πρακτικά η μόνωση δεν πρέπει να χρησιμοποιείται ποτέ ως ένα κομμάτι σε ένα τυχαίο σημείο του δομικού στοιχείου αλλά να μοιράζεται μισή στην εξωτερική πλευρά και μισή στο κέντρο, καθώς οι προκύπτουσες τιμές f, ϕ από αυτήν την πρακτική, είναι πολύ κοντά στις βέλτιστες. Τα αποτελέσματα των εργασιών του Asan, επιβεβαιώνονται και από τους Ozel et al., (2007) οι οποίοι μελέτησαν διαμορφώσεις με 3 μέρη μόνωσης, και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ακόμη καλύτερα αποτελέσματα επιτυγχάνονται με την χρήση ενός ενδιάμεσου στρώματος μόνωσης στην τοιχοποιία.

Στον ίδιο άξονα, αλλά με σύνδεση της θερμικής συμπεριφοράς με την ενεργειακή κατανάλωση, εντάσσεται η εργασία Al-Sanea et al., (2011). Τα αποτελέσματα των υπολογισμών για πολυστρωματικές τοιχοποιίες ίδιας θερμικής μάζας, σε φορτία χειμών και θέρους, οδηγούν στην εύρεση ενός βέλτιστου πάχους μόνωσης (που συναρτάται από την σχέση κόστους μεταξύ της καταναλισκόμενης ενέργειας και της μόνωσης). Το πάχος αυτό, είναι ανεξάρτητο από την θέση τοποθέτησης εντός της τοιχοποιίας, ωστόσο τα καλύτερα αποτελέσματα επιτυγχάνονται με την διαίρεση του σε 3 επιμέρους στρώματα ίσου πάχους, για τοποθέτηση στο μέσον, στην εξωτερική και εσωτερική πλευρά.

Πρόσθετες παράμετροι που υπεισέρχονται στο πρόβλημα της θερμικής απόκρισης επιδιώκει να προσδιορίσει η έρευνα των Kontoleon & Bikas (2007) η εργασία των οποίων επικεντρώνεται στην επίδραση του συντελεστή ηλιακής απορροφητικότητας (a_s) για επιφάνειες με νότιο προσανατολισμό. Τα αποτελέσματα δείχνουν πως για τιμές του $a_s = 0.2$ η υστέρηση φάσης εμφάνισης των μεγίστων εξωτερικών θερμοκρασιών είναι η μέγιστη, ενώ αυξανόμενης της τιμής a_s , ο συντελεστής απομείωσης ακολουθεί μειούμενη πορεία προς μία σταθερή τιμή. Ως συμπέρασμα, η χρησιμοποίηση λευκού χρώματος σε επιφάνειες νότιου προσανατολισμού, βοηθά στην διατήρηση του βέλτιστου a_s και κατά συνέπεια συντελεί στον έλεγχο της θερμοκρασίας κατά την καλοκαιρινή περίοδο. Η εργασία των Kontoleon & Eumorphoulou (2008), επεκτείνει την έρευνα για όλους τους προσανατολισμούς (Ανατολικό, Δυτικό, Βόρειο & Νότιο) για την περίοδο ψύξης. Τα ευρήματα της εργασίας καταδεικνύουν ότι οι επιφάνειες με ανατολικό προσανατολισμό παρουσιάζουν τις μέγιστες τιμές χρονικής μετατόπισης, με εκείνες με δυτικό προσανατολισμό να παρουσιάζουν τις μικρότερες τιμές. Η εξασθένιση της θερμοκρασίας

λαμβάνει τις χαμηλότερες τιμές για τις ανατολικές επιφάνειες, με τις υψηλότερες τιμές να εμφανίζονται για τις βορινές επιφάνειες.

Η συντριπτική πλειοψηφία των μελετών που παρουσιάζεται στην βιβλιογραφία, εξετάζει την θερμική απόκριση ακολουθώντας το πρότυπο Standard EN ISO 13786:2007, το οποίο θεωρεί ημιτονοειδείς μεταβολές της θερμοκρασίας ή και της ροής θερμότητας. Για τις ανάγκες επίλυσης της εξίσωσης διάχυσης, και για τις οριακές συνθήκες της εξωτερικής πλευράς (περιβάλλον) οι εργασίες των Ulgen (2002), Asan and Sancaktar (1998), Asan (2006) βασίζονται σε ημιτονοειδή μεταβολή της θερμοκρασίας $T_{sol-air}$ ενώ οι Kontoleon & Bikas (2007) και Kontoleon & Eumorphopoulou (2008) την εξετάζουν ως μη ημιτονοειδή περιοδική. Αντίστοιχα, στην εσωτερική πλευρά, η οριακή συνθήκη λαμβάνεται ως μία σταθερή, προκαθορισμένη θερμοκρασία. Σύμφωνα με τους Kontoleon et al., (2026), διαπιστώνεται ένα κενό στην έρευνα, καθώς εκλείπουν μελέτες όπου στην εσωτερική πλευρά επικρατούν μη σταθερές συνθήκες που μεταβάλλουν στιγμιαία την αρχική ισορροπία, και προτείνουν μία νέα μεθοδολογία. Στην εργασία τους, μελετήθηκαν 4 διαφορετικές διαμορφώσεις με τον ρόλο της θερμικής μάζας να αναλαμβάνει διατομή από τσιμέντο C25, με 2 διαφορετικές θέσεις της μόνωσης πετροβάμβακα (εσωτερικά / εξωτερικά) και 2 διαφορετικά πάχη. Στην εσωτερική πλευρά, ως οριακή συνθήκη, εφαρμόστηκε σταθερή ροή θερμότητας, όπως αυτές που δημιουργούνται στα πραγματικά κτήρια από την χρησιμοποίηση συστημάτων κλιματισμού. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων, μεταξύ της νέας και της κλασικής προσέγγισης, έδειξαν την ίδια ποιοτική συμπεριφορά των συντελεστών απομείωσης (f), αν και αριθμητικά, η νέα προσέγγιση εμφάνισε υπερεκτιμημένες τιμές, ιδιαίτερα για διατάξεις με εσωτερική μόνωση. Η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της χρονικής υστέρησης (ϕ), έδειξε μία αντίστροφη κατάταξη στους συντελεστές, ωστόσο, οι αριθμητικές διαφορές είναι συγκριτικά μειωμένες.

3 Έλεγχος θερμοστατικού μηχανισμού επιβολής ροής θερμότητας στο σύστημα

3.1 Στοιχεία από την Θεωρία Αυτόματου Ελέγχου

3.1.1 Βασικές έννοιες

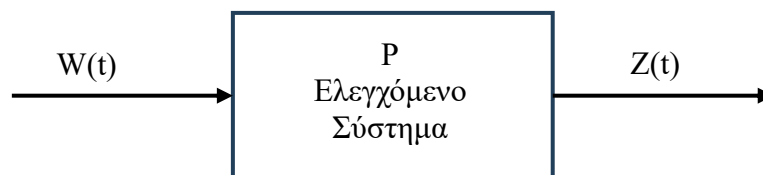
Ως «Σύστημα» μπορεί να εκληφθεί ένας συνδυασμός στοιχείων (μηχανικών, ηλεκτρικών χημικών κλπ), τα οποία, με την μεταξύ τους αλληλεπίδραση παράγουν μία λειτουργία, η οποία δεν θα μπορούσε να παραχθεί από την επιμέρους δράση αυτών των στοιχείων (Κρικέλης 1992). Η αυτόματη ρύθμιση της λειτουργίας ενός ελεγχόμενου συστήματος αφορά την ανάληψη δράσης για την επίτευξη μίας επιθυμητής συνθήκης λειτουργίας, η οποία καλείται τιμή αναφοράς – reference point ή προκαθορισμένη τιμή - set point, χωρίς ανάγκη ανθρώπινης παρέμβασης, μέσω ενός κατάλληλου «Συστήματος Ελέγχου» (Σιέττος, Μπάφας, 2015).

Σε κάθε σύστημα, διακρίνουμε τις «Εισόδους» και τις «Εξόδους». Πρόκειται για διάφορα χρονικά μεταβαλλόμενα φυσικά μεγέθη, που αποτελούν τα «Σήματα». Οι είσοδοι (ή διεγέρσεις), είναι το σύνολο των δυναμικών μεταβλητών που επενεργούν στο σύστημα, ενώ οι εξοδοι ή αποκρίσεις, είναι ένα επίσης σύνολο δυναμικών μεταβλητών που αποτυπώνουν τις αλλαγές στην κατάσταση του συστήματος λόγω της επενέργειας των εισόδων. Η διάκριση των σημάτων είναι κεφαλαιώδους σημασίας, καθώς μας επιτρέπει την ταξινόμηση των συστημάτων σε κατηγορίες. Έτσι, με βάση την σχέση των εισόδων - εξόδων, διακρίνουμε τα «Χρονικά Αμετάβλητα» συστήματα, στα οποία οι είσοδοι και εξοδοι δεν μεταβάλλονται χρονικά και στα «Χρονικά Μεταβλητά» συστήματα, στα οποία υπάρχει χρονική μεταβολή. Επιπλέον, εάν οι τιμές των εξόδων, για κάθε χρονική στιγμή (t) εξαρτώνται, το πολύ, από τις αντίστοιχες τιμές των εισόδων για την ίδια χρονική στιγμή (t) και όχι από προγενέστερες ή μελλοντικές, τότε το σύστημα είναι «Στατικό». Στην περίπτωση που οι τιμές της εξόδου εξαρτώνται και από τις αντίστοιχες τιμές των εισόδων για την ίδια χρονική στιγμή (t) και από προγενέστερες χρονικά τιμές της εισόδου, τότε το σύστημα ονομάζεται «Δυναμικό» (Κρικέλης, 1992). Τέλος, μία ακόμη κατάταξη των συστημάτων αφορά τα «Γραμμικά» και τα «Μη Γραμμικά», με τα πρώτα να είναι αυτά όπου ισχύει η αρχή της επαλληλίας των σημάτων, χωρίς να επιδέχονται παραμόρφωση και που μαθηματικά περιγράφονται από γραμμικές διαφορικές εξισώσεις (Σιέττος, Μπάφας, 2015).

Συνοψίζοντας, ένα ελεγχόμενο σύστημα μπορεί να αναπαρασταθεί ως μία μαθηματική απεικόνιση P , η οποία συσχετίζει μία συνάρτηση εισόδου $W(t)$ με μία συνάρτηση εξόδου $Z(t)$ (Πουλιέζος, 2015):

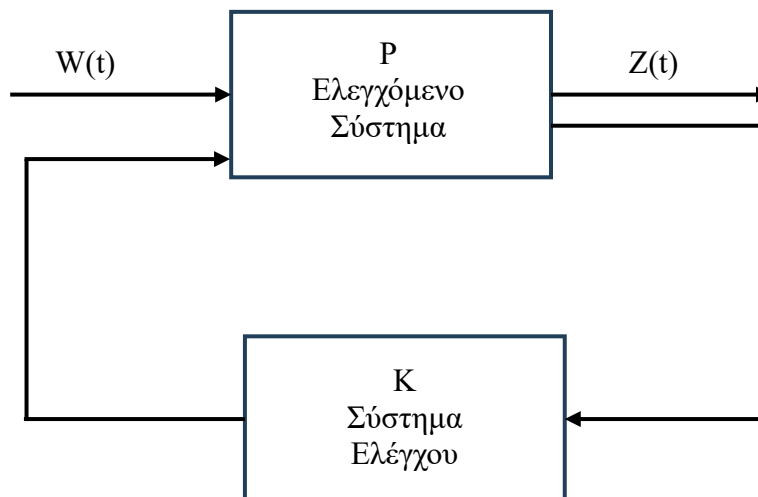
$$Z(t)=P[W(t)]$$

Για την απεικόνιση μίας τέτοιας σχέσης, χρησιμοποιείται ένα κατάλληλο δομικό διάγραμμα (block diagram) όπως στο σχήμα 3.1:



Σχήμα 3-1 Στοιχειώδες δομικό διάγραμμα ελεγχόμενου συστήματος

Ως «Σύστημα Ελέγχου», θεωρούμε ένα αντίστοιχο υποσύστημα K (Ελεγκτής ή Ρυθμιστής), το οποίο συνδεόμενο κατάλληλα με το P , ελέγχει ή και βελτιστοποιεί μία παράμετρο του συστήματος P και K (Πουλιέζος, 2015). Ένα δομικό διάγραμμα μίας πιθανής αρχιτεκτονικής απεικονίζεται στο Σχ. 3.2:

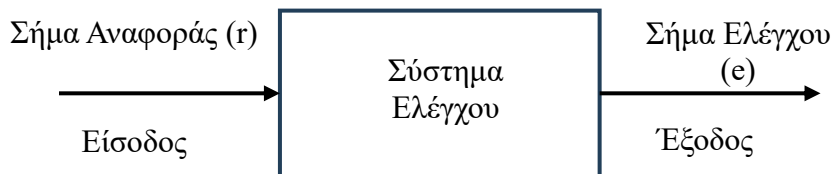


Σχήμα 3-2 Δομικό διάγραμμα πιθανής αρχιτεκτονικής σύνδεσης Ελεγκτή - Ελεγχόμενου Συστήματος

3.1.2 Συστήματα ελέγχου με και χωρίς ανάδραση

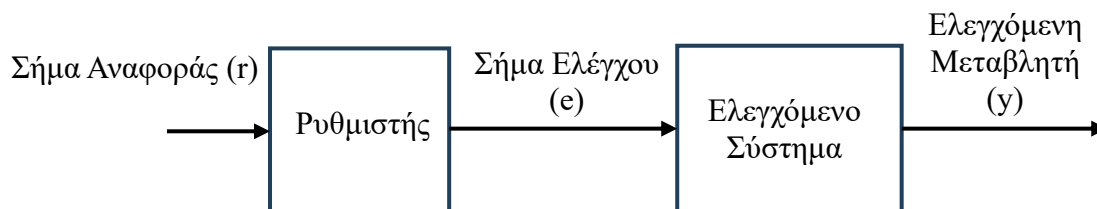
Η βασική μονάδα ενός συστήματος ελέγχου, αποτελείται από έναν ελεγκτή ή ρυθμιστή και απεικονίζεται στο σχήμα 3.3 με ένα απλό δομικό διάγραμμα. Σε αυτό διακρίνονται:

- Το σήμα αναφοράς (r), που αποτελεί την είσοδο
- Το σήμα ελέγχου (e) που αποτελεί την έξοδο



Σχήμα 3-3 Στοιχειώδες δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου για μία είσοδο και μία έξοδο.

Η απλούστερη μορφή ελέγχου ενός συστήματος είναι αυτή με αρχιτεκτονική Ανοιχτού Βρόχου ή χωρίς Ανάδραση (feedback), και παρουσιάζεται στο παρακάτω δομικό διάγραμμα του σχήματος 3.4.

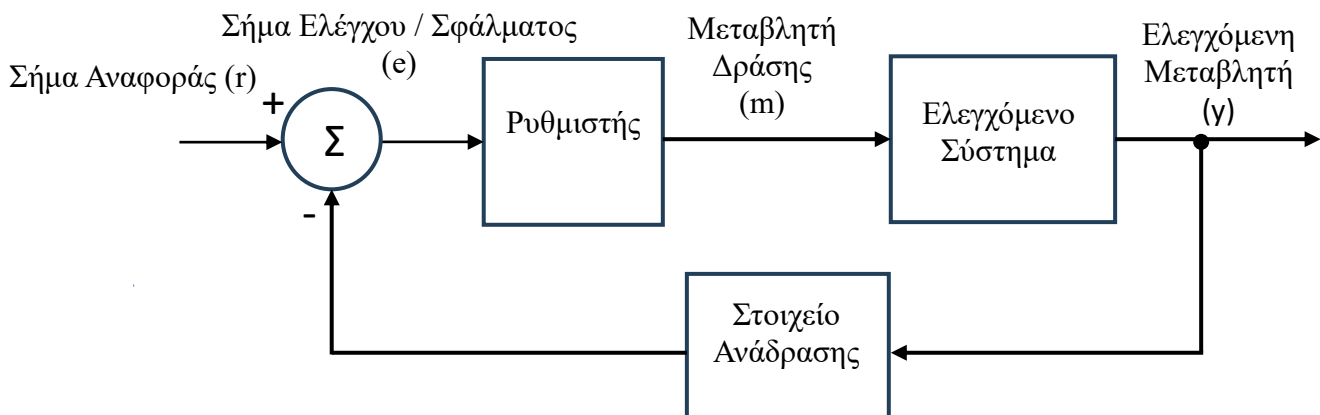


Σχήμα 3-4 Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου Ανοιχτού Βρόχου

Σε ένα τέτοιο σύστημα, η ακρίβεια ελέγχου είναι μικρή, καθώς η αποτελεσματικότητα της ρύθμισης προσδιορίζεται από το σήμα αναφοράς (r) και δεν εξαρτάται από την απόκριση (y) του ελεγχόμενου συστήματος.

Εάν, όμως, υπάρχει διασύνδεση ανάμεσα στο αποτέλεσμα και την αιτία, η ακρίβεια ελέγχου θα αυξηθεί. Αυτό επιτυγχάνεται με την ανάδραση ή ανατροφοδότηση: η ελεγχόμενη μεταβλητή ανατροφοδοτείται στο σύστημα, και η πραγματική της τιμή συγκρίνεται με την επιθυμητή τιμή αναφοράς. Το αποτέλεσμα αυτής της σύγκρισης, παρέχει την πληροφορία της απόκλισης του συστήματος ρύθμισης. Με αυτόν τον τρόπο, είναι δυνατό σε κάθε τιμή αναφοράς να αντιστοιχεί συγκεκριμένη συνθήκη λειτουργίας των στοιχείων του

συστήματος, προς μείωση της απόκλισης (Σιέττος, Μπάφας, 2015). Η ανατροφοδότηση χρειάζεται διαφορετική αρχιτεκτονική συστήματος, αυτήν του Κλειστού Βρόχου. Μία τέτοια συνδεσμολογία απεικονίζεται στο δομικό διάγραμμα του σχήματος 3.5.



Σχήμα 3-5 Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου Κλειστού Βρόχου

Στο σχήμα 3.5 φαίνεται ότι πλέον ο ρυθμιστής έχει αναβαθμιστεί και εμπεριέχει πλέον ένα στοιχείο ανάδρασης που ανατροφοδοτεί την απόκριση του συστήματος σε έναν συγκριτή που την αφαιρεί από το σήμα αναφοράς και υπολογίζει την ρυθμιστική απόκλιση e . Με τον τρόπο αυτό, το ελεγχόμενο σύστημα λαμβάνει την κατάλληλη μεταβλητή δράσης m .

3.2 Βέλτιστος έλεγχος

3.2.1 Μαθηματικά μοντέλα φυσικών συστημάτων

Η Σύγχρονη Θεωρία Ελέγχου εξετάζει τα συστήματα στον «Χώρο Κατάστασης» (State Space). Στα πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής, συγκαταλέγονται (Κρικέλης, 1992):

- Η δυνατότητα σχεδιασμού με βάση δεικτών λειτουργικής απόδοσης
- Η δυνατότητα συμπερίληψης στον σχεδιασμό, των αρχικών συνθηκών
- Η κάλυψη μεγάλης κατηγορίας συναρτήσεων εισόδων (κρουστική, βαθμίδα, ημιτονοειδής)

Σύμφωνα με την θεωρία αυτή, ορίζονται ως:

«**Μεταβλητές Κατάστασης**» (State Variables): το μικρότερο δυνατό σύνολο των μεταβλητών που καθορίζουν την κατάσταση του δυναμικού συστήματος. Συμβολίζονται

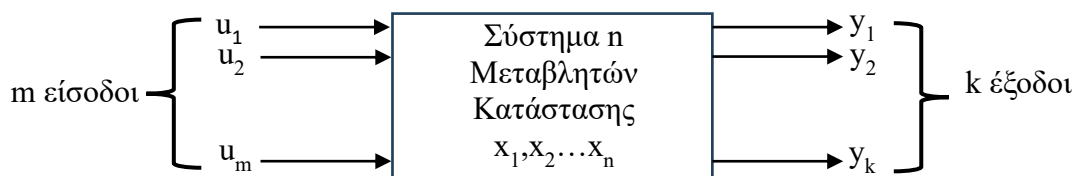
συνήθως ως $x_1, x_2 \dots x_n$ και θεωρούμε ότι αποτελούν τις n συνιστώσες του «**Διανύσματος Κατάστασης**» (State Vector), $\underline{x}$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

«**Κατάσταση**» (State): το μικρότερο δυνατό σύνολο των μεταβλητών κατάστασης, οι τιμές των οποίων κατά την χρονική στιγμή $t = t_0$ σε συνδυασμό με τις τιμές των εισόδων $u_1(t), u_2(t) \dots u_m(t)$ για $t \geq t_0$ επαρκούν για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του συστήματος για $t \geq 0$

«**Χώρος Κατάστασης**» (State Space): ο χώρος n διαστάσεων με άξονες συντεταγμένων οριζόμενους από τις μεταβλητές κατάστασης $x_1, x_2 \dots x_n$

Στο σχήμα 3.6, παριστάνεται ένα σύστημα με συνολικά n μεταβλητές κατάστασης (x), που υπόκειται σε m εισόδους (u) και αποδίδει k εξόδους (y).



Σχήμα 3-6 Αναπαράσταση συστήματος στο χώρο κατάστασης.

Η μεθοδολογία του χώρου κατάστασης, δέχεται ότι το σύστημα χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης των μεταβλητών κατάστασης:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1 \dots x_n, u_1 \dots u_m, t)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1 \dots x_n, u_1 \dots u_m, t)$$

$$\dot{x}_n = f_n(x_1 \dots x_n, u_1 \dots u_m, t)$$

Με αρχικές τιμές:

$$x_1(t_0) = x_{10}$$

$$x_2(t_0) = x_{20}$$

$$x_n(t_0) = x_{n0}$$

Και για τις μεταβλητές εξόδου:

$$y_1 = g_1(x_1 \cdots x_n, u_1 \dots u_m)$$

$$y_2 = g_2(x_1 \cdots x_n, u_1 \dots u_m)$$

$$y_k = g_k(x_1 \cdots x_n, u_1 \dots u_m)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις μετασχηματίζονται σε μια πρώτης τάξης μη γραμμική διανυσματική διαφορική εξίσωση και σε μία αλγεβρική εξίσωση:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}, t), \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0$$

$$\underline{y} = \underline{g}(\underline{x}, \underline{u})$$

Στην περίπτωση όπου το υπό μελέτη σύστημα είναι γραμμικό, αυτές μπορούν να γραφούν σαν μία πρώτης τάξεως διανυσματική - διαφορική εξίσωση:

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u}, \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0$$

Αντίστοιχα, στην περίπτωση όπου οι μεταβλητές εξόδου αποτελούν γραμμικό συνδυασμό των μεταβλητών κατάστασης και λιγότερο των μεταβλητών εισόδου, η αλγεβρική εξίσωση του διανύσματος εξόδου μπορεί να γραφεί ως:

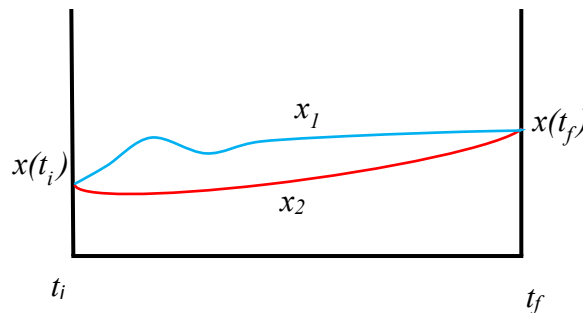
$$\underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u}$$

3.2.2 Πρόβλημα ελάχιστου χρόνου - Μέθοδος Bang – Bang

Κάθε ρυθμιζόμενο σύστημα, διέπεται από τον νόμο ελέγχου (control law), ο οποίος περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο το σήμα ελέγχου $\underline{u}(t)$ ενεργεί στο χρονικό διάστημα λειτουργίας του συστήματος. Το σύστημα, υπό την επίδραση του νόμου ελέγχου, παρουσιάζει μία συμπεριφορά, για την αξιολόγηση της οποίας, ορίζεται ένας δείκτης λειτουργικής απόδοσης. Αυτός, ορίζεται μαθηματικά ως ένα συναρτησιακό της μορφής (Κρικέλης, 1992):

$$V = \int_{t_i}^{t_f} L(\underline{x}, \underline{u}, t) dt$$

Ο δείκτης λειτουργικής απόδοσης V αναφέρεται στην λειτουργία ενός συστήματος σε ένα χρονικό διάστημα $[t_i, t_f]$, που μεταβαίνει από μία αρχική κατάσταση $x(t_i)$ σε μία τελική κατάσταση $x(t_f)$. Στο σχήμα 3.7 παρουσιάζεται μία τέτοια μετάβαση μέσω δύο πιθανών δρόμων, x_1 και x_2 :



Σχήμα 3-7 Αναπαράσταση μετάβασης συστήματος μέσω δύο δυναμικών τροχιών x_1, x_2 από μία αρχική κατάσταση $x(t_i)$ σε μία τελική $x(t_f)$.

Κάθε τροχιά διαθέτει τα δικά της χαρακτηριστικά μετάβασης, όπως η κατανάλωση ενέργειας, το σφάλμα, ή ο χρόνος μετάβασης. Προκειμένου για βέλτιστο έλεγχο $\underline{u}^*$, πρέπει να ακολουθηθεί η τροχιά στην οποία το διάνυσμα ελέγχου $\underline{u}(t)$ ελαχιστοποιεί το κατάλληλο συναρτησιακό V (Κρικέλης, 1992). Στα προβλήματα βελτιστοποίησης, ιδιαίτερο ενδιαφέρον, παρουσιάζει μία κατηγορία περιπτώσεων που αναφέρεται σε συστήματα, **χρονικά αμετάβλητα στα οποία:**

1. Ο έλεγχος είναι φραγμένος: $|\underline{u}(t)| \leq U_{\max}$ ή ισοδύναμα, έχει ανώτερο και κατώτερο όριο: $-U_{\max} \leq u(t) \leq U_{\max}$ για όλες τις τιμές $t \in [t_i, t_f]$.
2. Η μετάβαση συντελείται από δεδομένη αρχική θέση $x(t_i)$, σε δεδομένη τελική θέση $x(t_f)$.
3. Η συνάρτηση $L(\underline{x}, \underline{u}, t)$ παίρνει τιμή =1.

Σε αυτές τις περιπτώσεις, το συναρτησιακό ισούται με:

$$V = \int_{t_i}^{t_f} 1 dt = t_f - t_i$$

Δηλαδή, ο βέλτιστος έλεγχος αφορά την ελαχιστοποίηση της διαφοράς $t_f - t_i$ (ουσιαστικά του χρόνου μετάβασης) μέσω της εύρεσης αποδεκτού $\underline{u}^*(t)$ που ικανοποιεί τον περιορισμό

$|u(t)| \leq U_{\max}$ για κάθε χρονική στιγμή. Σε αυτά τα προβλήματα, οι υπολογισμοί διευκολύνονται με την εφαρμογή της Αρχής του Μεγίστου του Pontryagin, η οποία απαιτεί την ελαχιστοποίηση ως προς την μεταβλητή $\underline{u}$, της Χαμιλτονιανής συνάρτησης (H) της εξίσωσης που περιγράφει την δυναμική του συστήματος:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}, t), \quad \underline{x}(t_i) = \underline{x}_i$$

από την οποία προκύπτει ο βέλτιστος έλεγχος $\underline{u}^*(t)$ ως:

$$\underline{u}^*(t) = \begin{cases} +U_{\max}, & p^T B(x, t) < 0 \\ -U_{\max}, & p^T B(x, t) > 0 \end{cases}$$

Όπου p^T οι συζυγείς μεταβλητές (costate) που προκύπτουν από την παραγωγή:

$$\dot{\underline{p}} = -\frac{\partial H}{\partial \underline{x}}$$

Συνοψίζοντας:

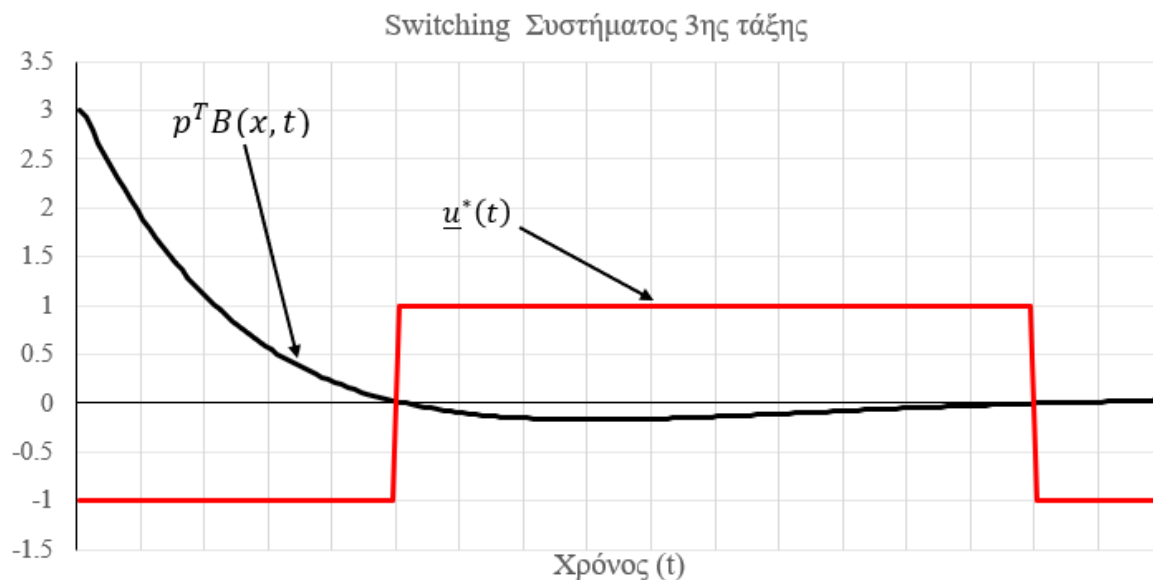
- Για να επιτευχθεί ο ελάχιστος χρόνος μετάβασης του συστήματος από μία αρχική θέση σε μία δεδομένη τελική σε ελάχιστο χρόνο, ο βέλτιστος έλεγχος $\underline{u}^*(t)$ θα παίρνει μόνο τις ακραίες μέγιστες τιμές $+U_{\max}$, $-U_{\max}$ και ποτέ μία ενδιάμεση τιμή.
- Η παράμετρος που καθορίζει ποια εκ των δύο τιμών θα επιλεγεί, είναι το πρόσημο του εσωτερικού γινομένου του διανύσματος p^T και του $B(x, t)$.

Η παραπάνω λογική ελέγχου ονομάζεται έλεγχος Bang – Bang ή On – Off, και η περίπτωση αυτή καλείται και πρόβλημα ελαχίστου χρόνου του γραμμικού ρυθμιστή δύο θέσεων (Πουλιέζος 2015).

3.2.3 Έλεγχος Bang – Bang με υστέρηση – Νεκρή ζώνη

Η αλλαγή προσήμου οδηγεί σε μεταβάσεις (switching). Ωστόσο, η Αρχή του Pontryagin θέτει άνω όριο στις εναλλαγές κάθε συνιστώσας του διανύσματος ελέγχου $\underline{u}^*(t)$ σε $n-1$ το πολύ, όπου n είναι ο αριθμός των μεταβλητών κατάστασης (Πουλιέζος 2015). Στο σχήμα 3.8 φαίνεται ένα σύστημα με 3 μεταβλητές κατάστασης (3^{ης} τάξης) και φραγμένο έλεγχο $-1 \leq u(t) \leq 1$. Η εξίσωση $p^T B(x, t)$ μηδενίζεται σε δύο σημεία και αλλάζει πρόσημο.

Αντίστοιχα και ο έλεγχος Bang – Bang χρειάζεται να επιτελέσει switching μεταξύ των ακραίων τιμών -1 και +1. Συνολικά η $\underline{u}^*(t)$, αλλάζει 2 φορές, όπως προβλέπεται από την Αρχή του Pontryagin, για $n=3 \Rightarrow n-1=3-1=2$.



Σχήμα 3-8 Αναπαράσταση της συνάρτησης $p^T B(x, t)$ και της $\underline{u}^*(t)$ σε σχέση με τον χρόνο, για σύστημα 3ης τάξης.

Ένα σημείο ενδιαφέροντος στην μέθοδο ελέγχου Bang – Bang αφορά την περίπτωση όπου για κάποιο πεπερασμένο χρονικό διάστημα έχουμε:

$$p^T B(x, t) = 0$$

Αυτό αποτελεί μία ιδιόμορφη περίπτωση, καθώς αναγκάζει το σύστημα να μεταβαίνει μεταξύ των δύο καταστάσεων σε πολύ μικρό χρόνο, ουσιαστικά να ταλαντώνεται με μεγάλη συχνότητα (chattering), υποβιβάζοντας την ρυθμισιμότητά του. Στην πράξη, αυτό μετριάζεται με την εισαγωγή της νεκρής ζώνης (Dead Band). Από την πλευρά του στοιχείου ελέγχου, η νεκρή ζώνη είναι ένα σχετικά μικρό διάστημα μεταβολών της εισόδου του για το οποίο αυτό δεν διεγείρεται (Κρικέλης, 1992). Η νεκρή ζώνη ονομάζεται συχνά και υστέρηση ή διαφορικό χάσμα. Με άλλα λόγια, ο έλεγχος Bang – Bang με υστέρηση, προσπαθεί να διατηρήσει της μεταβλητές κατάστασης εντός μίας περιοχής τιμών σε αντιδιαστολή με μία συγκεκριμένη τιμή. Στο σχήμα 3.9, φαίνεται ένας ρυθμιστής δύο θέσεων On – Off. Η ελεγχόμενη μεταβλητή T , έχει προκαθορισμένη τιμή T_{set} και βρίσκεται στο κέντρο της νεκρής ζώνης, με ελάχιστο όριο το $T_{set} - \frac{DB}{2}$ και μέγιστο όριο το $T_{set} + \frac{DB}{2}$.

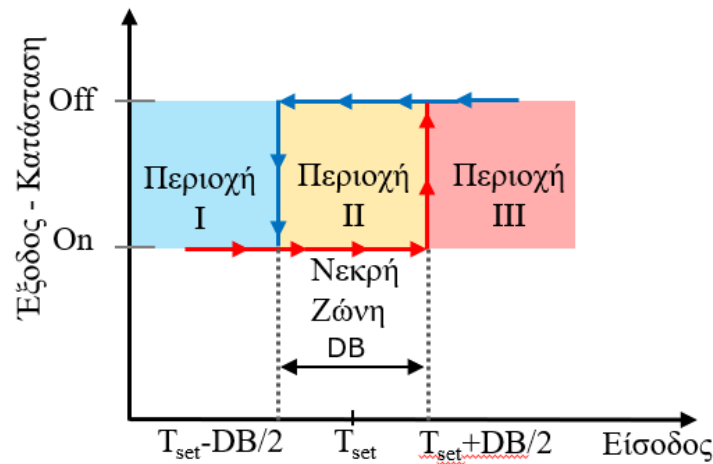
Ο ρυθμιστής είναι «On» όταν $T < T_{set} - \frac{DB}{2}$ Περιοχή I

Ο ρυθμιστής είναι «Off» όταν $T > T_{set} + \frac{DB}{2}$ Περιοχή III

Ο ρυθμιστής δεν διεγείρεται όταν $T_{set} - \frac{DB}{2} \leq T \leq T_{set} + \frac{DB}{2}$ Περιοχή II

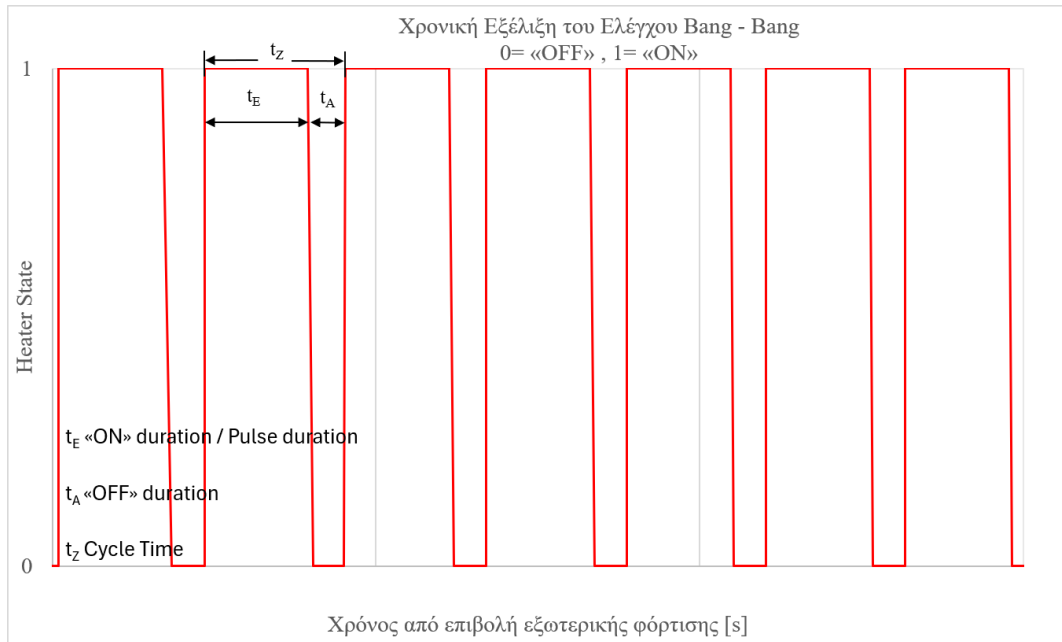
Η κατάσταση s_k του ρυθμιστή είναι (Savasci et al., 2026):

$$s_k = \begin{cases} On, T < T_{set} - \frac{DB}{2} \\ s_{k-1}, T_{set} - \frac{DB}{2} \leq T \leq T_{set} + \frac{DB}{2} \\ Off, T > T_{set} + \frac{DB}{2} \end{cases}$$



Σχήμα 3-9 Ρυθμιστής με Νεκρή Ζώνη. Διακρίνονται οι περιοχές: I κατάσταση «ON», II: Δεν υπάρχει διέγερση, III: κατάσταση «OFF» (προσαρμογή από Savasci et al., 2025)

Στο σχήμα 3.10, απεικονίζονται οι δύο καταστάσεις λειτουργίας ενός συστήματος ελέγχου με την μέθοδο Bang – Bang. Η κατάσταση «1» ισοδυναμεί με το «ON» και η κατάσταση «2» με το «OFF». Το χρονικό μήκος του παλμού στην κατάσταση «ON» αντιστοιχεί στο t_E και αντίστοιχα το χρονικό μήκος της κατάστασης «OFF» αντιστοιχεί στο t_A



Σχήμα 3-10 Γραφική αναπαράσταση των χρονικών διαστημάτων t_A , t_E και χρόνου κύκλου t_z , σε σχέση με την κατάσταση παλμού «ON» και «OFF»

Εάν συμβολίσουμε με t_A τον χρόνο κατά τον οποίο ο θερμοστατικός μηχανισμός είναι «ON» και αντίστοιχα με t_E τον χρόνο κατά τον οποίο η κατάσταση είναι «OFF» τότε ο συνολικός χρόνος $t_z = t_A + t_E$ ισούται με τον χρόνο κύκλου (cycle time). Ο χρόνος που ο παλμός είναι ενεργός, ως ποσοστό του χρόνου κύκλου, αποτελεί τον λόγο μεταγωγής (switching ratio) ε και ισούται με:

$$\varepsilon = \frac{t_E}{t_z}$$

4 Μοντέλο θερμικής ανάλυσης

4.1 Περιγραφή του μοντέλου μελέτης

4.1.1 Δομή – θερμοφυσικές ιδιότητες

Το μοντέλο αποτελείται από διαφορετικά υλικά τα οποία βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους, σχηματίζοντας ένα ενιαίο, σύνθετο δομικό στοιχείο χωρίς διάκενα. Στην γενική μορφή, έχουμε 3 ξεχωριστά στρώματα υλικών:

1. Επίχρισμα εξωτερικά από ασβεστοκονίαμα (PI)
2. Σκυρόδεμα (C25)
3. Επίχρισμα εσωτερικά από ασβεστοκονίαμα (PI)

Οι τιμές των θερμοφυσικών ιδιοτήτων των υλικών που μας ενδιαφέρουν είναι η Ειδική θερμοχωρητικότητα (C_p), η πυκνότητα (ρ), και η θερμοπερατότητα (λ) παρατίθενται στον πίνακα 4.1.

Υλικό	Θερμική Αγωγιμότητα λ (W/m.K)	Πυκνότητα ρ (kg/m ³)	Ειδική Θερμότητα C_p (J/kg.K)
Τσιμέντο (C)	2.3	2300	1000
Ασβεστοκονίαμα (PI)	1	1900	1100

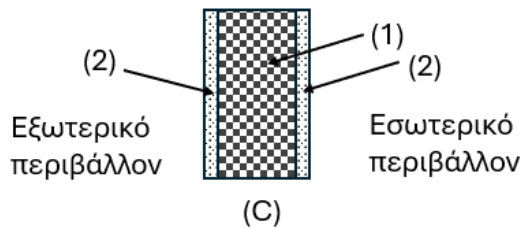
Πίνακας 4-1. Θερμοφυσικές ιδιότητες των υλικών που συνθέτουν το μοντέλο (Πηγή Τ.Ο.Τ.Ε.Ε 20701-2/2017).

Θεωρώντας τα επιμέρους υλικά που απαρτίζουν το δοκίμιο από αριστερά προς τα δεξιά, έχουμε:

1. Ασβεστοκονίαμα πάχους $d_{PI}=1.5$ cm.
2. Σκυρόδεμα (C) πάχους $d_{C25}= 25.0$ cm.
3. Ασβεστοκονίαμα πάχους $d_{PI}=0.5$ cm.

Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζεται η δομή του μοντέλου. Θεωρούμε την αριστερή πλευρά, ως την εξωτερική παρειά και συμβολίζουμε ως T_{se} την θερμοκρασία στην επιφάνειά της. Η

δεξιά πλευρά είναι η εσωτερική παρειά, και συμβολίζουμε αντίστοιχα την θερμοκρασία στην επιφάνεια της ως T_{si} .



Σχήμα 4-1 Η διαμόρφωση του δομικού στοιχείου: (1) Σκυρόδεμα, (2)= Επίχρισμα

4.1.2 Παραδοχές Μοντέλου

Η εξωτερική παρειά, με θερμοκρασία επιφανείας T_{se} , υπόκειται στην επίδραση της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος $T_{sol-air}$. Θεωρούμε ότι αυτή μεταβάλλεται περιοδικά, με βάση μία ημιτονοειδή συνάρτηση η οποία λαμβάνει υπόψη την συνεισφορά της ηλιακής ακτινοβολίας. Σύμφωνα με τους Asan et al., 1998, η μορφή της είναι:

$$T_{sol-air} = \frac{|T_{max} - T_{min}|}{2} \times \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{|T_{max} - T_{min}|}{2} + T_{min}$$

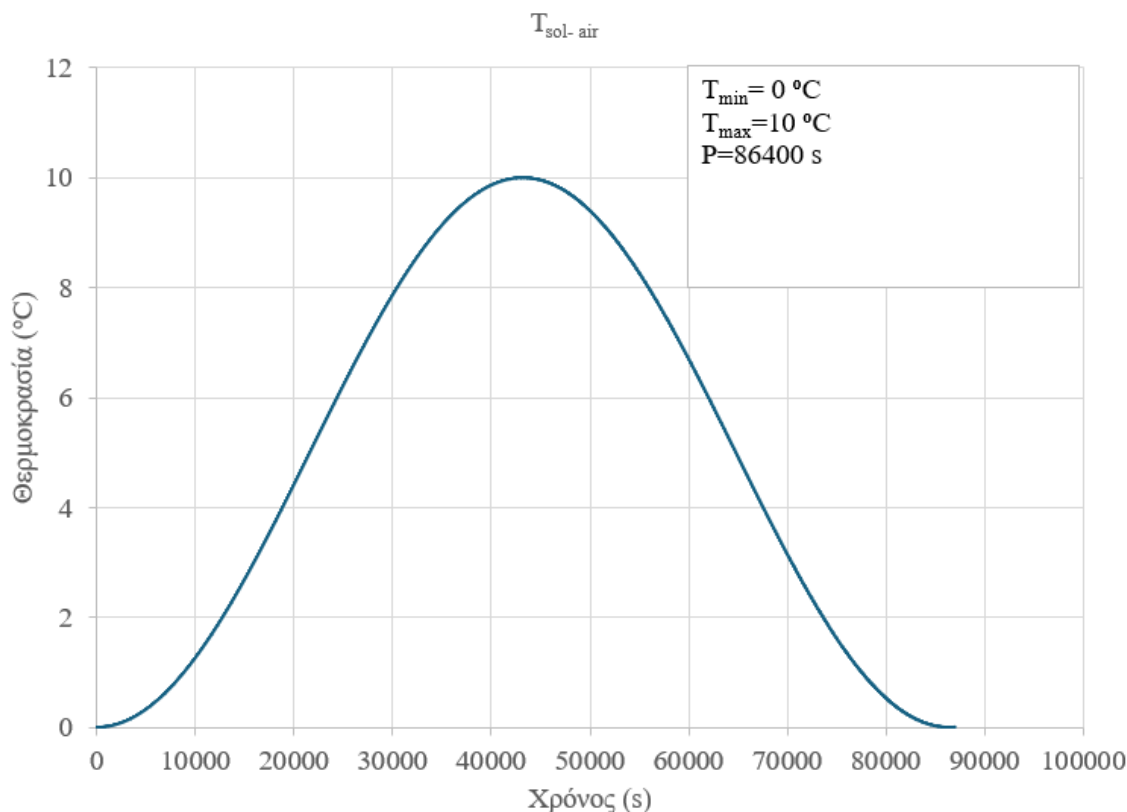
Όπου:

T_{max}, T_{min} : η μέγιστη και ελάχιστη θερμοκρασία της $T_{sol-air}$

ω : η κυκλική συχνότητα που ισούται με $2 \times \pi \times \nu$ με $\nu = \frac{1}{86400} \text{ Hz}$

$-\frac{\pi}{2}$: η διαφορά φάσης

Στο διάγραμμα 4.1 φαίνεται η εξέλιξη της $T_{sol-air}$ η οποία πραγματοποιεί ταλάντωση μεταξύ της T_{min} και T_{max} , ξεκινώντας από την ελάχιστη τιμή και καταλήγοντας πάλι σε αυτήν μετά από παρέλευση χρονικού διαστήματος ίσου με 1 περίοδο $P=86400 \text{ s}$, με την μέγιστη τιμή της να εμφανίζεται σε χρόνο $P/2$.



Διάγραμμα 4-1. Η εξέλιξη της $T_{\text{sol-air}}$ σε μία πλήρη περίοδο $P=86.400$ s.

Στην εξωτερική επιφάνεια του μοντέλου ($x=0$), η θερμοκρασία T_{se} εξαρτάται από την πυκνότητα ροής θερμότητας λόγω εξαναγκασμένης συναγωγής:

$$q''_{\text{se}} = h_o [T_{\text{sol-air}}(t) - T_{x=0}(t)]$$

h_o : η ειδική συναγωγιμότητα λόγω συναγωγής και ακτινοβολίας, με τιμή $25 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$

Η πυκνότητα ροής θερμότητας q''_{se} θα προκαλέσει μεταβολή στην θερμοκρασία T_{se} :

$$\lambda(\partial T_{\text{se}}/\partial x)_{x=0} = q''_{\text{se}}$$

Η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ της T_{se} και T_{si} προκαλεί μεταφορά θερμότητας q''_x προς την κατεύθυνση που έχουμε μικρότερη θερμοκρασία, η οποία μεταβάλλει την θερμοκρασία στην εσωτερική πλευρά T_{si} του μοντέλου ($x=L$), από την αρχική τιμή T_{init} . Ως αρχική συνθήκη της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς $T_{\text{init}}=T(L,0)$ θεωρούμε ότι είναι ίση με τον μέσο όρο των T_{max} , T_{min} :

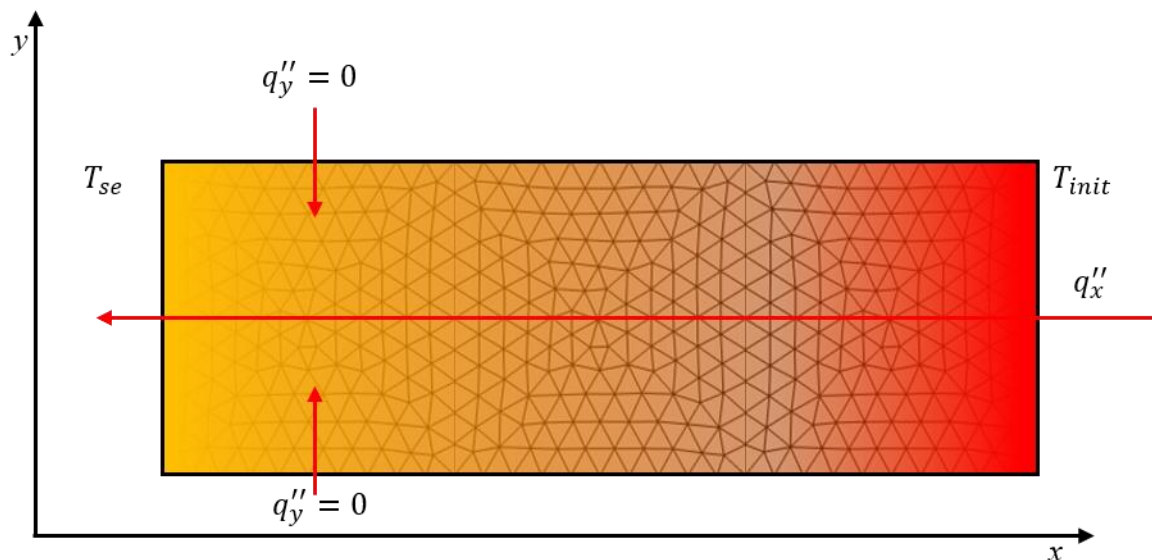
$$T_{init} = \frac{T_{max} + T_{min}}{2}$$

Επιπλέον, στο μοντέλο, θεωρούμε ότι κατά την κατακόρυφη διεύθυνση (άξονας y) ισχύει $q''_y = 0$, δηλαδή δεν υπάρχουν θερμικές εισροές ή εκροές στην πάνω και κάτω πλευρά, καθώς αυτές τις επιφάνειες τις θεωρούμε αδιαβατικές (σχήμα 4.2). Η ροή της θερμότητας συντελείται μόνο κάθετα (κατά μήκος του άξονα x) των στρωμάτων των δομικών υλικών. Επιπλέον, στην κατακόρυφη διεύθυνση (άξονας y) η κατανομή της θερμοκρασίας θεωρείται ομοιόμορφη.

Η εξίσωση που περιγράφει την μεταφορά θερμότητας μέσω του μοντέλου είναι η εξίσωση της θερμικής αγωγής του Fourier, για την περίπτωση της μονοδιάστατης ανάλυσης:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Για την επίλυση της εξίσωσης θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών Finite Element Method με την βοήθεια του λογισμικού COMSOL Multiphysics. Η μέθοδος απαιτεί την διακριτοποίηση του χώρου με δημιουργία κατάλληλου αριθμητικού πλέγματος.



Σχήμα 4-2. Το αριθμητικό πλέγμα το μοντέλου.

Στο σχήμα 4.2, αναπαρίσταται το αριθμητικό πλέγμα, σε μορφή τριγωνικών στοιχείων. Σε κάθε κόμβο του πλέγματος, η εξίσωση της διάχυσης θα διακριτοποιηθεί, για να σχηματιστεί ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων, η επίλυση του οποίου θα περιγράφει το θερμοκρασιακό πεδίο εντός του μοντέλου.

4.2 Χαρακτηριστικά του θερμοστατικού μηχανισμού

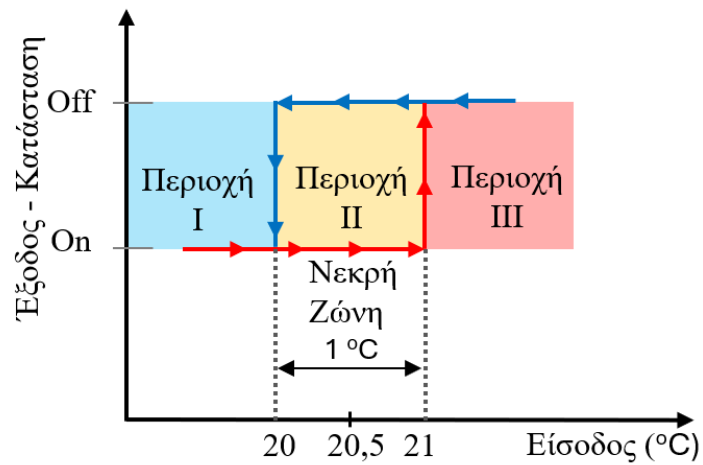
4.2.1 Τιμή αναφοράς – Νεκρή ζώνη του συστήματος - Νόμος ελέγχου

Ο σκοπός του ελέγχου, είναι η επίτευξη και διατήρηση της θερμοκρασίας T_{si} της εσωτερικής παρειάς σε μία προκαθορισμένη τιμή T_{set} , ξεκινώντας από μία αρχική τιμή T_{init} . Η τιμή αναφοράς ορίζεται $T_{set}=20.5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Για το σύστημα, η μετάβαση της εσωτερικής παρειάς από την $T_{init}=5\text{ }^{\circ}\text{C}$ στην $T_{set}=20.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ισοδυναμεί με θέρμανση ($T_{init}<T_{set}$) και επιβάλει την χρησιμοποίηση μίας πηγής θερμότητας. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μία κατάλληλη διάταξη, η οποία παράγει ροή θερμότητας Q_h αυξάνοντας την θερμοκρασία της εσωτερικής παρειάς.

Η κλιμάκωση της ροής θερμότητας υπακούει στην μέθοδο ελέγχου Bang – Bang, δηλαδή θα είναι είτε «On» είτε «Off» και θα κινείται μεταξύ μίας μέγιστης τιμής και της ελάχιστης (μηδενικής). Η επιβολή ελέγχου Bang – Bang στο προκύπτων θερμικό μοντέλο, θα προκαλέσει ταλαντώσεις μεγάλης συχνότητας (chattering), περί της τιμής T_{set} , όπως προαναφέρθηκε στην 4.2.2, υποβιβάζοντας την ρυθμισιμότητά του. Για τον λόγο αυτό, θα διερευνηθεί η συμπεριφορά του συστήματος με 3 διαφορετικές στρατηγικές επίτευξης της T_{set} , μέσω 3 διαφορετικών τιμών Νεκρής Ζώνης. Η πρώτη στρατηγική, αφορά την μέγιστη Νεκρή Ζώνη (Dead Band max) και θα επιτρέπει αποκλίσεις, $\pm 0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ περί της T_{set} , διαμορφώνοντας τιμή Νεκρής Ζώνης = $1.0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

$$s_k = \begin{cases} On, T_{si} < 21,0\text{ }^{\circ}\text{C} \\ s_{k-1} & 20,0\text{ }^{\circ}\text{C} \leq T \leq 21,0\text{ }^{\circ}\text{C} \\ Off, T_{si} > 20,0\text{ }^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

Στο σχήμα 4.3 αναπαρίστανται γραφικά οι τρεις περιοχές της θερμοκρασίας T_{si} στα οποία ο θερμοστατικός μηχανισμός θα είναι σε κατάσταση «ON» ή «OFF» ή μη διέγερσης για την περίπτωση της μέγιστης τιμής Νεκρής Ζώνης (Dead Band max).

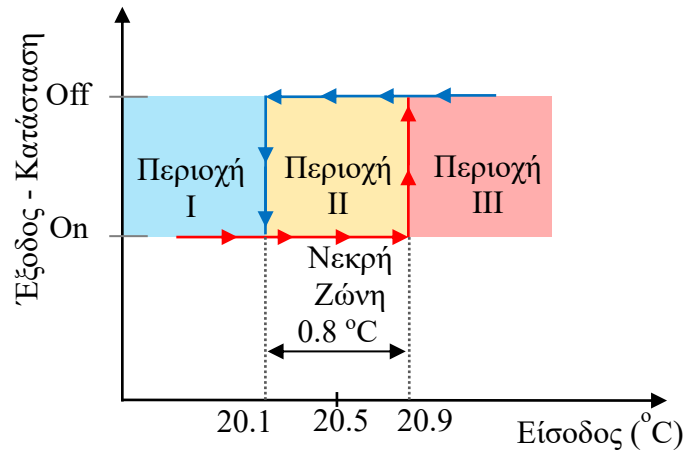


Σχήμα 4-3 Ο έλεγχος του συστήματος με μέθοδο Bang-Bang και βρόχο υστέρησης, για την περίπτωση Dead Band max. Διακρίνονται οι περιοχές: I κατάσταση «ON», II: δεν υπάρχει διέγερση, III: κατάσταση «OFF».

Η δεύτερη στρατηγική, θα μειώσει τα θερμοκρασιακά όρια στους $\pm 0.4^{\circ}\text{C}$ διαμορφώνοντας τιμή Νεκρής Ζώνης = 0.8°C , η οποία αριθμητικά θα κυμαίνεται στον μέσο όρο των 3 (Dead Band mean).

$$s_k = \begin{cases} On, T_{si} < 20,9^{\circ}\text{C} \\ s_{k-1} & 20,1^{\circ}\text{C} \leq T \leq 20,9^{\circ}\text{C} \\ Off, T_{si} > 20,1^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

Στο σχήμα 4.4 αναπαρίστανται γραφικά οι τρεις περιοχές της θερμοκρασίας T_{si} στα οποία ο θερμοστατικός μηχανισμός θα είναι σε κατάσταση «ON» ή «OFF» ή μη διέγερσης για την περίπτωση της μέσης τιμής Νεκρής Ζώνης (Dead Band mean).

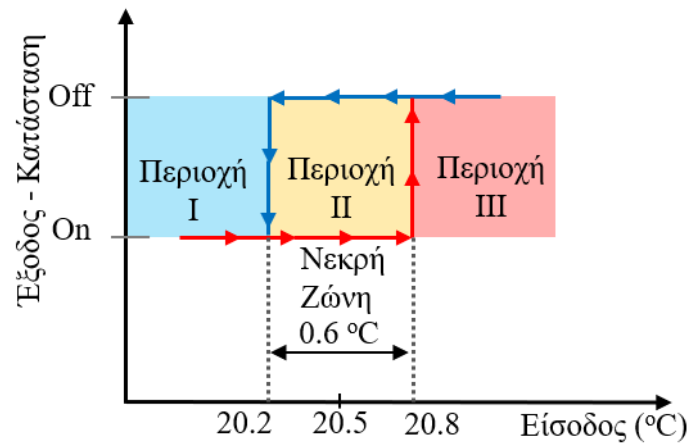


Σχήμα 4-4 Ο έλεγχος του συστήματος με μέθοδο Bang-Bang και βρόχο υστέρησης, για την περίπτωση Dead Band mean. Διακρίνονται οι περιοχές: I κατάσταση «ON», II: δεν υπάρχει διέγερση, III: κατάσταση «OFF».

Η τρίτη στρατηγική προσέγγισης, θα μειώσει ακόμη περισσότερο το εύρος στους $\pm 0.3^{\circ}\text{C}$, διαμορφώνοντας την μικρότερη Νεκρή Ζώνη με εύρος= 0.6°C (Dead Band min).

$$s_k = \begin{cases} On, T_{si} < 20,8^{\circ}\text{C} \\ s_{k-1} & 20,2^{\circ}\text{C} \leq T \leq 20,8^{\circ}\text{C} \\ Off, T_{si} > 20,2^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

Στο σχήμα 4.5 αναπαρίστανται γραφικά οι τρεις περιοχές της θερμοκρασίας T_{si} στα οποία ο θερμοστατικός μηχανισμός θα είναι σε κατάσταση «ON» ή «OFF» ή μη διέγερσης για την περίπτωση της μέσης τιμής Νεκρής Ζώνης (Dead Band min).



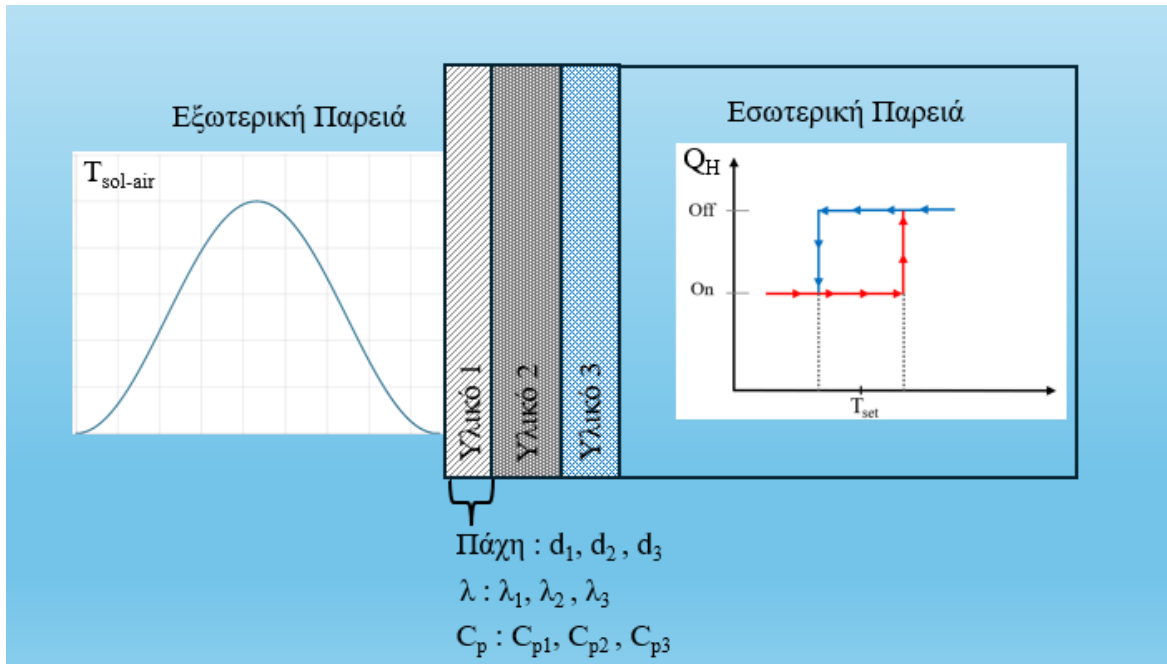
Σχήμα 4-5. Ο έλεγχος του συστήματος με μέθοδο Bang-Bang και βρόχο υστέρησης, για την περίπτωση Dead Band min. Διακρίνονται οι περιοχές: I κατάσταση «ON», II: δεν υπάρχει διέγερση, III: κατάσταση «OFF».

Στον πίνακα 4.2 παρατίθενται οι τιμές των παραμέτρων που θα χρησιμοποιηθούν για τους υπολογισμούς.

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα Μέτρησης
T_{init}	5	°C
T_{max}	10	°C
T_{min}	0	°C
ν	1/86400	Hz
T_{set}	20.5	°C
Dead Band max	1.0	°C
Dead Band mean	0.8	°C
Dead Band min	0.6	°C

Πίνακας 4-2. Σύνοψη των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για την θεώρηση του μοντέλου.

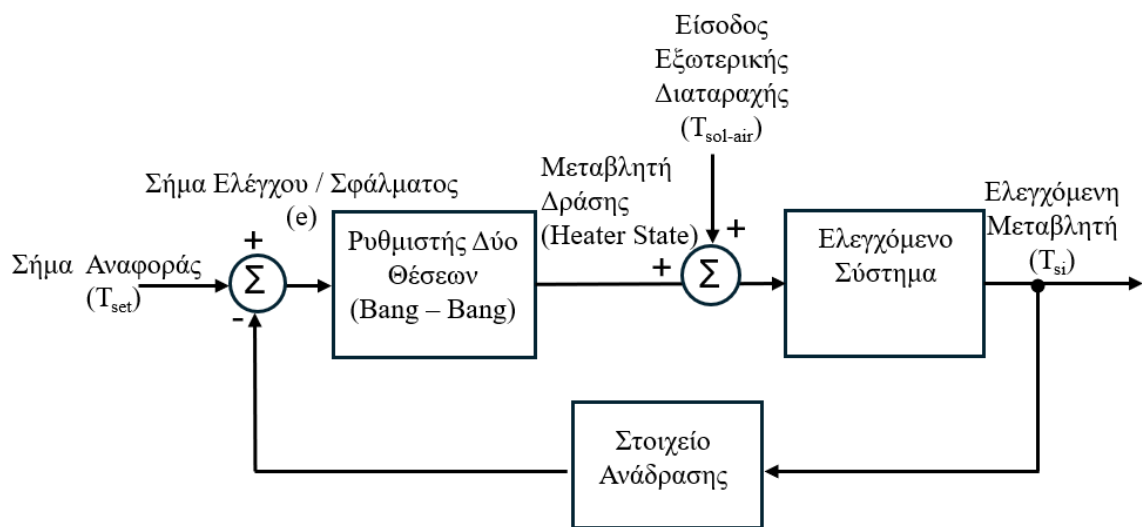
Στο σχήμα 4.5 αναπαρίστανται ελεγχόμενο σύστημα, η εξωτερική διέγερση ($T_{sol-air}$) και ο θερμοστατικός μηχανισμός (Q_h).



Σχήμα 4-6. Το ελεγχόμενο σύστημα, η εξωτερική διέγερση ($T_{sol-air}$) και ο θερμοστατικός μηχανισμός ελέγχου της πηγής θερμότητας Q_h με βρόχο υστέρησης.

4.2.2 Αρχιτεκτονική συστήματος αυτομάτου ελέγχου του μοντέλου

Για την επίτευξη της επιθυμητής θερμοκρασίας στην εσωτερική παρειά, μέσω της δυναμικής επιβολής ροής θερμότητας, υποθέτουμε ότι υπάρχει ένας σύστημα ελέγχου με βρόχο ανάδρασης. Στο σχήμα 4.6 παρουσιάζεται το δομικό διάγραμμα ενός τέτοιου θερμοστατικού μηχανισμού.



Σχήμα 4-7. Το δομικό διάγραμμα του θερμοστατικού μηχανισμού για τον έλεγχο της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς του συστήματος.

Το σήμα αναφοράς είναι η T_{set} η τιμή της οποίας συγκρίνεται με την τιμή T_{si} . Με βάση το αποτέλεσμα της σύγκρισης, ο ρυθμιστής δύο θέσεων δίνει την εντολή στην πηγή θερμικής ροής (Heater) είτε για «On» είτε για «OFF». Στην μεταβλητή δράσης προστίθεται η εξωτερική διαταραχή ($T_{sol-air}$) και το άθροισμα τους επιδρά στο σύστημα, διαμορφώνοντας την ελεγχόμενη μεταβλητή T_{si} . Αυτή ανατροφοδοτείται και συγκρίνεται με το σήμα αναφοράς, παράγοντας το σήμα σφάλματος.

5 Θερμική ανάλυση δομικού στοιχείου

5.1 Μεθοδολογία διερεύνησης θερμικής απόκρισης δομικού στοιχείου

Η μεθοδολογία που θα ακολουθηθεί έχει σκοπό την αξιολόγηση του μοντέλου στην βάση της θερμικής του απόκρισης και πιο συγκεκριμένα, στην επίτευξη μίας επιθυμητής θερμοκρασίας στην επιφάνεια της εσωτερικής παρειάς, με την βοήθεια εσωτερικής ροής θερμότητας, όταν στην εξωτερική παρειά εφαρμόζεται μία δυναμικά μεταβαλλόμενη θερμοκρασία. Προς αυτήν την κατεύθυνση θα ακολουθηθεί η εξής διαδικασία:

Φάση 1^η

- Προσδιορισμός κατάλληλης τιμής της ροής θερμότητας Q_h

Φάση 2^η

- Εξομοίωση της λειτουργίας του συστήματος με ενεργοποίηση του θερμοστατικού μηχανισμού Bang – Bang και διερεύνηση συμπεριφοράς με 3 διαφορετικές στρατηγικές ελέγχου.
- Προσδιορισμός των λειτουργικών παραμέτρων (ενεργειακών, χρονικών κλπ)

5.1.1 Φάση 1η - Προσδιορισμός εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h

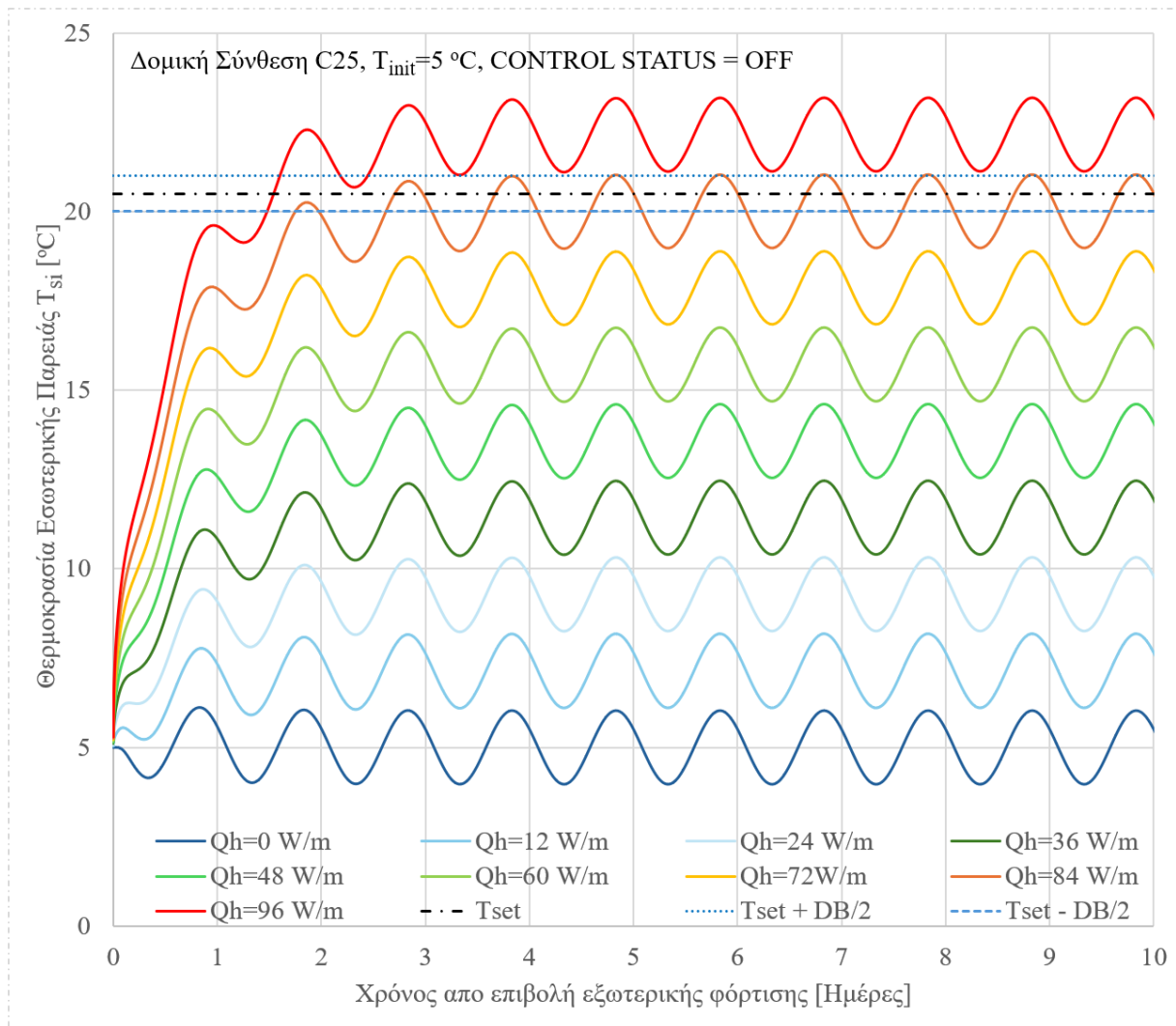
Στην φάση αυτή, προσδιορίζεται για την συγκεκριμένη δομική σύνθεση, μία κατάλληλη τιμή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h . Τα κριτήρια καταλληλότητας είναι τα εξής:

- Αναζήτηση τιμής ροής θερμότητας ικανής να προκαλέσει άνοδο της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς T_{si} , από το σημείο αρχικής ισορροπίας T_{init} στην ζώνη $T_{set} \pm DB_{max}/2 = 20.5 \text{ } ^\circ\text{C} \pm 0.5 \text{ } ^\circ\text{C}$, υπό την επίδραση της περιοδικής εξωτερικής θερμοκρασιακής φόρτισης $T_{sol-air}$.
- Επαρκής ισχύος ώστε να προκαλέσει μεταβάσεις μεταξύ των καταστάσεων ελέγχου «On» και «Off».

Στο διάγραμμα 5.1, απεικονίζεται η χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς του συστήματος (T_{si}) ξεκινώντας από την αρχική της τιμή ισορροπίας $T_{init}=5 \text{ } ^\circ\text{C}$ και για 9 διαφορετικές τιμές της εσωτερικής ροής θερμότητας. Μέσω της παραμετρικής εφαρμογής των κλιμακούμενων τιμών της Q_h , από 0 W/m έως και 96 W/m με βήμα 12 W/m, προσδιορίζεται εκείνη η τιμή της εσωτερικής ροής θερμότητας, που μέσω του

ελέγχου με την μέθοδο Bang - Bang, μπορεί να φέρει την τιμή του T_{si} , εντός της νεκρής ζώνης $T_{set} \pm DB/2$, και στην συνέχεια να προκαλέσει μεταβάσεις μεταξύ των καταστάσεων ελέγχου «On» και «Off».

Στην φάση αυτή, στο σύστημα δεν εφαρμόζεται έλεγχος, με αποτέλεσμα η εσωτερική ροή θερμότητας Q_h να είναι συνεχής καθ' όλη την διάρκεια του υπό εξέταση χρονικού διαστήματος. Η διάρκεια του χρονικού διαστήματος είναι οι 10 ημέρες.



Διάγραμμα 5-1. Χρονική μεταβολή για χρονικό διάστημα 10 ημερών, των θερμοκρασιών εσωτερικής παρείας (T_{si}) για κλιμακούμενες τιμές εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h .

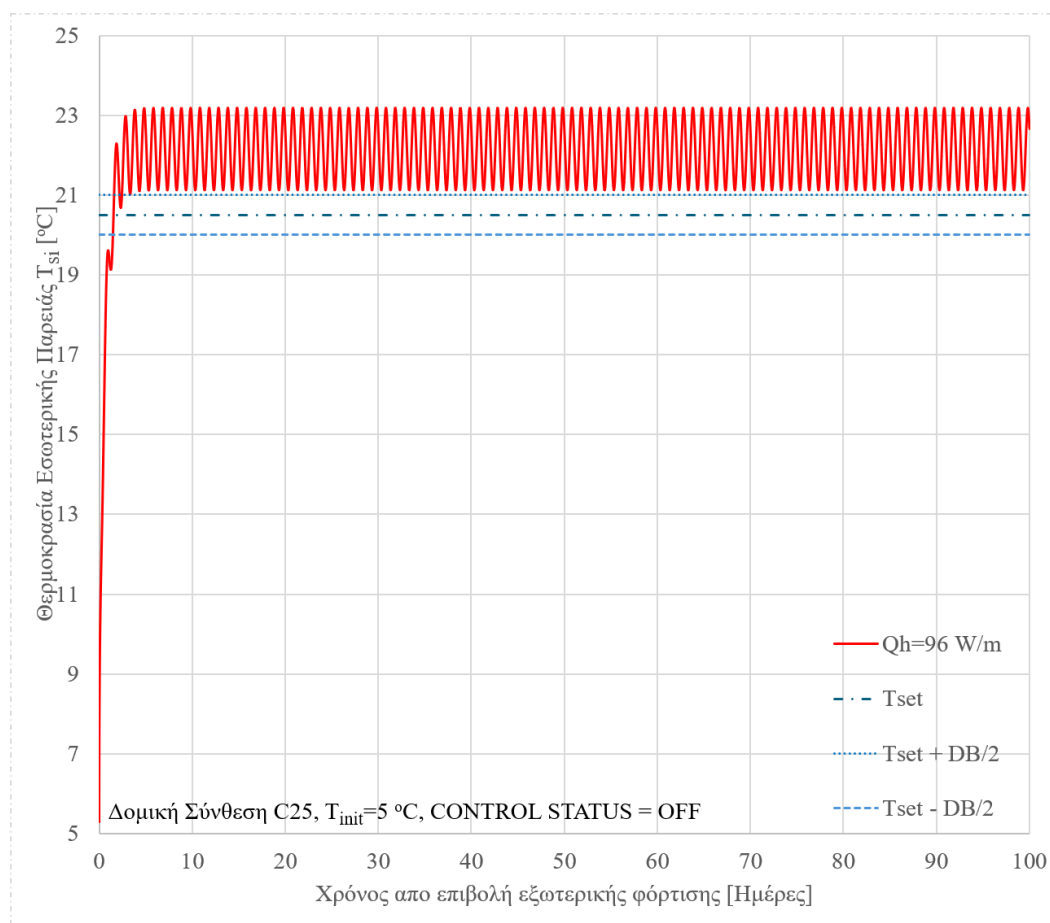
Για λόγους σύγκρισης, έχει προστεθεί και η καμπύλη της T_{si} για την περίπτωση όπου δεν υπάρχει ροή θερμότητας $Q_h=0\text{ W/m}$. Αρχικά, παρατηρούμε ότι η εξέλιξη της T_{si} ακολουθεί ημιτονοειδή μορφή, ωστόσο η καμπύλη της έχει υποστεί την αναμενόμενη μείωση του

εύρους της λόγω του συντελεστή μείωσης f και μία μετατόπιση φάσης λόγω της καθυστέρησης φ .

Καθώς εφαρμόζεται ροή θερμότητας Q_h στην εσωτερική παρειά, η θερμοκρασία T_{si} αυξάνει. Αυξανόμενη της τιμής Q_h , η καμπύλες της T_{si} διαμορφώνουν ένα αρχικό τμήμα με ισχυρή άνοδο ($\frac{dT_{si}}{dt} > 0$), παρουσιάζουν ένα τοπικό μέγιστο στο σημείο $\frac{dT_{si}}{dt} = 0$ και στην συνέχεια εξελίσσονται ανοδικά (διατηρώντας μία ημιτονοειδή μορφή) που τείνει να σταθεροποιηθεί ως προς την μέγιστη και ελάχιστη τιμή της διακύμανσης.

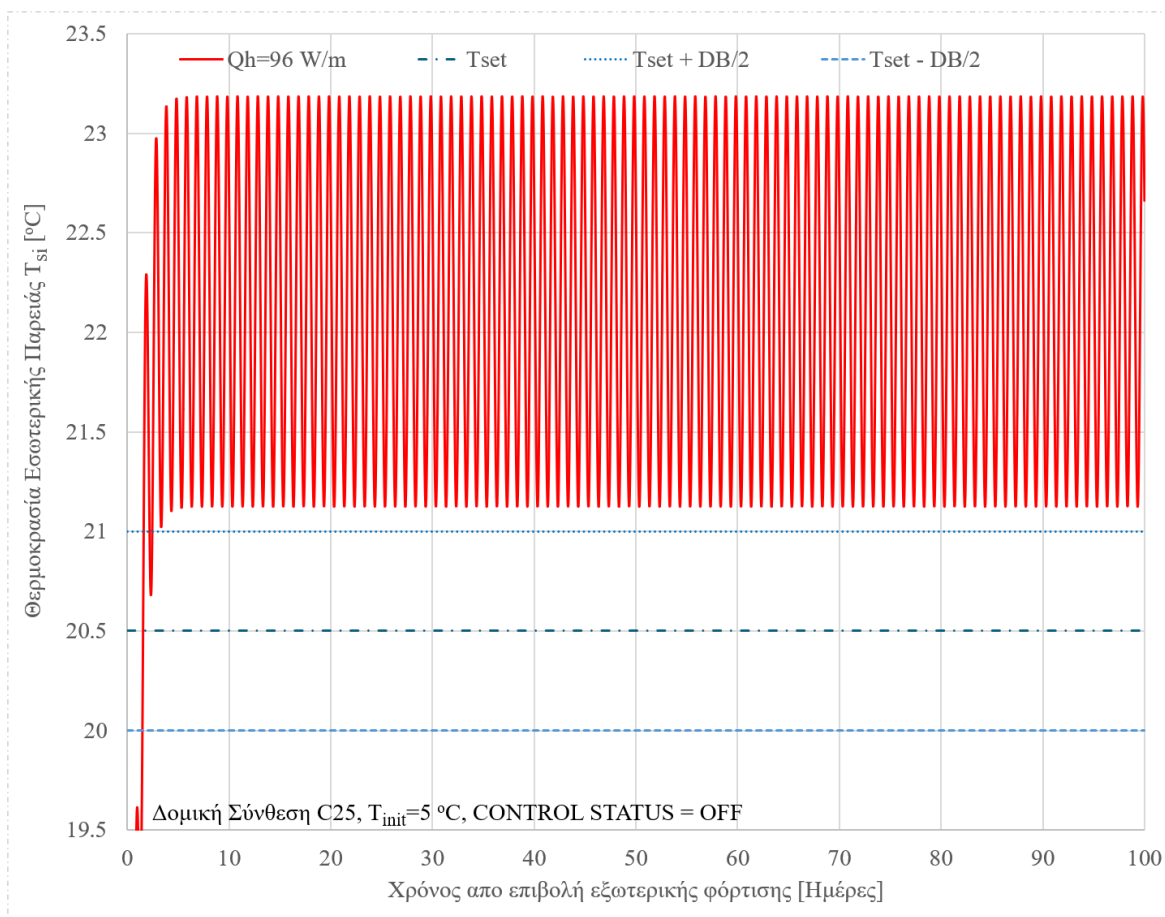
Στο διάγραμμα 5.1 απεικονίζεται επιπλέον το διάστημα $T_{set} \pm DB_{max}/2$, το οποίο οριοθετείται από το κάτω όριο ($T_{set} - DB_{max}/2$), το άνω όριο ($T_{set} + DB_{max}/2$) και την τιμή T_{set} . Από τις τιμές της Q_h που θεωρεί η παραπάνω ανάλυση, αυτές που είναι ≤ 72 W/m, δεν επαρκούν να τοποθετήσουν την T_{si} εντός της ζώνης $[T_{set}-DB_{max}/2, T_{set}+DB_{max}/2]$. Για $Q_h=84$ W/m, έχουμε μεν την T_{si} εντός της νεκρής ζώνης του θερμοστατικού μηχανισμού, αλλά φαίνεται από την πορεία της αντίστοιχης καμπύλης, πως η ισχύς αυτή δεν επαρκεί για να ξεπεράσει την ζώνη. Αυτό επιτυγχάνεται σαφώς με την τιμή $Q_h=96$ W/m η οποία στο γράφημα φαίνεται πως επαρκεί για να ξεπεράσει το άνω όριο ($T_{set} + DB_{max}/2$) και συνεπώς να προκαλέσει μεταβάσεις των καταστάσεων ελέγχου από «On» σε «Off» στην 2^η φάση.

Εν συνεχεία, ελέγχεται η συμπεριφορά του συστήματος υπό την επίδραση της ευρεθείσας τιμής της Q_h , για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, προκειμένου να διερευνηθεί εάν αυτή οδηγεί το σύστημα σε θερμική ισορροπία ή απόκλιση. Αυτό φαίνεται στο διάγραμμα 5.2, όπου μελετάται για χρονικό διάστημα 100 ημερών, η θερμοκρασία της εσωτερικής παρειάς T_{si} . Η μορφή της καμπύλης ακολουθεί μία ημιτονοειδή ταλάντωση, εντός μίας θερμοκρασιακής ζώνης με σταθερά χαρακτηριστικά ως προς τα όριά της.



Διάγραμμα 5-2. Χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς T_{si} , υπό την επίδραση ροής θερμότητας $Q_h=96$ W/m για χρονικό διάστημα 100 ημερών.

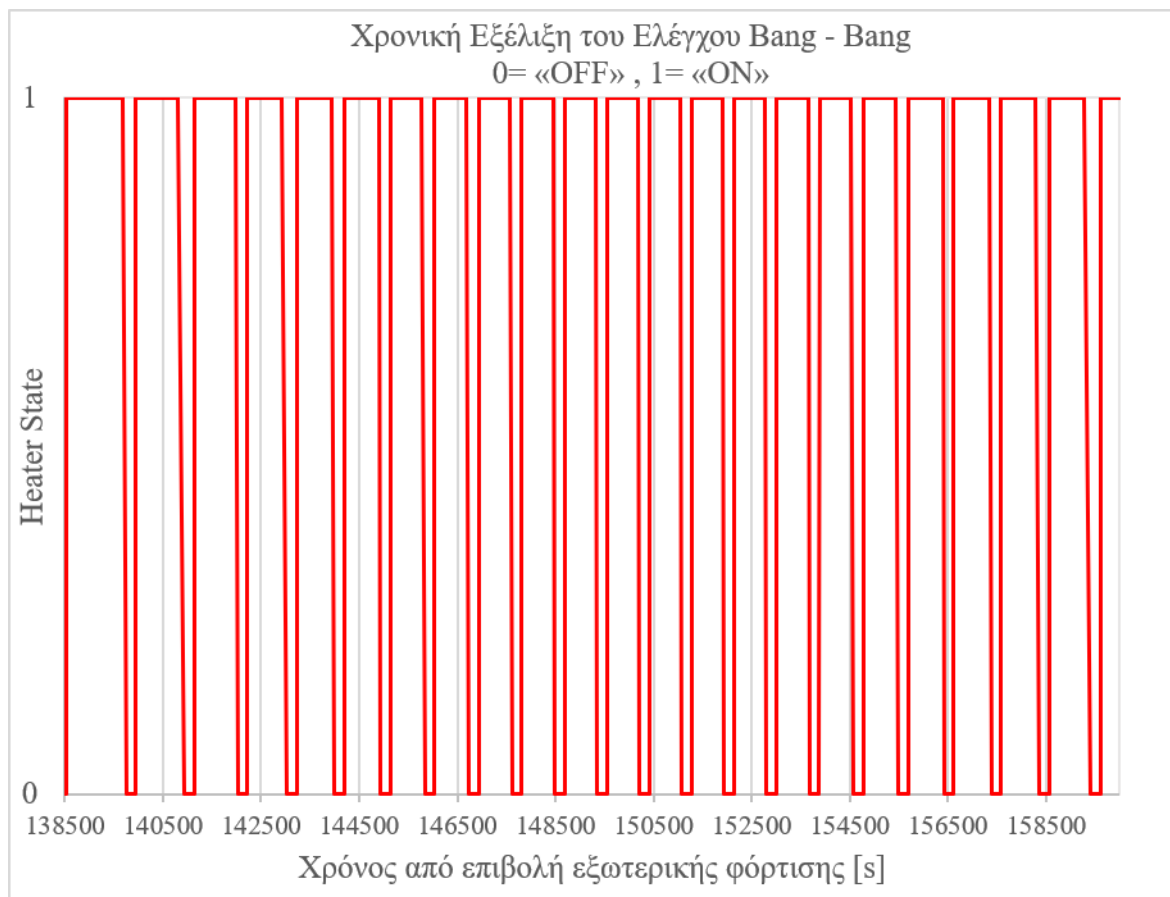
Στο διάγραμμα 5.3, η περιοχή θερμοκρασιακής ταλάντωσης παρουσιάζεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια, έχοντας αλλάξει τα όρια του κατακόρυφου άξονα της θερμοκρασίας για καλύτερη εποπτεία. Από την μελέτη του γραφήματος προκύπτει ότι η τιμή της ροής θερμότητας $Q_h=96$ W/m, σαφώς διατηρεί την θερμοκρασία της εσωτερικής παρειάς T_{si} πάνω από το άνω όριο της ζώνης $[T_{set}-DB_{max}/2, T_{set}+DB_{max}/2]$, ωστόσο για το θεωρούμενο χρονικό διάστημα των 100 ημερών, δεν αλλάζει τα χαρακτηριστικά της και ταλαντώνεται εντός μίας ζώνης σταθερού πλάτους, σταθερής μέγιστης και ελάχιστης τιμής.



Διάγραμμα 5-3. Εστίαση της χρονικής εξέλιξης της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για χρονικό διάστημα 100 ημερών.

5.1.2 Φάση 2η - Εφαρμογή του θερμοστατικού μηχανισμού Bang – Bang στην λειτουργία του συστήματος

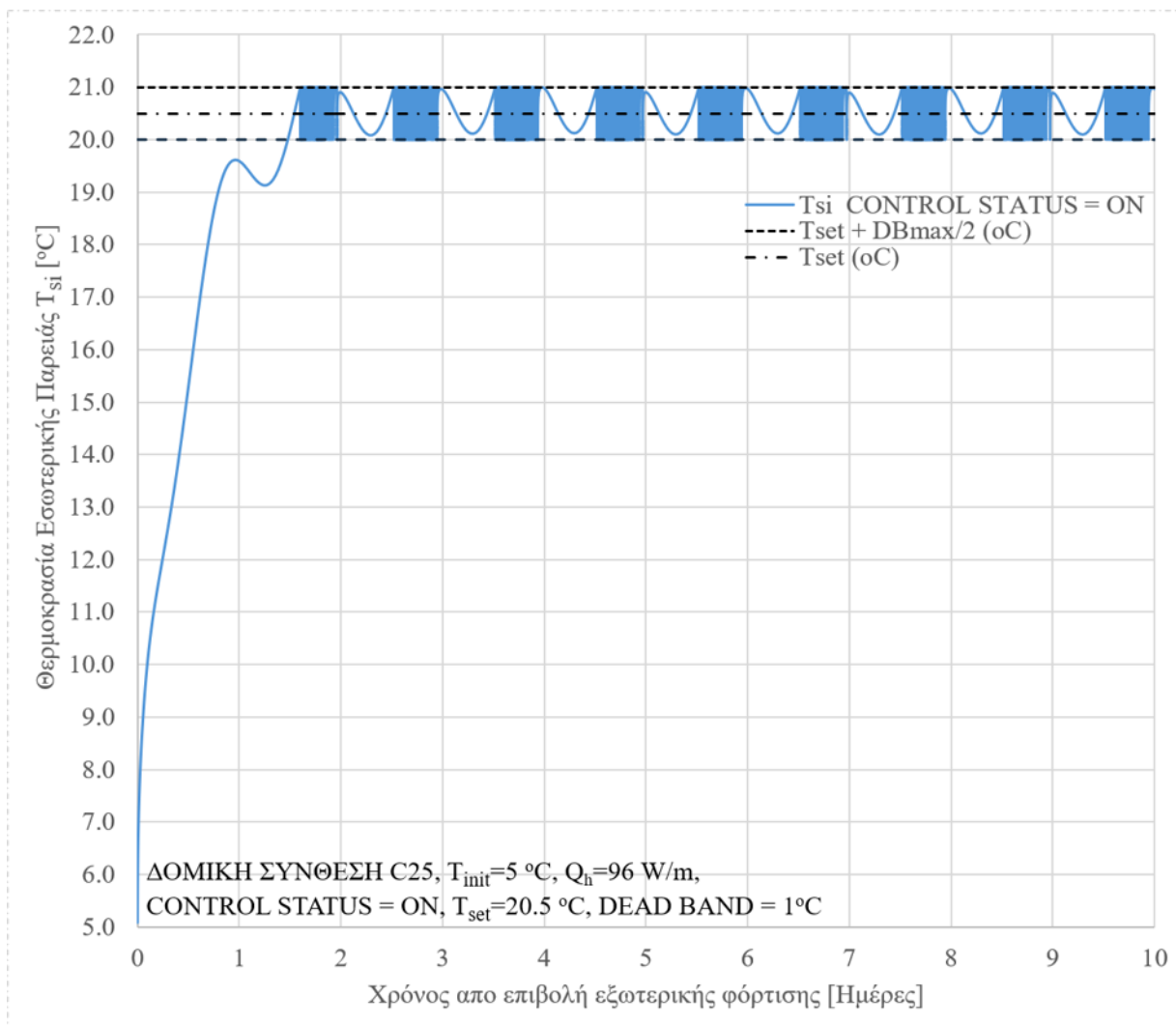
Στην 2^η φάση, ο θερμοστατικός μηχανισμός έχει ενεργοποιημένο τον έλεγχο. Στο διάγραμμα 5.4 απεικονίζεται ένα μικρό χρονικό διάστημα, ίσο προς 1/4 της ημέρας, της λειτουργίας του θερμοστατικού μηχανισμού. Η εφαρμογή του νόμου ελέγχου Bang - Bang για τον έλεγχο της επιλεχθείσας ροής θερμότητας $Q_h=96 \text{ W/m}$, επιφέρει μεταγωγές (switching) μεταξύ των καταστάσεων «ON» και «OFF», όπως φαίνεται και στο γράφημα. Διακρίνονται τα διακεκομμένα χρονικά διαστήματα στα οποία ο παλμός είναι «ON» (τιμή στον κατακόρυφο άξονα «1»), οι ακαριαίες μεταγωγές (κατακόρυφα τμήματα) καθώς και τα χρονικά διαστήματα στον οριζόντιο άξονα όπου ο παλμός είναι «OFF», (τιμή στον κατακόρυφο άξονα «0»). Επιπλέον, από την εξέταση του σχήματος, παρατηρείται ότι τα μήκη των παλμών στο υπό εξέταση διάστημα βαίνουν μειούμενα και στην συνέχεια αυξάνονται σε μήκος (δηλαδή χρονική διάρκεια).



Διάγραμμα 5-4. Οι μεταγωγές της κατάστασης του θερμοστατικού μηχανισμού για μέρος του συνολικού χρόνου μελέτης, για εύρος Νεκρής Ζώνης= 1.0 °C (Dead Band max).

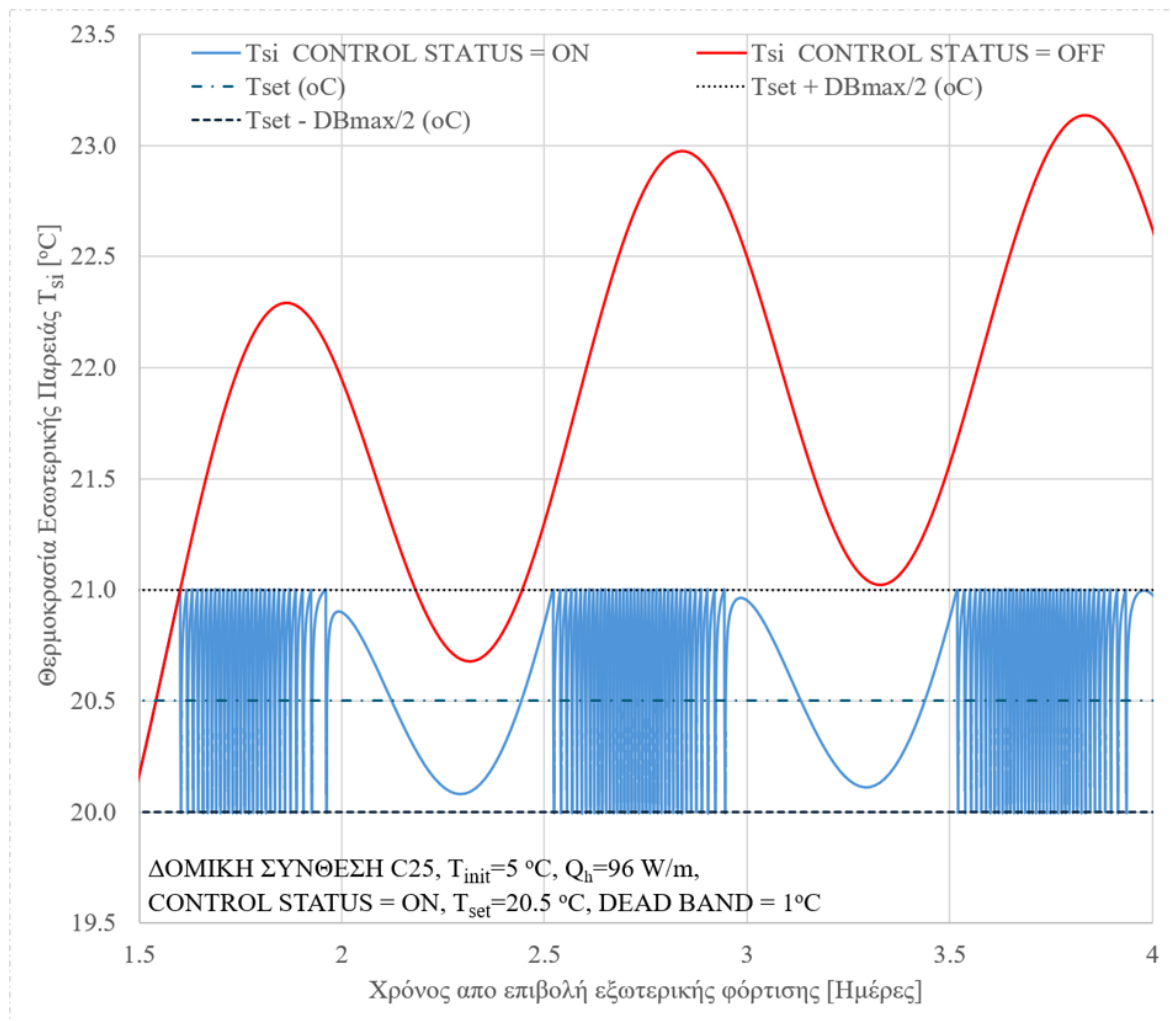
5.1.2.1 Ανάλυση συμπεριφοράς με στρατηγική ελέγχου μέγιστης τιμής νεκρής ζώνης (Dead Band max)

Στο διάγραμμα 5.5, απεικονίζεται η επίδραση του θερμοστατικού μηχανισμού με ενεργοποιημένο τον έλεγχο (Control Status = ON), στην χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας T_{si} από την αρχική της τιμή T_{init} , για την περίπτωση της προσέγγισης με Νεκρή Ζώνη = 1.0 °C (Dead Band max), για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Η καμπύλη ξεκινάει από την αρχική κατάσταση ισορροπίας με θερμοκρασία $t_{init}= 5\text{ }^{\circ}\text{C}$, ακολουθεί ταχεία άνοδο, παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο και εισέρχεται εν συνεχεία εντός της ζώνης $[T_{set}-DB_{max}/2, T_{set}+DB_{max}/2]$.



Διάγραμμα 5-5. Χρονική εξέλιξη των θερμοκρασιών εσωτερικής παρειάς (T_{si}) υπό την επίδραση του ελέγχου του θερμοστατικού μηχανισμού με Νεκρή Ζώνη= 1 °C.

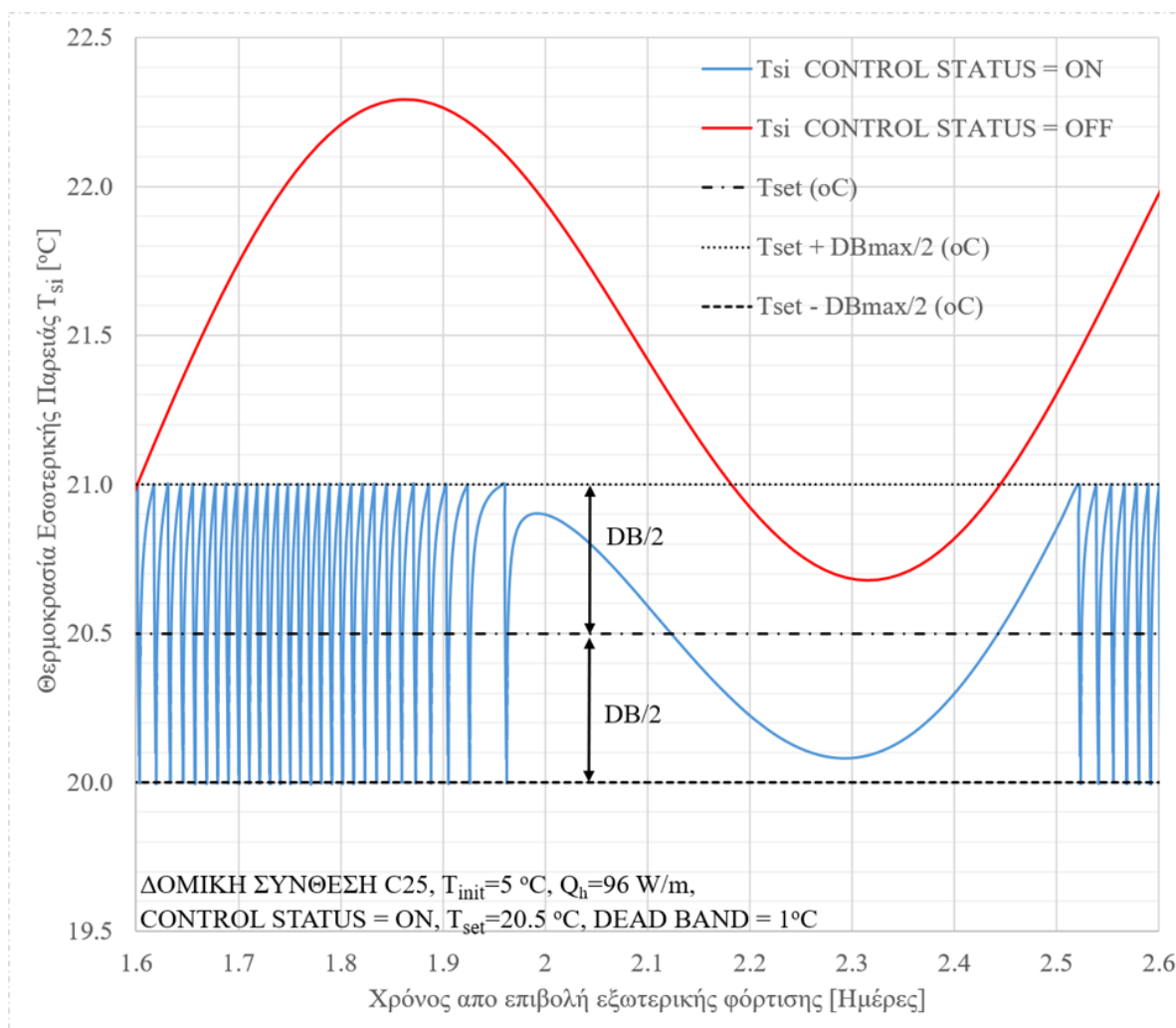
Εντός της ζώνης, η θερμοκρασία T_{si} , βοηθούμενη από την υψηλή τιμή της ροής θερμότητας $Q_h=96 \text{ W/m}$, τείνει να μεταβεί εκτός, ωστόσο στο σημείο $T_{set}+DB_{max}/2$, επεμβαίνει ο μηχανισμός ελέγχου και θέτει την πηγή θερμότητας εκτός (Heater State=Off). Συνεπεία αυτού, είναι η άμεση πτώση της T_{si} μέχρι το κάτω όριο της νεκρής ζώνης, $(T_{set}-DB_{max}/2)$ όπου ο θερμοστατικός μηχανισμός επεμβαίνει, και θέτει την πηγή θερμότητας εντός (Heater State=On) και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Οι μεταγωγές από κατάσταση «ON» σε κατάσταση «OFF», λόγω της μεγάλης συχνότητας εμφάνισης, αναπαρίστανται ως πύκνωση στο διάγραμμα. Στο υπό μελέτη χρονικό διάστημα των 10 ημερών, παρατηρούνται 9 τέτοια διαστήματα πυκνών μεταγωγών, που χωρίζονται μεταξύ τους από 1 διάστημα όπου η μεταγωγή από «ON» σε «OFF» διαρκεί ιδιαίτερα μεγάλο χρόνο, της τάξης του 1/2 της ημέρας και σχετικά ίσου με το διάστημα των προηγούμενων βραχέων μεταγωγών.



Διάγραμμα 5-6. Χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= $1.0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.

Αυτό θα γίνει αντικείμενο διερεύνησης μέσω του λόγου μεταγωγής (ε) στην συνέχεια.

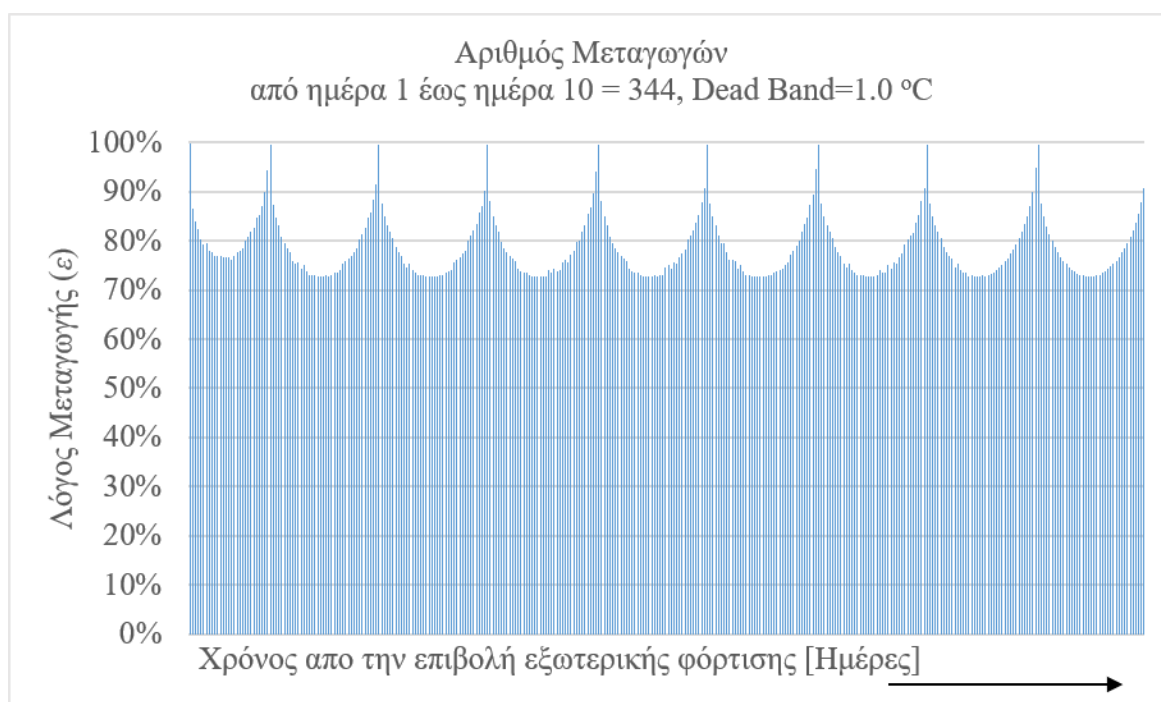
Εστιάζοντας στην πορεία της T_{si} εντός του διαστήματος $[T_{set}-DB_{max}/2, T_{set}+DB_{max}/2]$, στο διάγραμμα 5.6 περιορίζουμε τα όρια του κατακόρυφου άξονα της θερμοκρασίας αλλά και του οριζοντίου χρονικού άξονα, για λόγους καλύτερης εποπτείας. Στο υπό θεώρηση χρονικό διάστημα, φαίνονται 3 σειρές βραχέων σχετικά μεταγωγών, συνδεδεμένες μεταξύ τους από 2 μεμονωμένες μακρές. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζεται και η περίπτωση με απενεργοποιημένο τον θερμοστατικό έλεγχο (Control Status=OFF). Με την βοήθεια αυτής της καμπύλης, γίνεται αντιληπτό ότι οι περιοχές μακράς μεταγωγής συμπίπτουν χρονικά στην γραφική παράσταση με τα διαστήματα όπου ακόμη και με συνεχή ροή θερμότητας Q_h , η θερμοκρασία T_{si} μειώνεται.



Διάγραμμα 5-7. Εστιασμένη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρείας (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= $1.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.

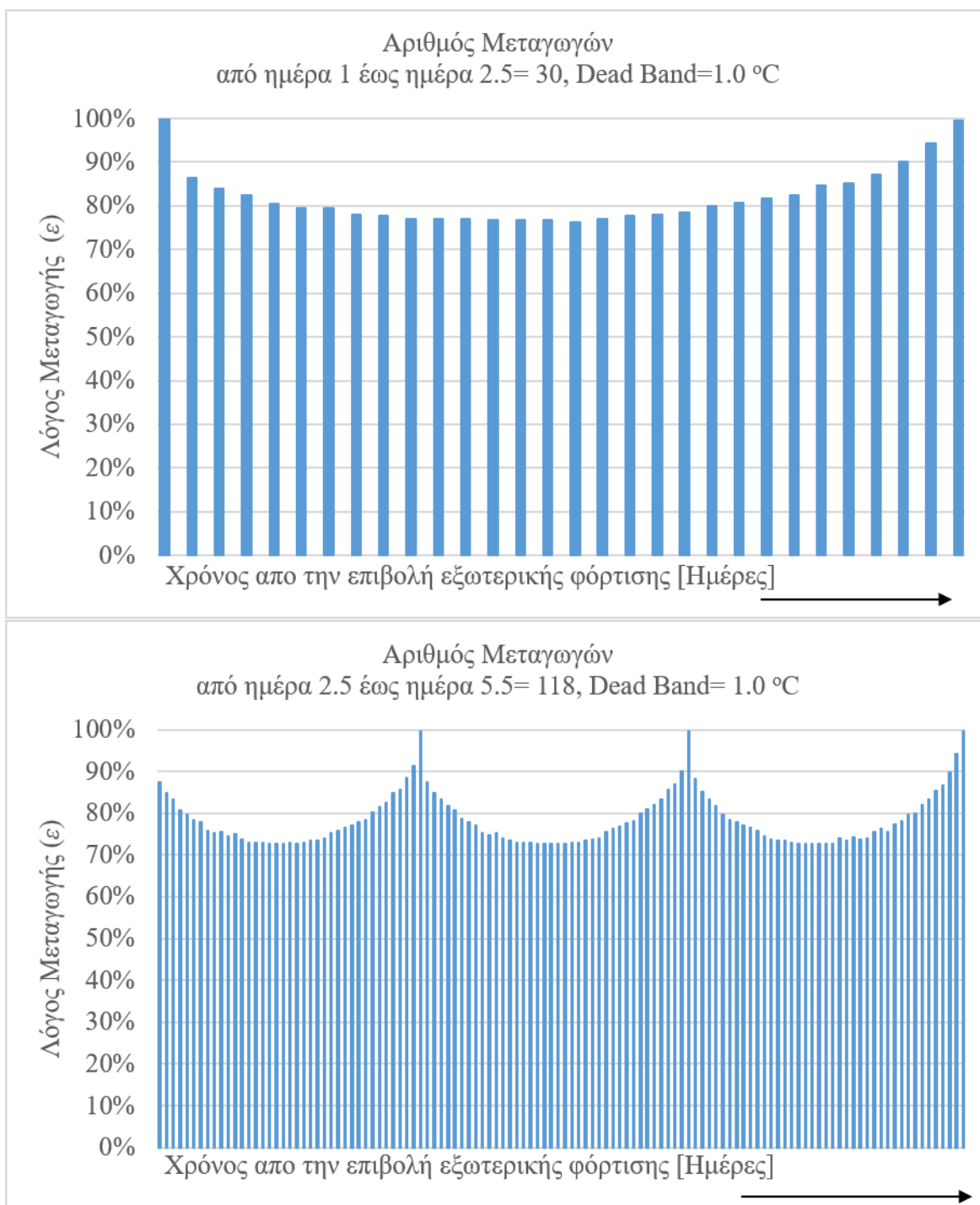
Στο διάγραμμα 5.7 φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η τροχιά που διαγράφει η T_{si} , κατά την μεταγωγή της μεταξύ των καταστάσεων «ON» και «OFF» της Q_h . Η ανομοιομορφία των χρονικών διαστημάτων από «ON» σε «OFF» είναι εμφανής.

Η παρατηρούμενη ανομοιομορφία, αποτυπώνεται γραφικά μέσω του διαγράμματος 5.8, όπου παρουσιάζεται η διακύμανση του λόγου μεταγωγής (ε) του θερμοστατικού μηχανισμού για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Από το διάγραμμα γίνεται σαφές ότι 1^{ον}) το (ε) δεν παρουσιάζει σταθερή τιμή και 2^{ον}) εμφανίζει μία περιοδικότητα στην διακύμανσή του. Αυτό είναι σε συμφωνία με την παρατήρηση από το προηγούμενο σχήμα 5.4. Οι υψηλότερες τιμές του (ε) εκδηλώνονται κατά το αρχικό χρονικό διάστημα της μελέτης, όπου το σύστημα ελέγχου λόγω της μεγάλης απόκλισης μεταξύ της αρχικής θερμοκρασίας (T_{init}) και της τιμής στόχου (T_{set}) επιτρέπει στην πηγή ροής θερμότητας να είναι συνεχώς «ON» προκειμένου να επιτευχθεί η $T_{set}+DB_{max}/2$ και μετέπειτα, στα σημεία μακράς μετάβασης.

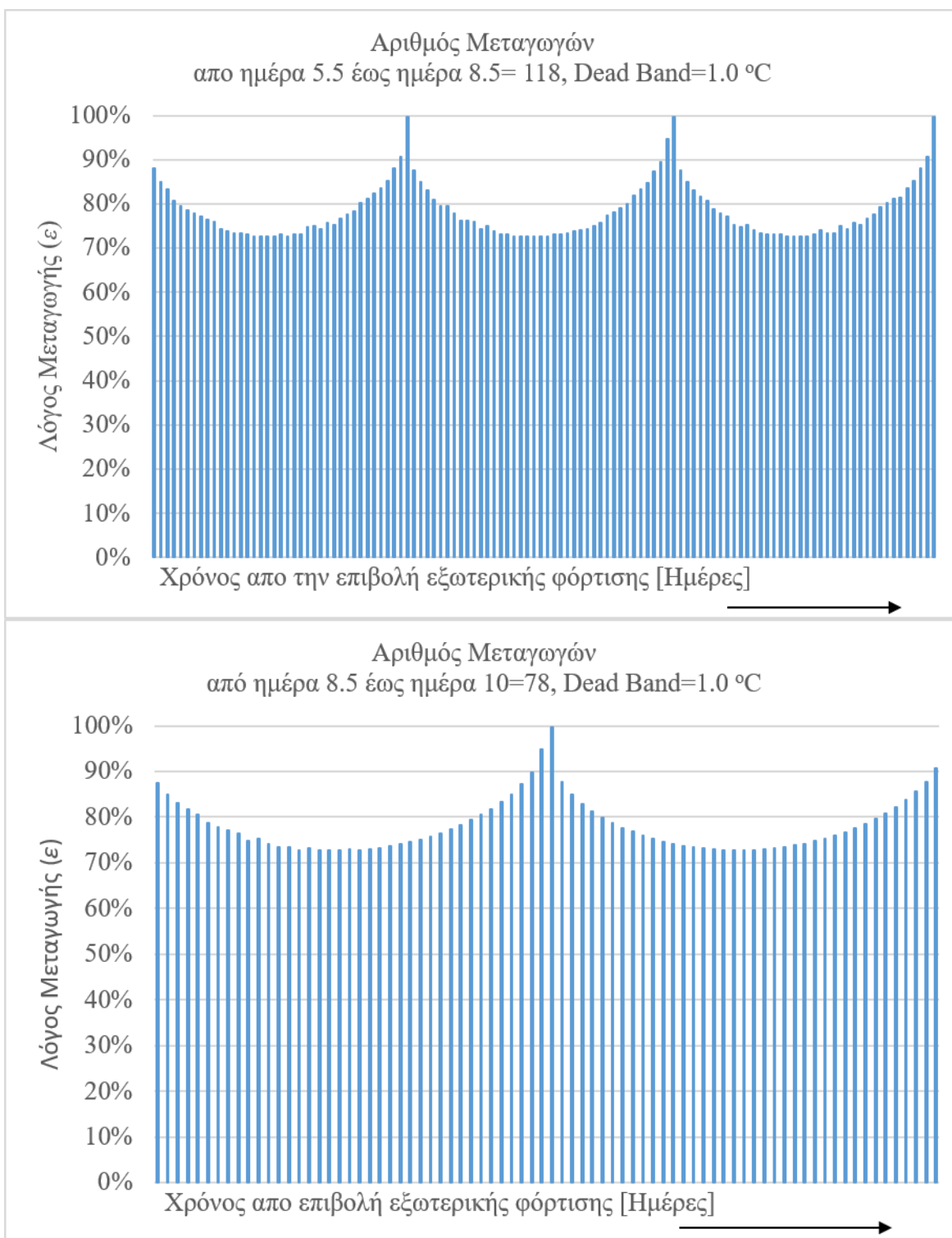


Διάγραμμα 5-8. Η χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C.

Για καλύτερη εποπτεία, στα διαγράμματα 5.9, 5.10, παρουσιάζεται ο λόγος μεταγωγής (ε) του θερμοστατικού μηχανισμού σε εστιασμένα χρονικά διαστήματα. Επιπλέον, για κάθε χρονική περίοδο, αποτυπώνεται ο αριθμός των μεταγωγών του συστήματος ελέγχου.



Διάγραμμα 5-9. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα από ημέρα 1 έως ημέρα 2.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 2.5 μέχρι και ημέρα 5.5 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C.



Διάγραμμα 5-10. Η χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για το χρονικό διάστημα απο ημέρα 5.5 έως ημέρα 8.5 (πάνω) και από ημέρα 8.5 μέχρι ημέρα 10 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C.

Στο διάγραμμα 5.11, παρουσιάζεται το διάγραμμα απόλυτων συχνοτήτων του λόγου μεταγωγής (ε) για το χρονικό διάστημα των 10 ημερών. Έχουν δημιουργηθεί 10 κατηγορίες, ίσου πλάτους.

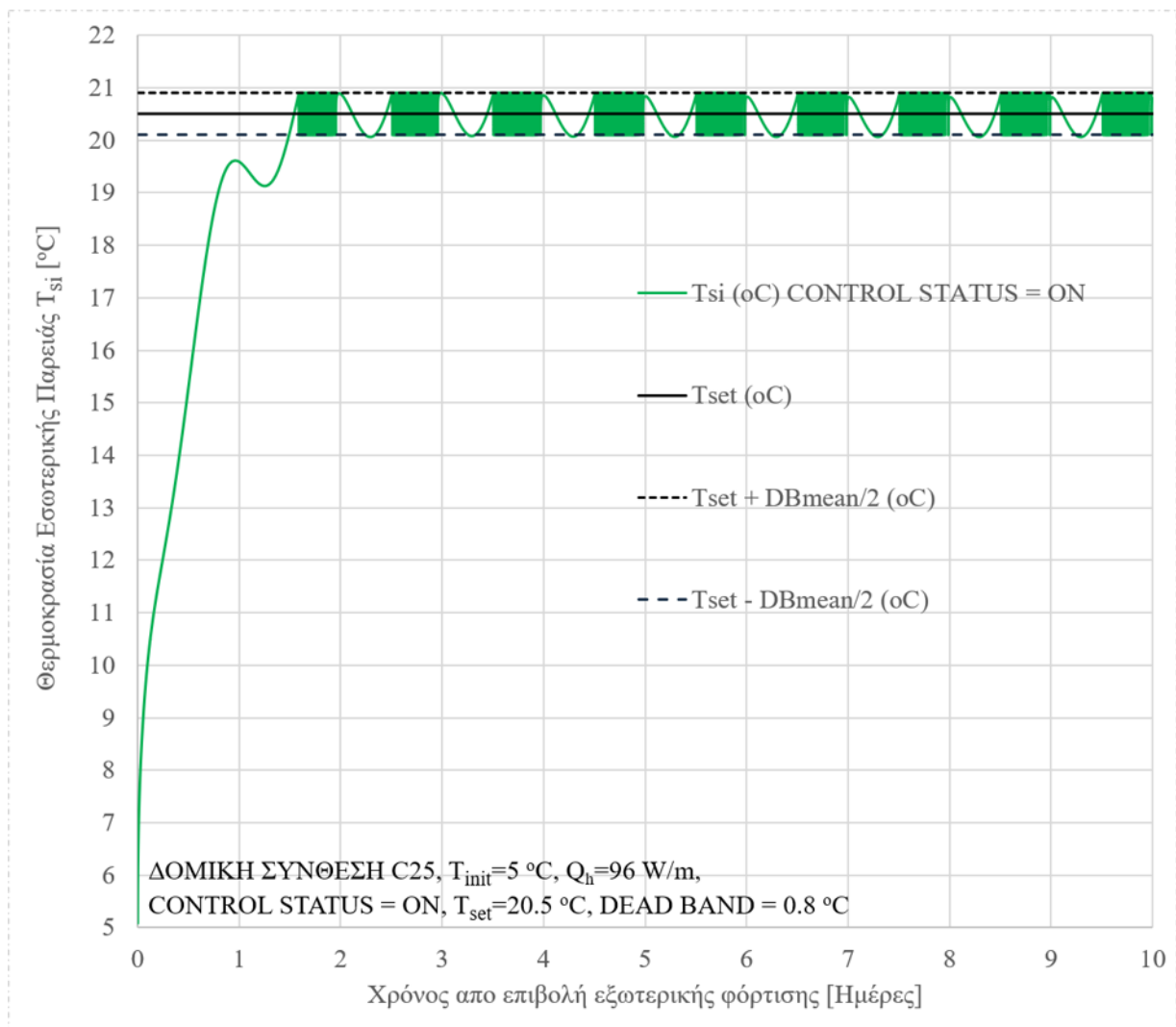


Διάγραμμα 5-11. Διάγραμμα Απόλυτων Συχνοτήτων κατηγοριοποιημένων τιμών του λόγου Μεταγωγής (ε), για θερμοστατικό έλεγχο με Νεκρή Ζώνη= 1.0 °C.

Οι υψηλότερες τιμές του (ε), βρίσκονται στην κατηγορία (97.2%, 99.9%] με τιμή απόλυτης συχνότητας 9 και είναι υπεύθυνες για τα διαστήματα μακράς μεταγωγής, όπου ο χρόνος κύκλου είναι ο μεγαλύτερος. Παρά την μικρή τιμή της απόλυτης συχνότητας εμφάνισής τους, η χρονική τους διάρκεια ανέρχεται στο 61% του συνολικού χρόνου λειτουργίας του συστήματος. Η πολυπληθέστερη κατηγορία είναι αυτή όπου ο λόγος (ε) κυμαίνεται εντός του διαστήματος [72.7%, 75.4%) με απόλυτη συχνότητα 141. Γενικά, το σύστημα εμφανίζει στο 81.6% των περιπτώσεων (281 μεταγωγές επί συνόλου 344) λόγο (ε) εντός του διαστήματος [72.7%, 83.6%].

5.1.2.2 Ανάλυση συμπεριφοράς με στρατηγική ελέγχου μέσης τιμής νεκρής ζώνης (Dead Band mean)

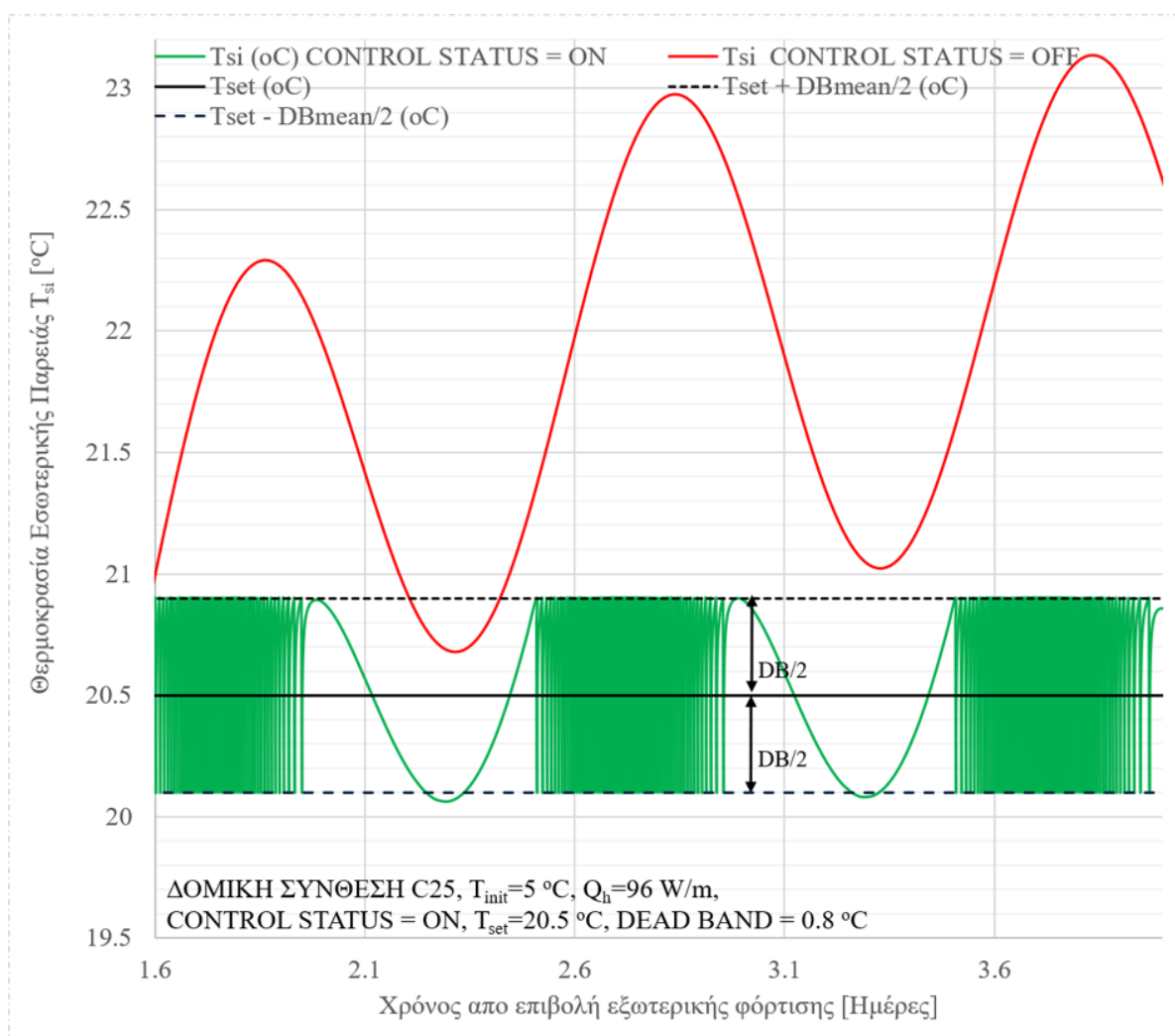
Στο διάγραμμα 5.12, απεικονίζεται η επίδραση του θερμοστατικού μηχανισμού με ενεργοποιημένο τον έλεγχο (Control Status=On), στην χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας T_{si} από την αρχική της τιμή T_{init} , για την περίπτωση της προσέγγισης με Νεκρή Ζώνη = 0.8 °C (Dead Band mean), για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Η καμπύλη ξεκινάει από την αρχική κατάσταση ισορροπίας με θερμοκρασία $t_{init} = 5$ °C, ακολουθεί ταχεία άνοδο, παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο και εισέρχεται εν συνεχεία εντός της ζώνης $[T_{set}-DB_{mean}/2, T_{set}+DB_{mean}/2]$.



Διάγραμμα 5-12. Χρονική εξέλιξη των θερμοκρασιών εσωτερικής παρειάς (T_{si}) υπό την επίδραση του ελέγχου του θερμοστατικού μηχανισμού με Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.

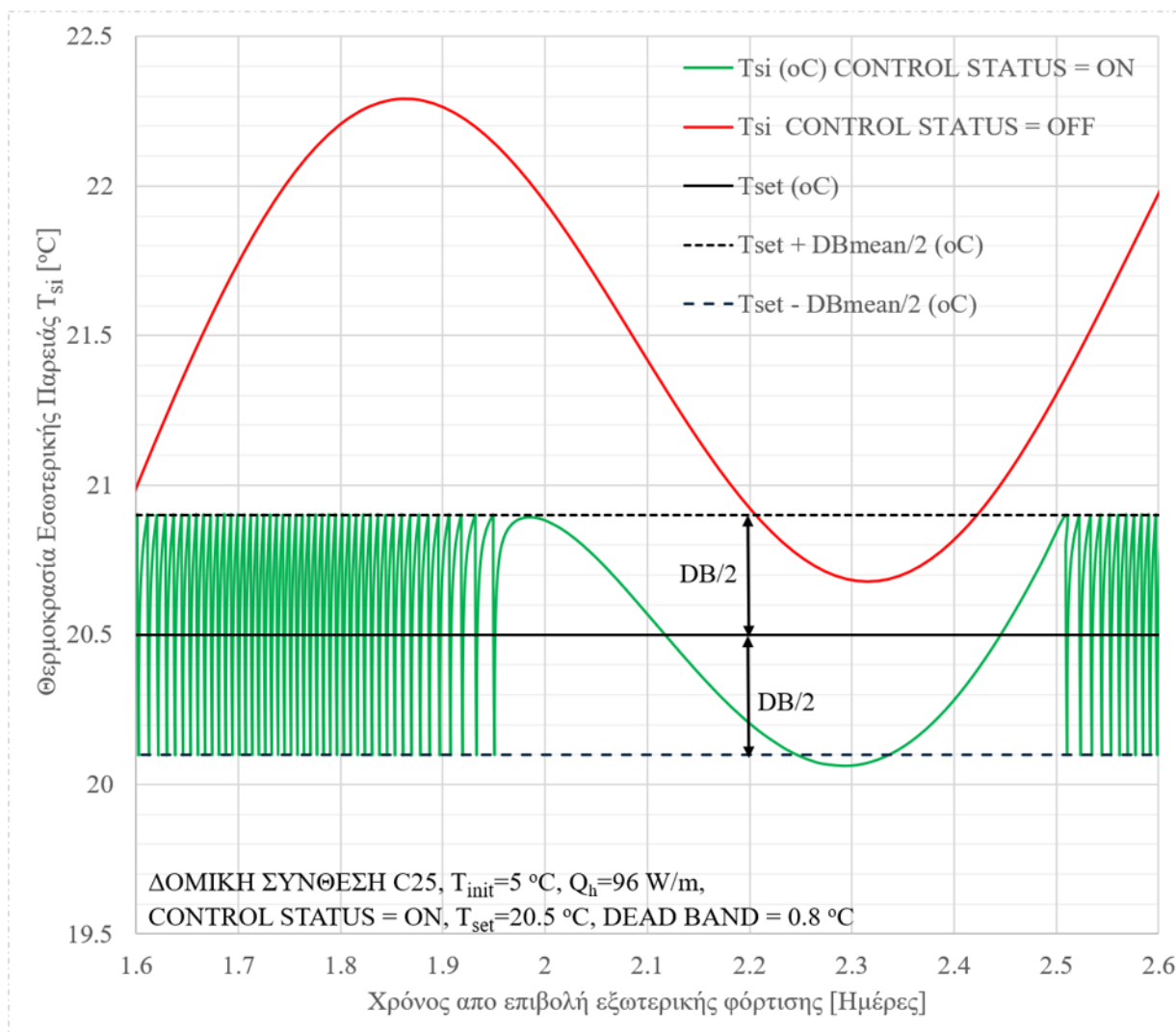
Εντός της ζώνης, η θερμοκρασία T_{si} , βοηθούμενη από την υψηλή τιμή της ροής θερμότητας $Q_h=96$ W/m, τείνει να μεταβεί εκτός, ωστόσο στο σημείο $T_{set}+DB_{mean}/2$, επεμβαίνει ο

μηχανισμός ελέγχου και θέτει την πηγή θερμότητας εκτός (Heater State=Off). Συνεπεία αυτού, είναι η άμεση πτώση της T_{si} μέχρι το κάτω όριο της νεκρής ζώνης, ($T_{set}-DB_{mean}/2$) όπου ο θερμοστατικός μηχανισμός επεμβαίνει, και θέτει την πηγή θερμότητας εντός (Heater State=On) και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Οι μεταγωγές από κατάσταση «ON» σε κατάσταση «OFF», λόγω της μεγάλης συχνότητας εμφάνισης, αναπαρίστανται ως πύκνωση στο διάγραμμα. Στο υπό μελέτη χρονικό διάστημα των 10 ημερών, παρατηρούνται 9 τέτοια διαστήματα πυκνών μεταγωγών, που χωρίζονται μεταξύ τους από 1 διάστημα όπου η μεταγωγή από «ON» σε «OFF» διαρκεί ιδιαίτερα μεγάλο χρόνο, της τάξης του 1/2 της ημέρας και σχετικά ίσου με το διάστημα των προηγούμενων βραχέων μεταγωγών. Αυτό θα γίνει αντικείμενο διερεύνησης μέσω του λόγου μεταγωγής (ϵ) στην συνέχεια.



Διάγραμμα 5-13. Χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.

Εστιάζοντας στην πορεία της T_{si} εντός του διαστήματος $[T_{set}-DB_{mean}/2, T_{set}+DB_{mean}/2]$, στο διάγραμμα 5.13 περιορίζουμε τα όρια του κατακόρυφου άξονα της θερμοκρασίας αλλά και του οριζόντιου χρονικού άξονα, για λόγους καλύτερης εποπτείας. Στο υπό θεώρηση χρονικό διάστημα, φαίνονται 3 σειρές βραχέων σχετικά μεταγωγών, συνδεδεμένες μεταξύ τους από 2 μακρές. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζεται και η περίπτωση με απενεργοποιημένο τον

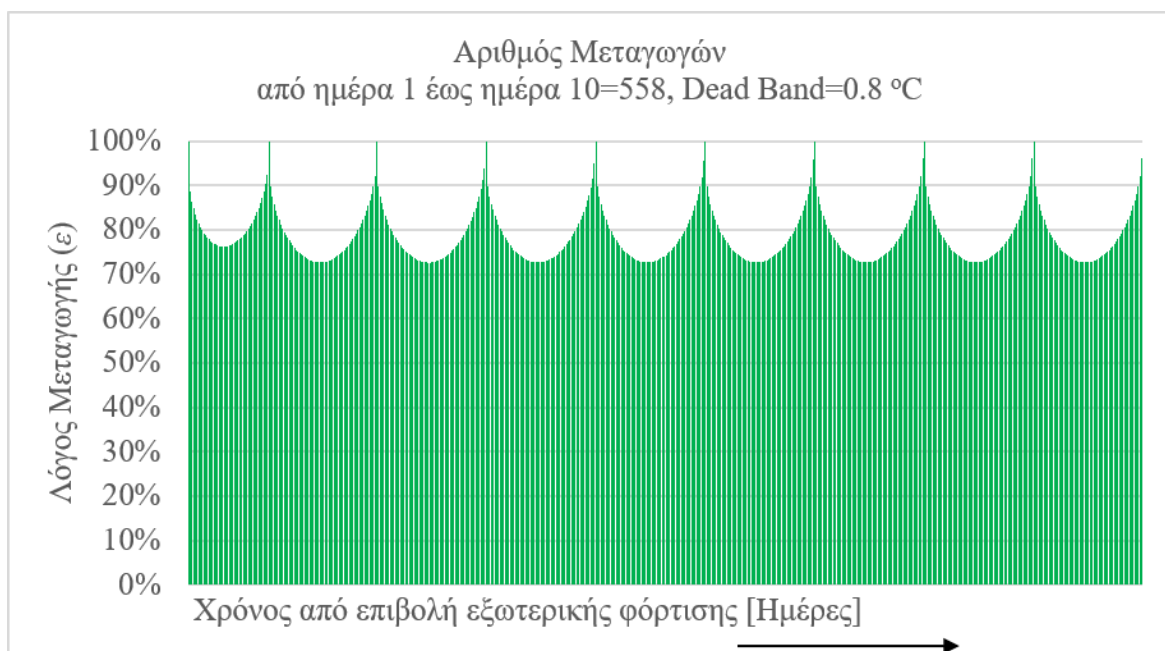


Διάγραμμα 5-14. Εστιασμένη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= $0.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.

θερμοστατικό έλεγχο (Control Status= OFF). Με την βοήθεια αυτής της καμπύλης, γίνεται αντιληπτό ότι οι περιοχές μακράς μεταγωγής συμπίπτουν χρονικά στην γραφική παράσταση με τα διαστήματα όπου ακόμη και με συνεχή ροή θερμότητας Q_h , η θερμοκρασία T_{si} μειώνεται. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι κατά την διάρκεια των μακρών μεταγωγών μεταξύ

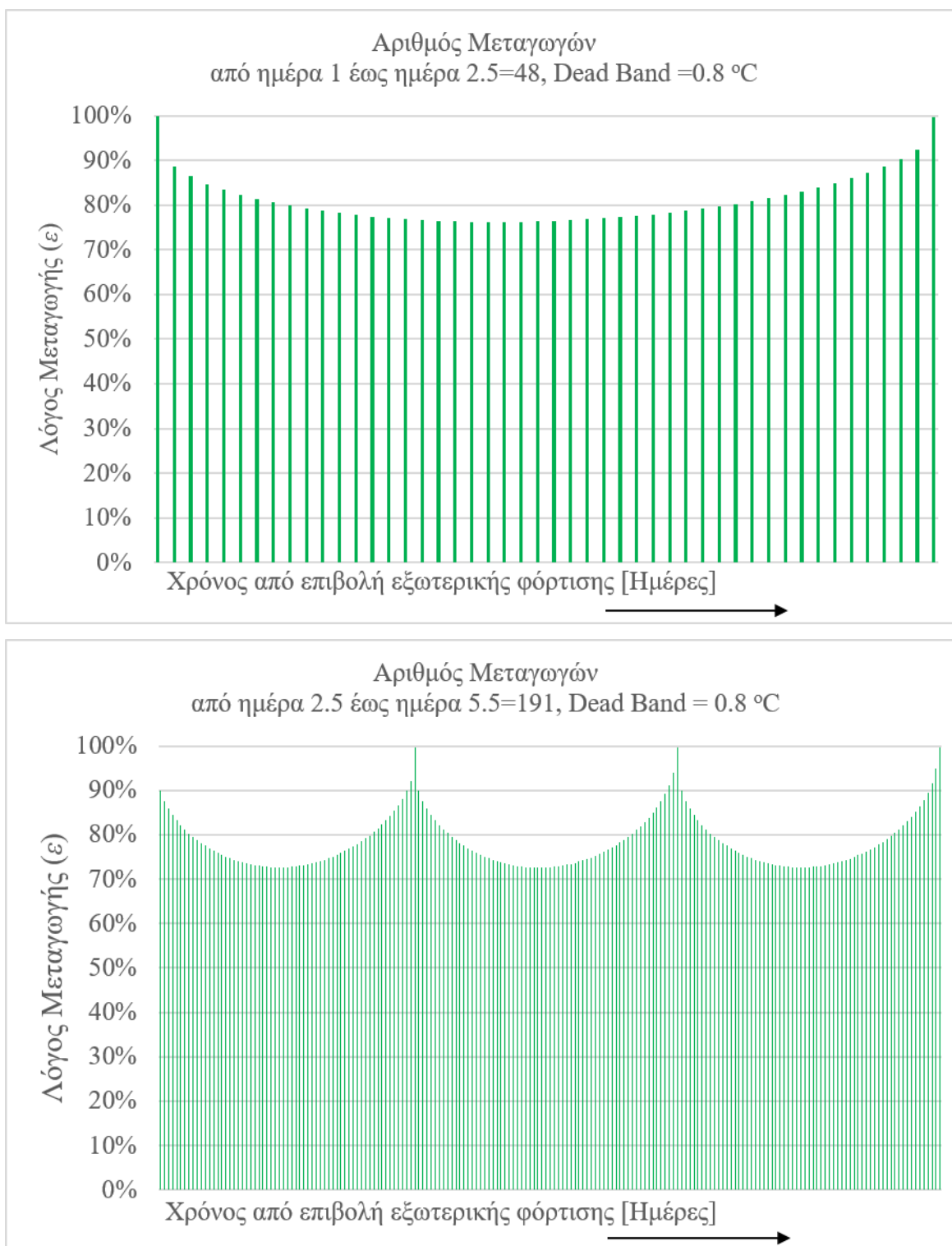
των καταστάσεων «ON» και «OFF» της Q_h , η τροχιά της T_{si} , βγαίνει εκτός της Νεκρής Ζώνης. Αυτό αποτελεί σημείο μελέτης του διαγράμματος 5.14. Η ανομοιομορφία των χρονικών διαστημάτων από «ON» σε «OFF» είναι επίσης εμφανής.

Η παρατηρούμενη ανομοιομορφία των χρονικών διαστημάτων, αποτυπώνεται γραφικά μέσω του διαγράμματος 5.15, όπου παρουσιάζεται η διακύμανση του λόγου μεταγωγής (ε) του θερμοστατικού μηχανισμού για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Από το διάγραμμα γίνεται σαφές ότι 1^{ον}) το (ε) δεν παρουσιάζει σταθερή τιμή και 2^{ον}) εμφανίζει μία περιοδικότητα στην διακύμανσή του. Αυτό είναι σε συμφωνία με την παρατήρηση από το προηγούμενο σχήμα 6.4. Οι υψηλότερες τιμές του (ε) εκδηλώνονται κατά το αρχικό χρονικό διάστημα της μελέτης, όπου λόγω της μεγάλης απόκλισης μεταξύ της αρχικής θερμοκρασίας (T_{init}) και της τιμής στόχου (T_{set}) το σύστημα ελέγχου επιτρέπει στην πηγή ροής θερμότητας να είναι συνεχώς «ON» προκειμένου να επιτευχθεί η $T_{set}+DB_{mean}/2$ και μετέπειτα στα σημεία μακράς μετάβασης.

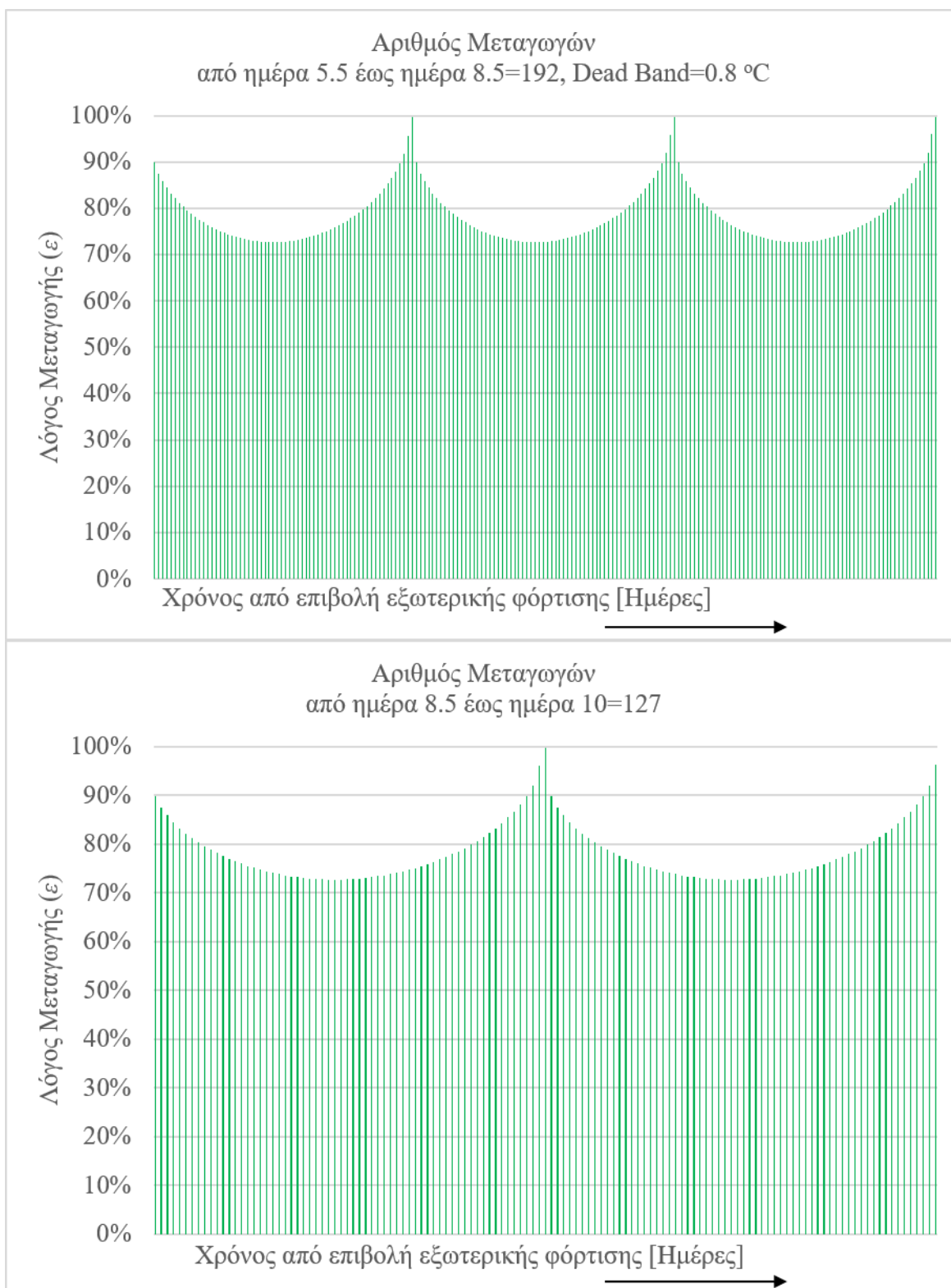


Διάγραμμα 5-15. Η χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.

Για καλύτερη εποπτεία, στα διαγράμματα 5.16, 5.17, παρουσιάζεται ο λόγος μεταγωγής (ε) του θερμοστατικού μηχανισμού σε εστιασμένα χρονικά διαστήματα. Επιπλέον, για κάθε χρονική περίοδο, αποτυπώνεται ο αριθμός των μεταγωγών του συστήματος ελέγχου.

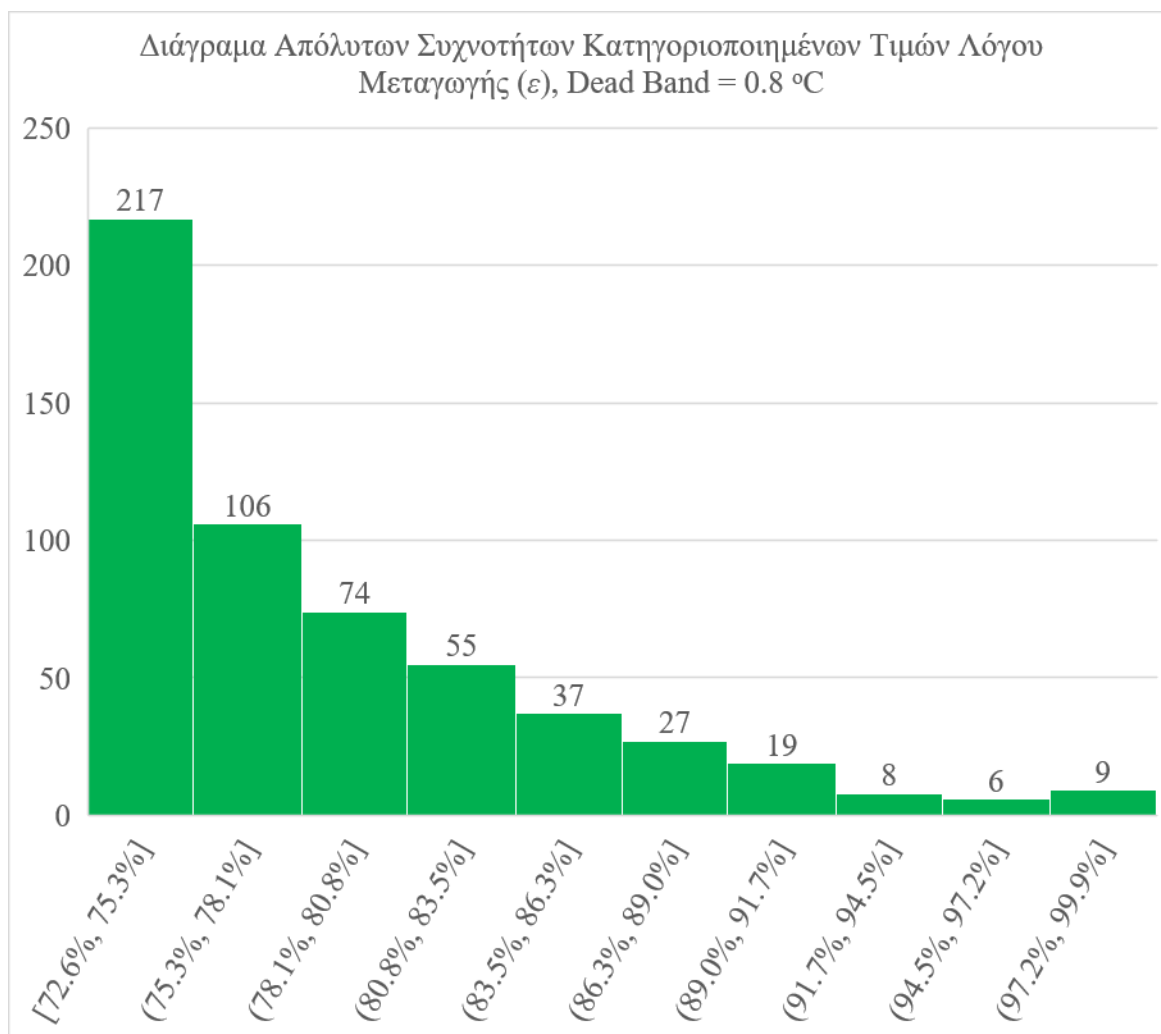


Διάγραμμα 5-16. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα από ημέρα 1 έως ημέρα 2.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 2.5 μέχρι και ημέρα 5.5 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.



Διάγραμμα 5-17. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ϵ) για χρονικό διάστημα από ημέρα 5.5 έως ημέρα 8.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 8.5 μέχρι και ημέρα 10 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.

Στο διάγραμμα 5.18, παρουσιάζεται το διάγραμμα απόλυτων συχνοτήτων του λόγου μεταγωγής (ε) για το χρονικό διάστημα των 10 ημερών. Έχουν δημιουργηθεί 10 κατηγορίες, ίσου πλάτους.

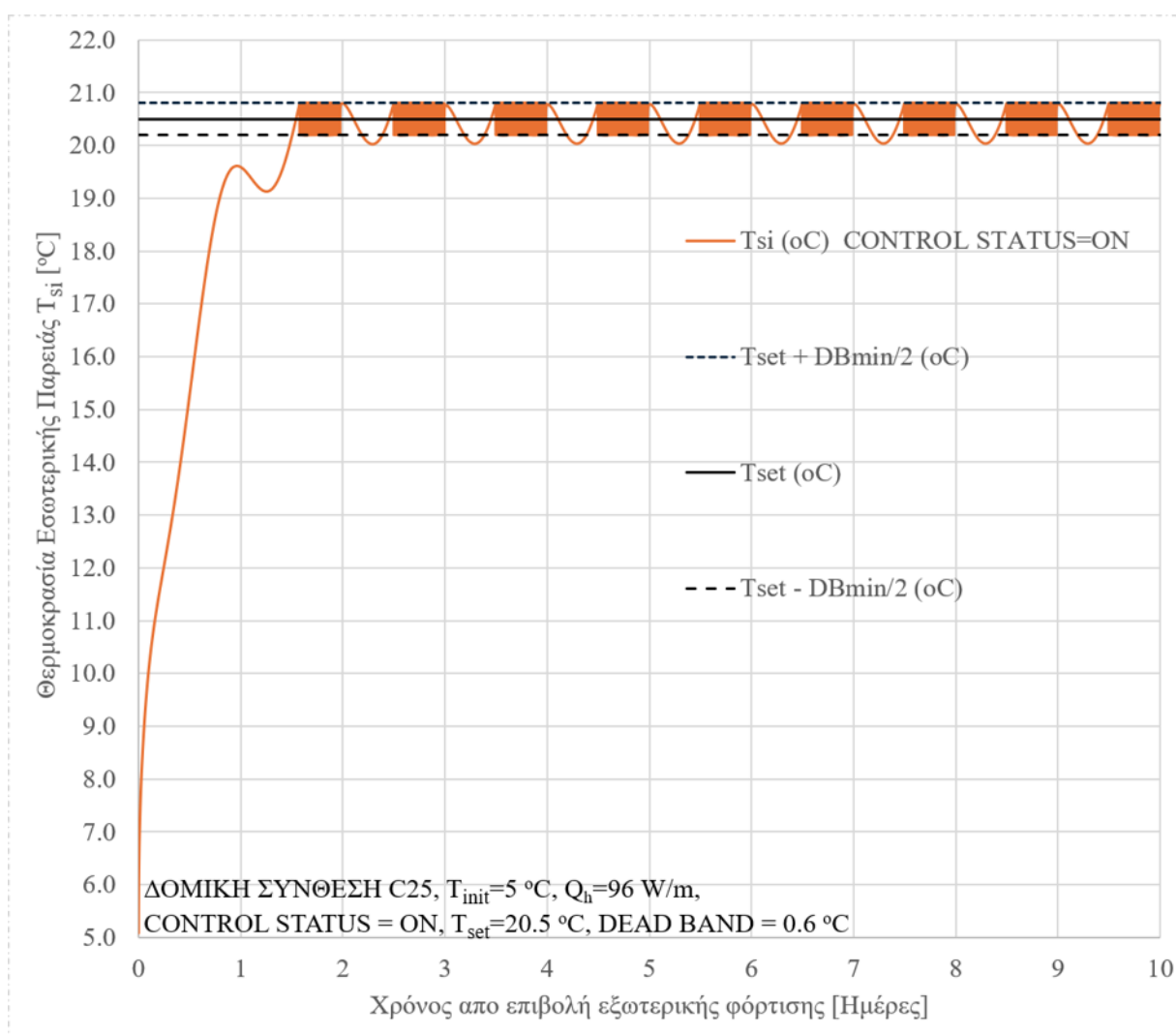


Διάγραμμα 5-18. Διάγραμμα Απόλυτων Συχνοτήτων κατηγοριοποιημένων τιμών του λόγου Μεταγωγής (ε), για θερμοστατικό έλεγχο με Νεκρή Ζώνη= 0.8 °C.

Οι υψηλότερες τιμές του (ε), βρίσκονται στην κατηγορία (97.2%, 99.9%] με τιμή απόλυτης συχνότητας 9 και είναι υπεύθυνες για τα διαστήματα μακράς μεταγωγής, όπου ο χρόνος κύκλου είναι ο μεγαλύτερος. Παρά την μικρή τιμή της απόλυτης συχνότητάς τους, η χρονική τους διάρκεια ανέρχεται στο 59% του συνολικού χρόνου λειτουργίας του συστήματος. Η πολυπληθέστερη κατηγορία είναι αυτή όπου ο λόγος (ε) κυμαίνεται εντός του διαστήματος [72.6%, 75.3%) με απόλυτη συχνότητα 217. Γενικά, το σύστημα εμφανίζει στο 81.0% των περιπτώσεων (452 μεταγωγές επί συνόλου 558) λόγο (ε) εντός του διαστήματος [72.6%, 83.5%].

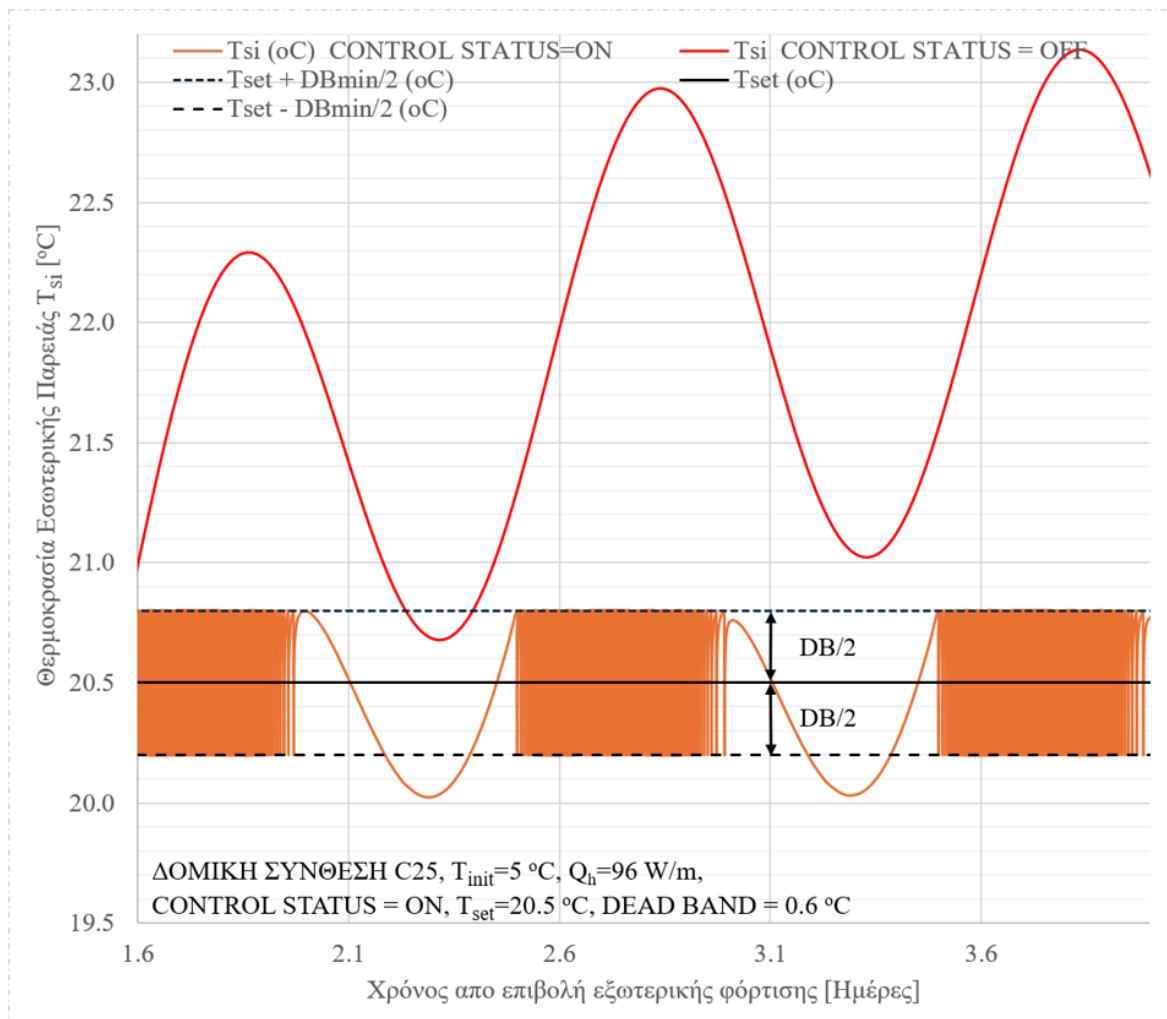
5.1.2.3 Ανάλυση συμπεριφοράς με στρατηγική ελέγχου ελάχιστης τιμής νεκρής ζώνης (Dead Band min)

Στο διάγραμμα 5.19, απεικονίζεται η επίδραση του θερμοστατικού μηχανισμού με ενεργοποιημένο τον έλεγχο, (Control Status=ON), στην χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας T_{si} από την αρχική της τιμή T_{init} , για την περίπτωση της προσέγγισης με Νεκρή Ζώνη = 0.6 °C (Dead Band min), για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Η καμπύλη ξεκινάει από την αρχική κατάσταση ισορροπίας με θερμοκρασία $t_{init}=5$ °C, ακολουθεί ταχεία άνοδο, παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο και εισέρχεται εν συνεχεία εντός της ζώνης $[T_{set}-DB_{min}/2, T_{set}+DB_{min}/2]$.



Διάγραμμα 5-19. Χρονική εξέλιξη των θερμοκρασιών εσωτερικής παρειάς (T_{si}) υπό την επίδραση του ελέγχου του θερμοστατικού μηχανισμού με Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.

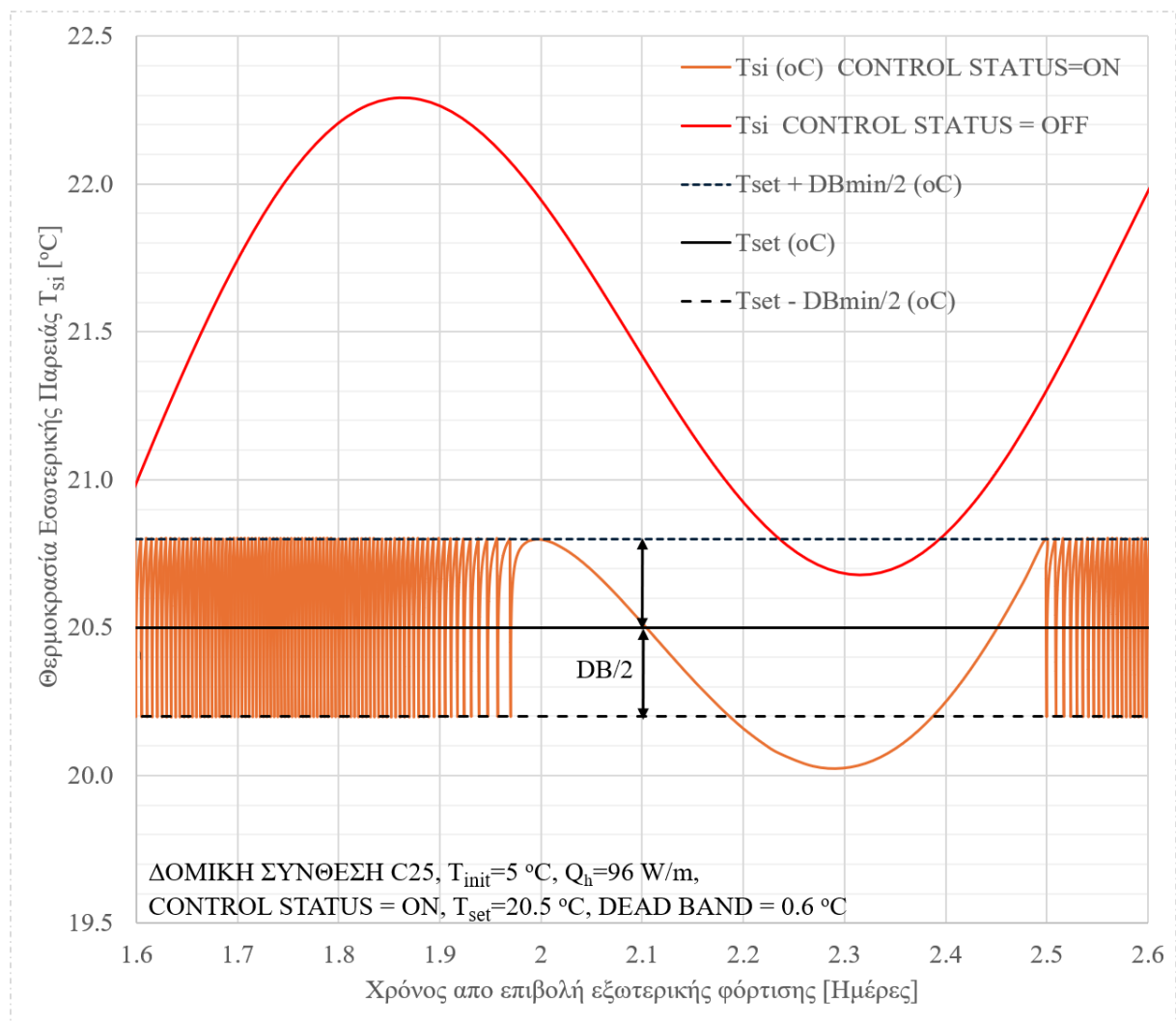
Εντός της ζώνης, η θερμοκρασία T_{si} , βοηθούμενη από την υψηλή τιμή της ροής θερμότητας $Q_h=96 \text{ W/m}$, τείνει να μεταβεί εκτός, ωστόσο στο σημείο $T_{set}+DB_{min}/2$, επεμβαίνει ο μηχανισμός ελέγχου (Control Status = OFF) και την αποκόπτει. Συνεπεία αυτού είναι η άμεση πτώση της T_{si} μέχρι το κάτω όριο της νεκρής ζώνης, $(T_{set}-DB_{min}/2)$ όπου ο θερμοστατικός μηχανισμός επεμβαίνει (Control Status=ON) και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Οι μεταγωγές από κατάσταση «ON» σε κατάσταση «OFF», λόγω της μεγάλης συχνότητας εμφάνισης, αναπαρίστανται ως πύκνωση στο διάγραμμα.



Διάγραμμα 5-20. Χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= $0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$ στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.

Στο υπό μελέτη χρονικό διάστημα των 10 ημερών, παρατηρούνται 9 τέτοια διαστήματα πυκνών μεταγωγών, που χωρίζονται μεταξύ τους από 1 διάστημα όπου η μεταγωγή από «ON» σε «OFF» διαρκεί ιδιαίτερα μεγάλο χρόνο, της τάξης του 1/2 της ημέρας και σχετικά

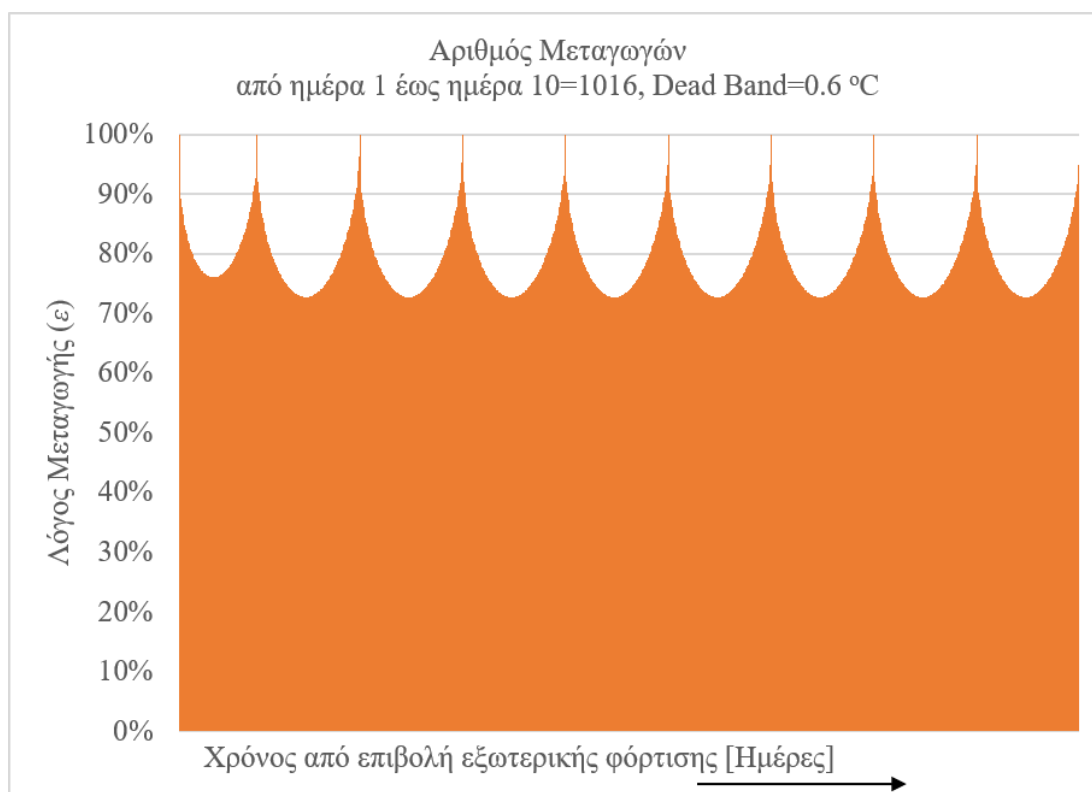
ίσου με το διάστημα των προηγούμενων βραχέων μεταγωγών. Αυτό θα γίνει αντικείμενο διερεύνησης μέσω του λόγου μεταγωγής (ε) στην συνέχεια. Εστιάζοντας στην πορεία της T_{si} εντός του διαστήματος $[T_{set}-DB_{min}/2, T_{set}+DB_{min}/2]$, στο διάγραμμα 5.20 περιορίζουμε τα όρια του κατακόρυφου άξονα της θερμοκρασίας αλλά και του οριζόντιου χρονικού άξονα, για λόγους καλύτερης εποπτείας. Στο υπό θεώρηση χρονικό διάστημα, φαίνονται 3 σειρές βραχέων σχετικά μεταγωγών, συνδεδεμένες μεταξύ τους από 2 μακρές. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζεται και η περίπτωση με απενεργοποιημένο τον θερμοστατικό έλεγχο (Control Status= OFF).



Διάγραμμα 5-21. Εστιασμένη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας εσωτερικής παρείας (T_{si}) για τις περιπτώσεις α) ενεργοποίησης θερμοστατικού ελέγχου με Νεκρή Ζώνη= $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ στην εφαρμογή της εσωτερικής ροής θερμότητας Q_h και β) χωρίς ενεργοποιημένο έλεγχο.

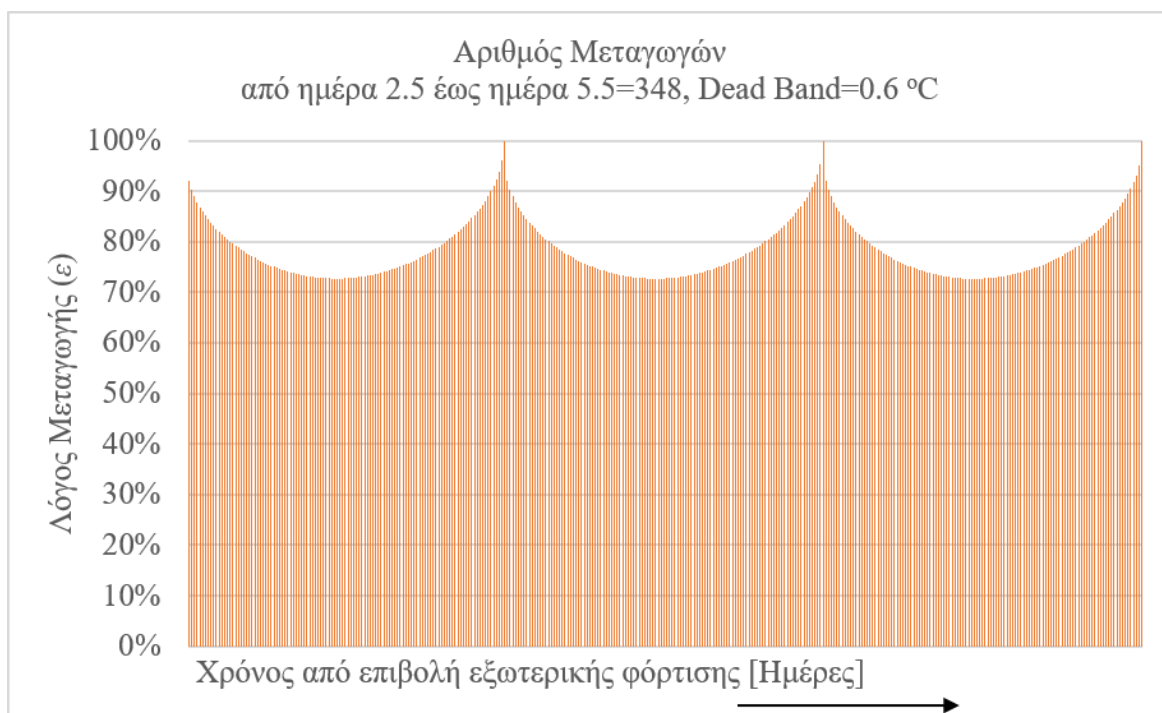
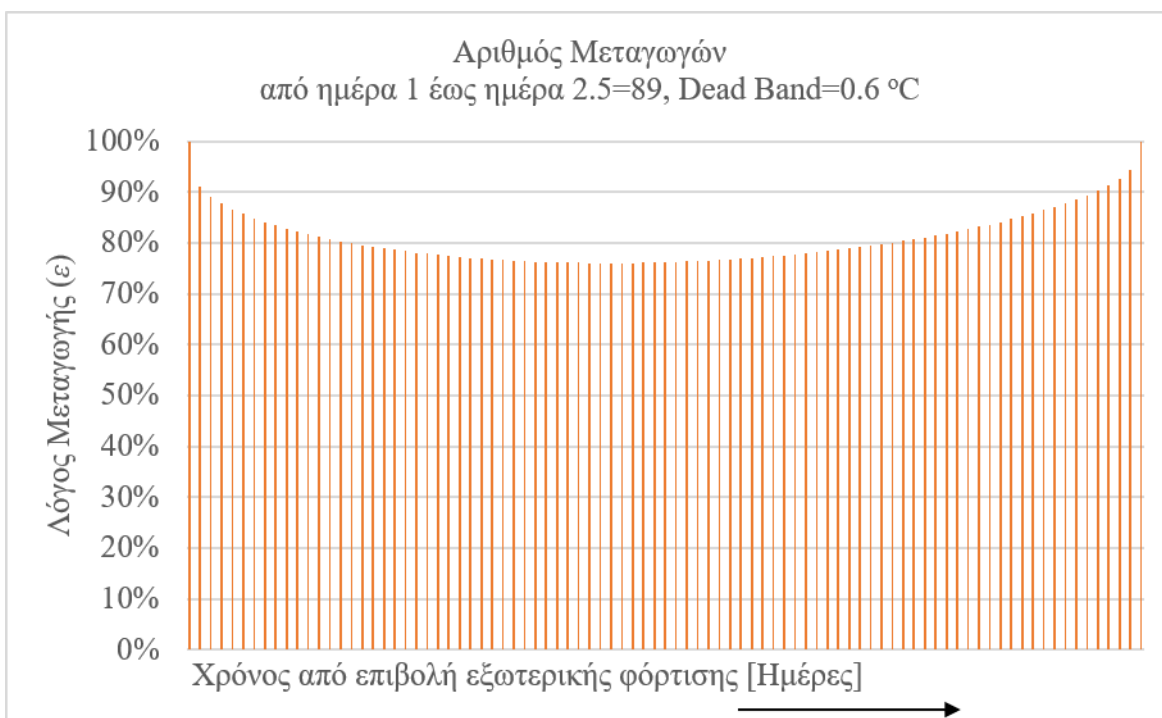
Με την βοήθεια αυτής της καμπύλης, γίνεται αντιληπτό ότι οι περιοχές μακράς μεταγωγής συμπίπτουν χρονικά στην γραφική παράσταση με τα διαστήματα όπου ακόμη και με συνεχή

ροή θερμότητας Q_h , η θερμοκρασία T_{si} μειώνεται. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι κατά την διάρκεια των μακρών μεταγωγών μεταξύ των καταστάσεων «ON» και «OFF» της Q_h , η τροχιά της T_{si} , βγαίνει εκτός της Νεκρής Ζώνης. Αυτό αποτελεί σημείο μελέτης του διαγράμματος 5.21. Η ανομοιομορφία των χρονικών διαστημάτων από «ON» σε «OFF» είναι επίσης εμφανής. Η παρατηρούμενη ανομοιομορφία των χρονικών διαστημάτων, αποτυπώνεται γραφικά μέσω του διαγράμματος 5.22, όπου παρουσιάζεται η διακύμανση του λόγου μεταγωγής (ε) του θερμοστατικού μηχανισμού για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Από το διάγραμμα γίνεται σαφές ότι 1^{ον}) το (ε) δεν παρουσιάζει σταθερή τιμή και 2^{ον}) εμφανίζει μία περιοδικότητα στην διακύμανσή του. Αυτό είναι σε συμφωνία με την παρατήρηση από το προηγούμενο σχήμα 5.4. Οι υψηλότερες τιμές του (ε) εκδηλώνονται κατά το αρχικό χρονικό διάστημα της μελέτης, όπου λόγω της μεγάλης απόκλισης μεταξύ της αρχικής θερμοκρασίας (T_{init}) και της τιμής στόχου (T_{set}) το σύστημα ελέγχου επιτρέπει στην πηγή ροής θερμότητας να είναι συνεχώς «ON» προκειμένου να επιτευχθεί η $T_{set}+DB_{min}/2$ και μετέπειτα στα σημεία μακράς μετάβασης.

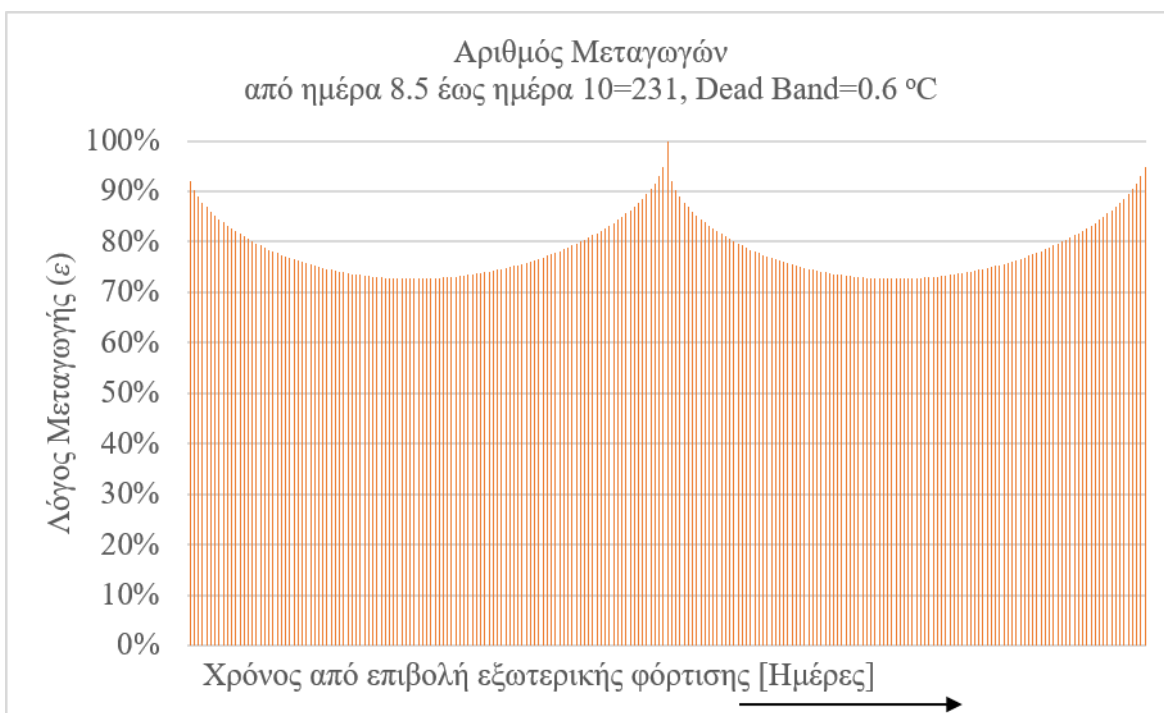
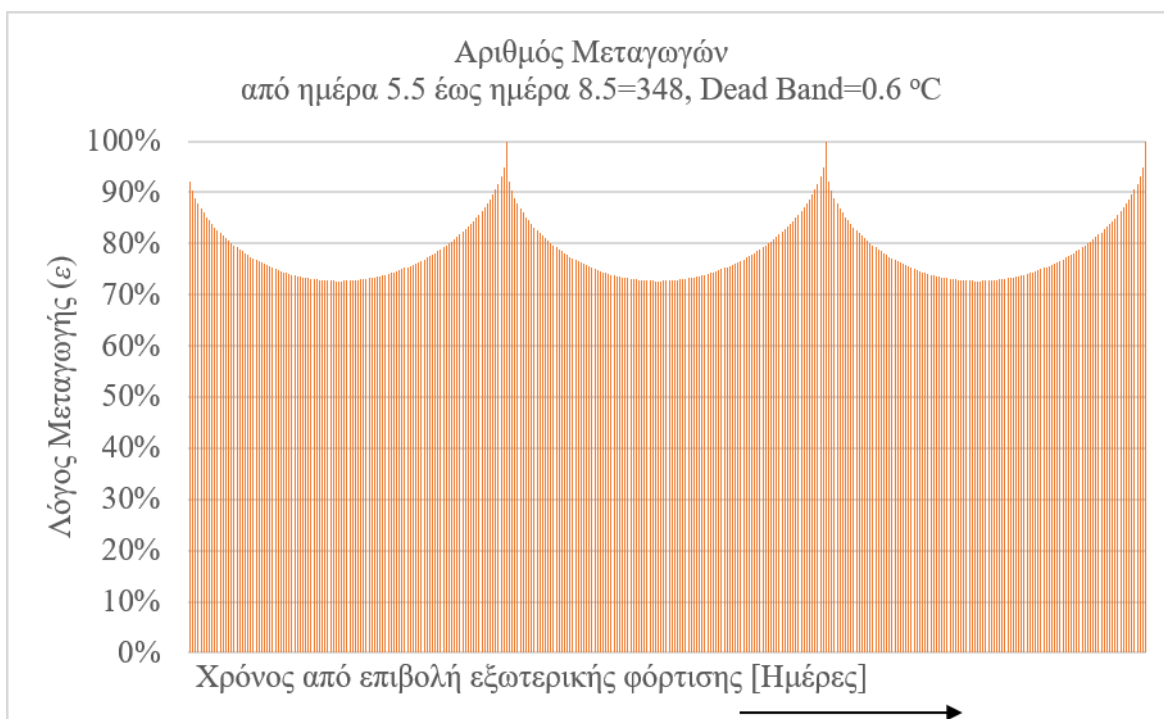


Διάγραμμα 5-22. Η χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα 10 ημερών. Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.

Για καλύτερη εποπτεία, στα διαγράμματα 5.23, 5.24, παρουσιάζεται ο λόγος μεταγωγής (ε) του θερμοστατικού μηχανισμού σε εστιασμένα χρονικά διαστήματα. Επιπλέον, για κάθε χρονική περίοδο, αποτυπώνεται ο αριθμός των μεταγωγών του συστήματος ελέγχου.

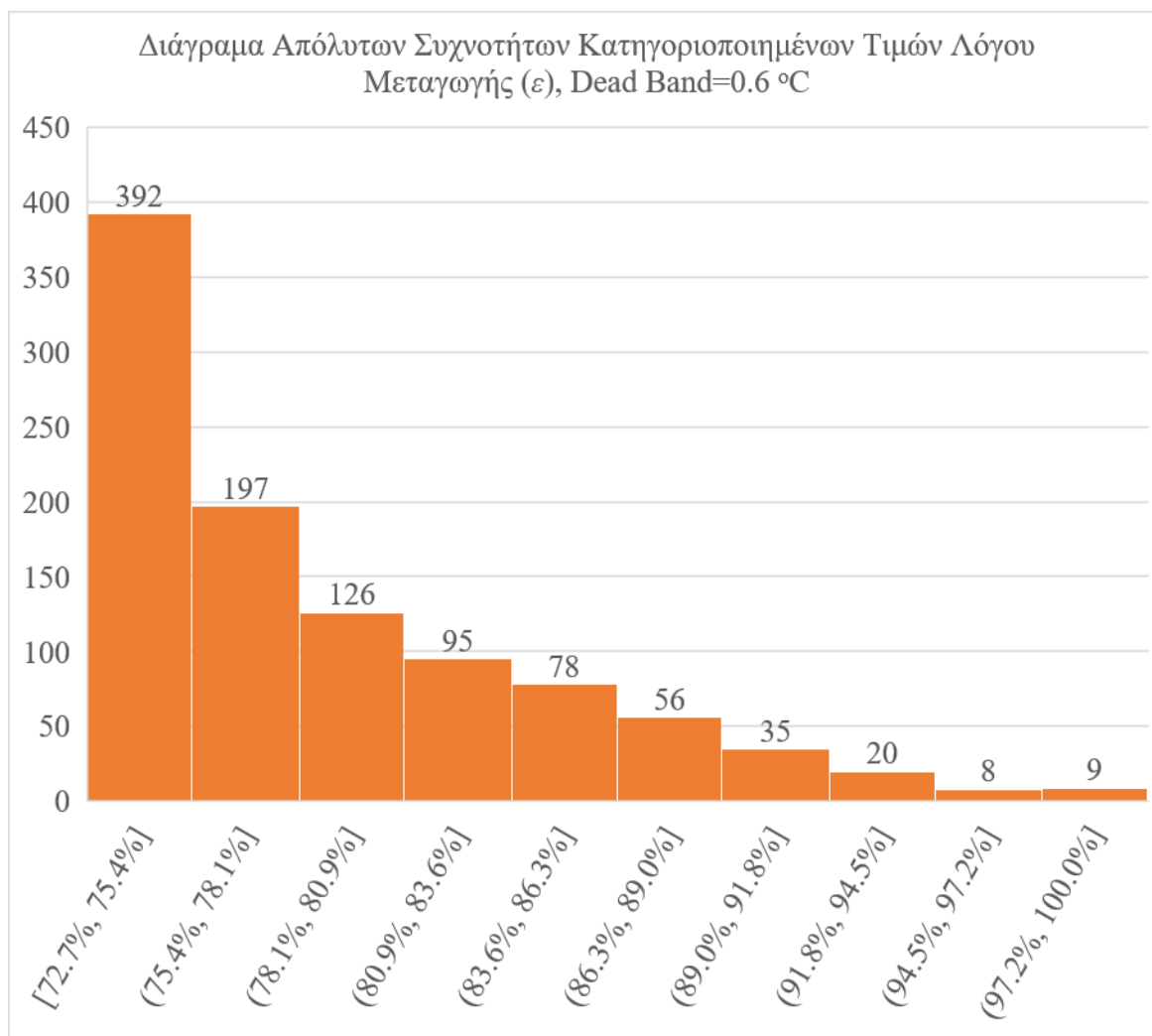


Διάγραμμα 5-23. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα από ημέρα 1 έως ημέρα 2.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 2.5 μέχρι και ημέρα 5.5 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.



Διάγραμμα 5-24. Χρονική εξέλιξη του λόγου μεταγωγής (ε) για χρονικό διάστημα από ημέρα 5.5 έως ημέρα 8.5 (πάνω) και για το χρονικό διάστημα από ημέρα 8.5 μέχρι και ημέρα 10 (κάτω). Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.

Στο σχήμα 5.25, παρουσιάζεται το διάγραμμα απόλυτων συχνοτήτων του λόγου μεταγωγής (ϵ) για το χρονικό διάστημα των 10 ημερών. Έχουν δημιουργηθεί 10 κατηγορίες, ίσου πλάτους.



Διάγραμμα 5-25. Διάγραμμα Απόλυτων Συχνοτήτων κατηγοριοποιημένων τιμών του λόγου Μεταγωγής (ϵ), για θερμοστατικό έλεγχο με Νεκρή Ζώνη= 0.6 °C.

Οι υψηλότερες τιμές του (ϵ), βρίσκονται στην κατηγορία (97.2%, 100.0%] με τιμή απόλυτης συχνότητας 9 και είναι υπεύθυνες για τα διαστήματα μακράς μεταγωγής, όπου ο χρόνος κύκλου είναι ο μεγαλύτερος. Παρά την μικρή τιμή της απόλυτης συχνότητας εμφάνισής τους, η χρονική τους διάρκεια ανέρχεται στο 57% του συνολικού χρόνου λειτουργίας του συστήματος. Η πολυπληθέστερη κατηγορία είναι αυτή όπου ο λόγος (ϵ) κυμαίνεται εντός του διαστήματος [72.7%, 75.4%) με απόλυτη συχνότητα 392. Γενικά, το σύστημα εμφανίζει

στο 79.7% των περιπτώσεων (810 μεταγωγές επί συνόλου 1016) λόγο (ϵ) εντός του διαστήματος [72.7%, 83.6%].

5.2 Συνοπτικά αποτελέσματα

Συνοψίζοντας, στο χρονικό διάστημα των 10 ημερών που μελετήθηκε το σύστημα:

- Για την στρατηγική επίτευξης της επιθυμητής θερμοκρασίας T_{si} με μέγιστη τιμή Νεκρής Ζώνης (Dead Band max=1.0 °C):

Ο χρόνος που απαιτήθηκε για την ανύψωση της θερμοκρασίας από την αρχική τιμή ισορροπίας $T_{init}=5\text{ }^{\circ}\text{C}$ στην τιμή $T_{set} + DB_{max}/2=21\text{ }^{\circ}\text{C}$ για πρώτη φορά, είναι $1.383 \times 10^5\text{ s}$ (1.6 ημέρες).

Η πηγή ροής θερμότητας Q_h , παρέμεινε σε κατάσταση «ON» για συνολικό χρονικό διάστημα $7.952 \times 10^5\text{ s}$ (9.2 ημέρες) που αντιστοιχεί στο 92.04 % του συνολικού χρόνου μελέτης.

Η πηγή ροής θερμότητας Q_h , παρέμεινε σε κατάσταση «OFF» για συνολικό χρονικό διάστημα $6.880 \times 10^4\text{ s}$ (0.8 ημέρες) που αντιστοιχεί στο 7.96 % του συνολικού χρόνου μελέτης.

Ο συνολικός αριθμός των μεταγωγών «ON» / «OFF» ανήλθε σε 344

Από αυτές, οι 9 μεταγωγές διήρκησαν για χρονικό διάστημα ίσο προς το 61% του συνολικού χρόνου λειτουργίας.

Σε ποσοστό 81.6% των περιπτώσεων μεταγωγών, ο λόγος (ϵ) βρίσκεται εντός του διαστήματος [72.7%, 83.6%].

Η τιμή της T_{si} κυμάνθηκε εντός της Νεκρής Ζώνης $[20.5 \pm 0.5]\text{ }^{\circ}\text{C}$ για όλο το χρονικό διάστημα των μεταγωγών.

Το σύστημα κατανάλωσε συνολικά $96\text{ W/m} \times 7.952 \times 10^5\text{ s}=74.75\text{ MJ/m}$

- Για την στρατηγική επίτευξης της επιθυμητής θερμοκρασίας T_{si} με μέση τιμή Νεκρής Ζώνης (Dead Band mean=0.8 °C):

Ο χρόνος που απαιτήθηκε για την ανύψωση της θερμοκρασίας από την αρχική τιμή ισορροπίας $T_{init}=5\text{ }^{\circ}\text{C}$ στην τιμή $T_{set} + DB_{mean}/2=20.9\text{ }^{\circ}\text{C}$ για πρώτη φορά, είναι $1.373 \times 10^5\text{ s}$ (1.59 ημέρες).

Η πηγή ροής θερμότητας Q_h , παρέμεινε σε κατάσταση «ON» για συνολικό χρονικό διάστημα 7.930×10^5 s (9.18 ημέρες) που αντιστοιχεί στο 91.78 % του συνολικού χρόνου μελέτης.

Η πηγή ροής θερμότητας Q_h , παρέμεινε σε κατάσταση «OFF» για συνολικό χρονικό διάστημα 7.103×10^4 s (0.82 ημέρες) που αντιστοιχεί στο 8.22 % του συνολικού χρόνου μελέτης.

Ο συνολικός αριθμός των μεταγωγών «ON» / «OFF» ανήλθε σε 558

Από αυτές, οι 9 μεταγωγές διήρκησαν για χρονικό διάστημα ίσο προς το 59% του συνολικού χρόνου λειτουργίας.

Σε ποσοστό 81.0% των περιπτώσεων μεταγωγών, ο λόγος (ϵ) βρίσκεται εντός του διαστήματος [72.6%, 83.5%].

Η ελάχιστη τιμή της T_{si} σε κάθε μία από τις 9 μακρές μεταγωγές, κυμάνθηκε και εκτός της Νεκρής Ζώνης [20.5 ± 0.4] °C.

Το σύστημα κατανάλωσε συνολικά $96 \text{ W/m} \times 7.930 \times 10^5 \text{ s} = 74.54 \text{ MJ/m}$

- Για την στρατηγική επίτευξης της επιθυμητής θερμοκρασίας T_{si} με την ελάχιστη τιμή Νεκρής Ζώνης (Dead Band min=0.6 °C):

Ο χρόνος που απαιτήθηκε για την ανύψωση της θερμοκρασίας από την αρχική τιμή ισορροπίας $T_{init} = 5$ °C στην τιμή $T_{set} + DB/2 = 20.8$ °C για πρώτη φορά, είναι 1.363×10^5 s (1.58 ημέρες).

Η πηγή ροής θερμότητας Q_h , παρέμεινε σε κατάσταση «ON» για συνολικό χρονικό διάστημα 7.914×10^5 s (9.16 ημέρες) που αντιστοιχεί στο 91.59 % του συνολικού χρόνου μελέτης.

Η πηγή ροής θερμότητας Q_h , παρέμεινε σε κατάσταση «OFF» για συνολικό χρονικό διάστημα 7.263×10^4 s (0.84 ημέρες) που αντιστοιχεί στο 8.41 % του συνολικού χρόνου μελέτης.

Ο συνολικός αριθμός των μεταγωγών «ON» / «OFF» ανήλθε σε 1016

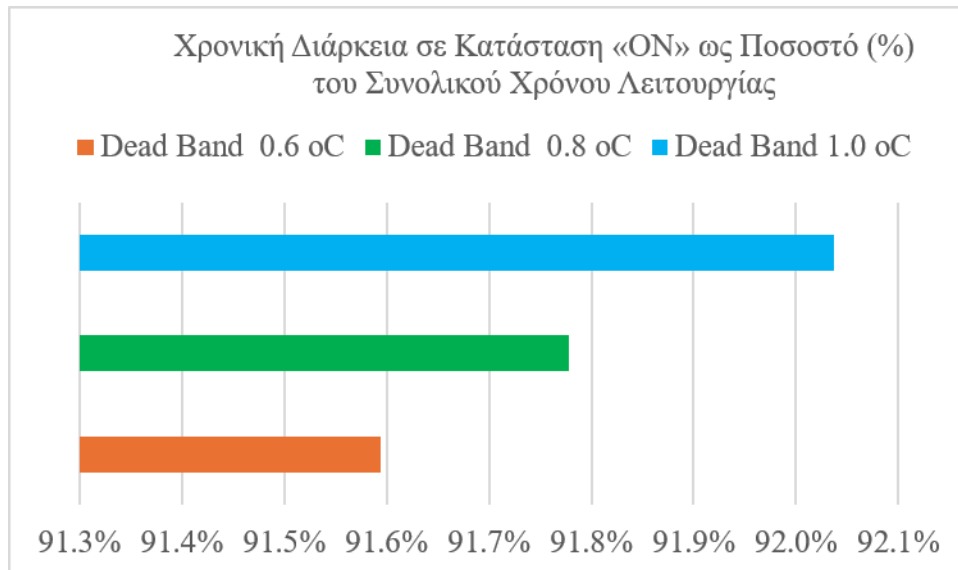
Από αυτές, οι 9 μεταγωγές διήρκησαν για χρονικό διάστημα ίσο προς το 57% του συνολικού χρόνου λειτουργίας.

Σε ποσοστό 79.7% των περιπτώσεων μεταγωγών, ο λόγος (ϵ) βρίσκεται εντός του διαστήματος [72.7%, 83.6%].

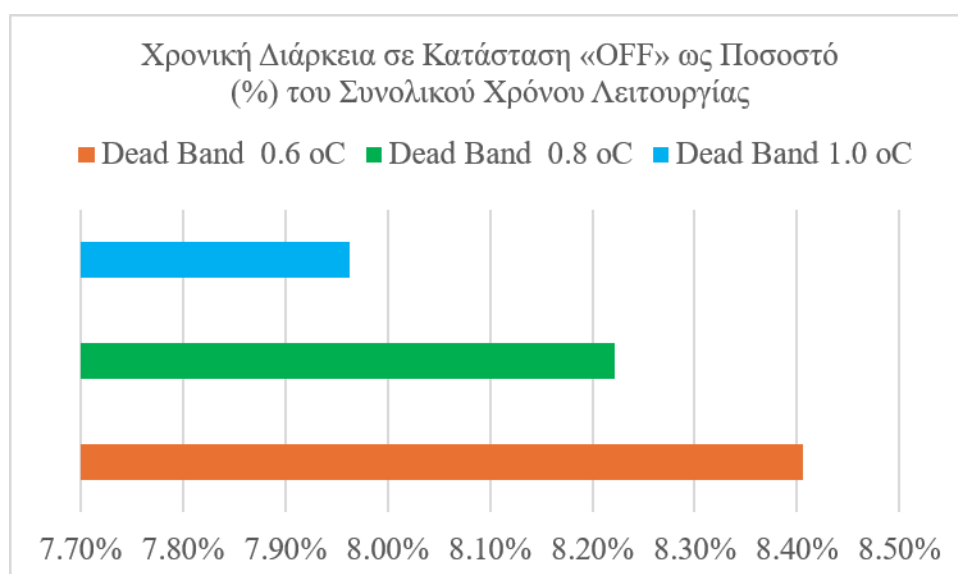
Η ελάχιστη τιμή της T_{si} σε κάθε μία από τις 9 μακρές μεταγωγές, κυμάνθηκε και εκτός της Νεκρής Ζώνης $[20.5 \pm 0.4] ^\circ\text{C}$.

Το σύστημα κατανάλωσε συνολικά $96 \text{ W/m} \times 7.914 \times 10^5 \text{ s} = 74.39 \text{ MJ/m}$

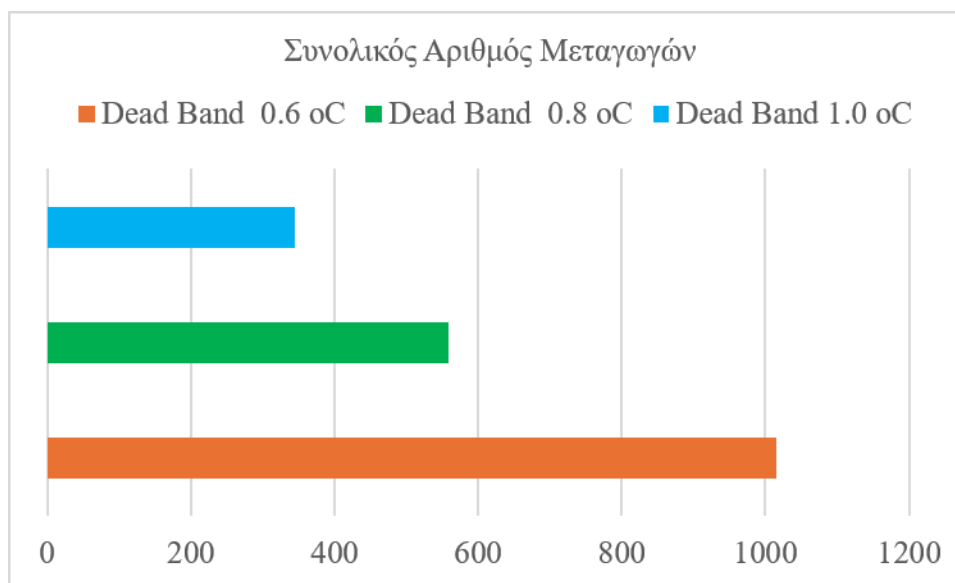
Στα διαγράμματα 5.26 έως 5.29 παρουσιάζεται μία σύγκριση των κυριότερων σημείων μεταξύ των 3 στρατηγικών.



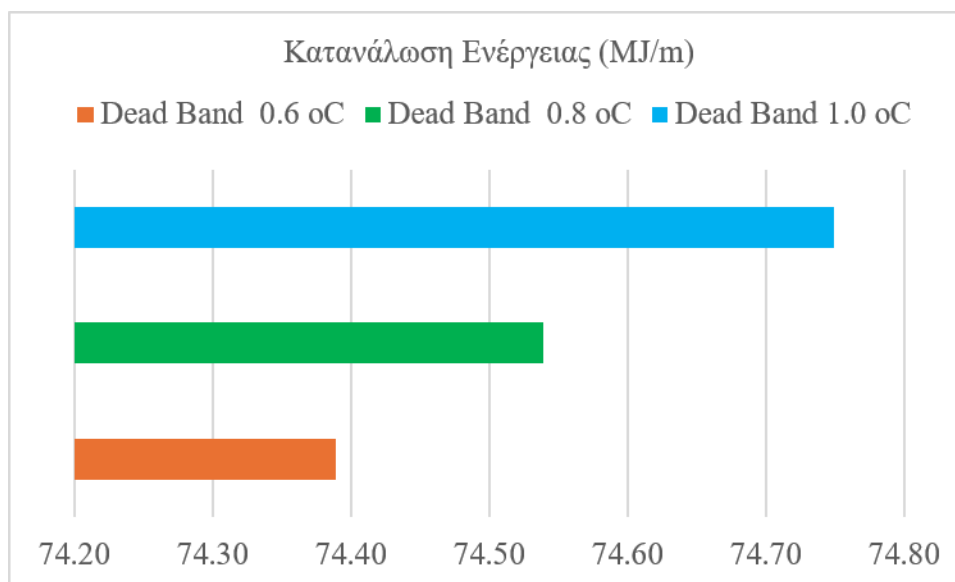
Διάγραμμα 5-26. Σύγκριση της χρονικής διάρκειας σε κατάσταση «ON» του θερμοστατικού μηχανισμού, ως ποσοστό του συνολικού χρόνου λειτουργίας.



Διάγραμμα 5-27. Σύγκριση της χρονικής διάρκειας σε κατάσταση «OFF» του θερμοστατικού μηχανισμού, ως ποσοστό του συνολικού χρόνου λειτουργίας.



Διάγραμμα 5-28. Σύγκριση του συνολικού αριθμού μεταγωγών για το σύστημα, με χρησιμοποίηση 3 διαφορετικών τιμών Νεκρής Ζώνης.



Διάγραμμα 5-29. Σύγκριση της καταναλισκόμενης ενέργειας από το σύστημα με χρησιμοποίηση 3 διαφορετικών τιμών Νεκρής Ζώνης.

6 Συμπεράσματα θερμικής ανάλυσης

Στο παρόν κεφάλαιο παρατίθενται μία σύνοψη της διπλωματικής εργασίας, αποτιμώνται τα ευρήματα της μελέτης και δίνεται μία εκτίμηση για την πρακτική εφαρμογή της μεθοδολογίας. Επιπλέον παρουσιάζονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα, προκειμένου η μελέτη να επεκταθεί και να αποδώσει πληρέστερη εικόνα μεγαλύτερη εικόνα

6.1 Σύνοψη

Η παρούσα εργασία μελέτησε την θερμική συμπεριφορά μίας βασικής δομικής διαμόρφωσης, αποτελούμενης από πυρήνα από σκυρόδεμα C25 με εσωτερικό και εξωτερικό επίχρισμα από ασβεστοκονίαμα (PI). Η διαμόρφωση υποβλήθηκε στην εξωτερική της παρειά σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος ($T_{sol-air}$) κυμαινόμενες από τους 0 °C μέχρι +10 °C. Ταυτόχρονα, στην εσωτερική της παρειά επιβλήθηκε δυναμική ροή θερμότητας με νόμο ελέγχου Bang – Bang, προς επίτευξη και βέλτιστο έλεγχο της επιθυμητής θερμοκρασίας στόχου της εσωτερικής παρειάς (T_{si}), των 20.5 °C. Μελετήθηκαν 3 στρατηγικές επίτευξης της επιθυμητής T_{si} , μέσω ισάριθμων τιμών πλάτους Νεκρής Ζώνης: Μέγιστης (εύρους 1.0 °C), Ελάχιστης (εύρους 0.6 °C), Μέσης (εύρους 0.8 °C). Καθ' όλη την διάρκεια του υπό μελέτη χρονικού διαστήματος, η τιμή της $T_{sol-air}$ ήταν μικρότερη της T_{si} και η τιμή της απαραίτητης ροής θερμότητας ήταν θετική (θέρμανση) και κυμαινόμενη μεταξύ δύο διακριτών τιμών, ήτοι 0 W/m και 96 W/m.

6.2 Αποτίμηση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε με σκοπό την αξιολόγηση του μοντέλου στην βάση της θερμικής του απόκρισης με σκοπό τον βέλτιστο έλεγχο της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς, παρήγαγε αποτελέσματα η αποτίμηση των οποίων παρατίθεται παρακάτω.

6.2.1 Επίδραση ενσωμάτωσης νόμου ελέγχου και βρόχου ανάδρασης στον θερμοστατικό μηχανισμό

Από τα αποτελέσματα της μελέτης, ανεδείχθη η ανάγκη της ενσωμάτωσης νόμου ελέγχου και βρόχου ανάδρασης στον θερμοστατικό μηχανισμό, με στόχο πάντα τον βέλτιστο έλεγχο της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς. Πιο συγκεκριμένα, μελετήθηκαν η περίπτωση λειτουργίας του θερμοστατικού μηχανισμού αρχικά χωρίς, και στην συνέχεια, με νόμο ελέγχου με μέθοδο Bang - Bang. Στην πρώτη περίπτωση, ο θερμοστατικός μηχανισμός θέτει σε κατάσταση «ON» την πηγή ροής θερμότητας για όλο το χρονικό διάστημα της

λειτουργίας του, για τιμή της ροής θερμότητας $Q_h=96 \text{ W/m}$. Όπως αποτυπώνεται στο διάγραμμα 5.1, το αποτέλεσμα είναι η καμπύλη της T_{si} να υπερβαίνει την τιμή στόχο $T_{set}=20.5 \text{ }^\circ\text{C}$ και η τροχιά της να αντικατοπτρίζει την ημιτονοειδή μορφή της $T_{sol-air}$, διαμορφωμένης από την επίδραση της ροής θερμότητας (Q_h), την υστέρηση φάσης (ϕ), και την εξασθένιση της θερμοκρασίας (f).

Στην δεύτερη περίπτωση, η μέθοδος Bang-Bang ενσωματώνεται στον θερμοστατικό μηχανισμό. Η πηγή ροής θερμότητας λαμβάνει δύο διακριτές τιμές: σε κατάσταση «ON» αποδίδει την μέγιστη τιμή των 96 W/m , και σε κατάσταση «OFF» η ισχύς της λαμβάνει την τιμή 0 W/m . Η μετάβαση από κατάσταση «ON» σε κατάσταση «OFF» εξαρτάται από την σύγκριση της στιγμιαίας τιμής της θερμοκρασίας T_{si} με το διάστημα της επιθυμητής θερμοκρασίας T_{set} και της Νεκρής Ζώνης ($T_{set} \pm DB/2$), η οποία προϋποθέτει την ύπαρξη βρόχου ανατροφοδότησης. Σε διαφορετική περίπτωση, η εξέλιξη της T_{si} δεν μπορεί να ελεγχθεί. Όπως φαίνεται στα διαγράμματα 5.5, 5.6, 5.7, η θερμοκρασία της εσωτερικής παρειάς T_{si} , ακολουθεί μία τροχιά η οποία την εισάγει στην Νεκρή Ζώνη ελέγχου και την διατηρεί εντός. Το ίδιο αποτέλεσμα αποτυπώνεται και στα διαγράμματα 5.12 και 5.19 με την διαφορά ότι για κάποια χρονικά διαστήματα η T_{si} βγαίνει εκτός της Νεκρής Ζώνης. Αυτό θα θιγεί σε επόμενο σημείο της εργασίας.

6.2.2 Επίδραση του είδους του νόμου ελέγχου

Η μελέτη της θερμικής απόκρισης του συστήματος με τον θερμοστατικό μηχανισμό να ενσωματώνει νόμο ελέγχου Bang-Bang, έδειξε την επίδραση του τρόπου με τον οποίο το σήμα ελέγχου $u(t)$ ενεργεί στο χρονικό διάστημα λειτουργίας του συστήματος, στην διαμόρφωση της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος Bang-Bang, στην οποία αναφέρεται λεπτομερώς η 3.2.2., λειτουργεί μεταξύ δύο καταστάσεων «ON» «OFF» αποδίδοντας στην πρώτη περίπτωση το μέγιστο σήμα ελέγχου και στην δεύτερη το ελάχιστο. Αποτελεί δε, μέθοδο μετάβασης στην επιθυμητή κατάσταση σε ελάχιστο χρόνο. Στο διάγραμμα 5.4 αποτυπώθηκε η μερική χρονική εξέλιξη του σήματος ελέγχου, με την μορφή των παλμών «ON» στην κατάσταση 1 και των παλμών «OFF» στην κατάσταση 0. Τα μήκη των παλμών (χρονική διάρκεια) δεν παρέμειναν σταθερά, αλλά μεταβλήθηκαν, δείγμα ότι το σύστημα δεν απαιτεί σταθερά χρονικά διαστήματα θέρμανσης για την διατήρηση της T_{si} , αλλά και δεν παρουσιάζει σταθερά χρονικά διαστήματα μείωσης της T_{si} . Εκτός αυτής της ανομοιομορφίας, παρατηρήθηκε και μία περιοδικότητα της

συμπεριφοράς των παλμών, με τα χρονικά διαστήματα να βαίνουν μικρότερα, στην συνέχεια μεγαλύτερα και να επαναλαμβάνεται αυτός ο τύπος για όλη τη διάρκεια της μελέτης του συστήματος. Επιπλέον, στα διαγράμματα 5.6, 5.7, 5.13 5.14, 5.20, 5.21. αποτυπώθηκε με σαφή τρόπο ότι η τροχιά εξέλιξης της T_{si} , υπό την επίδραση του νόμου ελέγχου Bang – Bang, αλλάζει μορφή από την ημιτονοειδή καμπύλη και αποτελείται από ανοδικά τμήματα καμπύλης μορφής (που αντιστοιχούν στην κατάσταση «ON») και κατακόρυφα καθοδικά τμήματα μείωσης της T_{si} , (που αντιστοιχούν στην κατάσταση «OFF»).

6.2.3 Επίδραση της νεκρής ζώνης

Στην 3.2.3 αναλύθηκε η ανάγκη ενσωμάτωσης στο σύστημα ελέγχου μίας Νεκρής Ζώνης προς βέλτιστο έλεγχο της θερμοκρασίας. Στην μελέτη, διερευνήθηκε η θερμική απόκριση για 3 διαφορετικά εύρη τιμών Νεκρής Ζώνης: της μέγιστης, με εύρος 1.0 °C, της μέσης, με εύρος 0.8 °C και της ελάχιστης, με εύρος 0.6 °C. Υπολογίστηκε ο χρόνος κύκλου (cycle time) ως η χρονική διάρκεια δύο διαδοχικών παλμών «ON» και «OFF», ο συνολικός αριθμός μεταγωγών, καθώς και ο λόγος μεταγωγής (ε) ως το ποσοστό του χρόνου που ο παλμός είναι «ON», για κάθε μετάβαση του θερμοστατικού μηχανισμού. Από την μελέτη των διαγραμμάτων 5.5, 5.12 και 5.19, φάνηκε, ότι η τροχιά της T_{si} για το χρονικό διάστημα των 10 ημερών, διαμορφώνεται βασικά ως μία σειρά πυκνών μεταγωγών, με όρια εντός της Νεκρής Ζώνης, ακολουθούμενη από μία μακρά μεταγωγή, ουσιαστικά μία μεταγωγή μεγάλου χρόνου κύκλου, στο οποίο ο παλμός είναι σε κατάσταση «ON». Στα διαγράμματα 5.6, 5.13, 5.20, φαίνεται ότι η διάρκειά του είναι της τάξης του 1/2 της ημέρας και χρονικά συμπίπτει με την εξασθένιση της θερμοκρασίας f , που προκαλεί η ημιτονοειδή διακύμανση της $T_{sol-air}$. Το αποτέλεσμα στην καμπύλη της T_{si} είναι μία βύθιση, το εύρος της οποίας για τις περιπτώσεις Νεκρής Ζώνης 0.8 °C (σχήμα 6.13, 6.14) και Νεκρής Ζώνης 0.6 °C (διάγραμμα 5.20, 5.21), οδηγεί την T_{si} εκτός του κάτω ορίου. Η υπέρβαση αυτή είναι εντονότερη, όσο το εύρος της Νεκρής Ζώνης είναι μικρότερο.

Επιπλέον, η μελέτη επιβεβαίωσε την θεωρητική διαπίστωση που αναφέρθηκε στην 3.2.3, ότι μειούμενου του εύρους της Νεκρής Ζώνης, αυξάνεται η συχνότητα εμφάνισης (chattering) των μεταγωγών. Αναλυτικότερα, ο μικρότερος αριθμός μεταγωγών εμφανίστηκε για την περίπτωση του Dead Band max = 1.0 °C με 344 κύκλους (διάγραμμα 5.8), οι οποίοι αυξάνονται στους 558 για την περίπτωση του Dead Band mean = 0.8 °C

(διάγραμμα 5.15) και φτάνουν στους 1016 για την περίπτωση Dead Band min=0.6 °C (διάγραμμα 5.22).

6.2.4 Επίδραση της θερμικής αδράνειας του συστήματος

Εκτός από την μεταβλητότητα στον αριθμό των μεταβάσεων, η εργασία ανέδειξε τόσο την ανομοιομορφία όσο και την περιοδικότητα στην διάρκειά τους. Μέσω των ιστογραμμάτων του λόγου μεταγωγής (ε) όπως αναπαρίστανται στα διαγράμματα 5.8, 5.15 και 5.22, και αφορούν το συνολικό χρονικό διάστημα της μελέτης, για κάθε μία από τις υπό θεώρηση τιμές της Νεκρής ζώνης ξεχωριστά, γίνεται σαφές, ότι το ποσοστό του χρόνου που η πηγή θερμότητας παραμένει σε κατάσταση «ON» δεν είναι σταθερό, αλλά μεταβάλλεται. Αρχικά, κατά την φάση $t=0$, όπου η T_{si} έχει την αρχική τιμή $t_{init} = 5$ °C μέχρι και την επίτευξη της τιμής $T_{set} + DB/2$, απαιτείται από το σύστημα ένας μεγάλης διάρκειας παλμός «ON». Αυτό είναι αναμενόμενο, δεδομένης της μεγάλης θερμοκρασιακής διαφοράς (ΔT) μεταξύ των 2 συγκεκριμένων καταστάσεων, η οποία για την περίπτωση Dead Band max=1.0 °C ισούται με 16 °C, για την Dead Band mean=0.8 °C ισούται με 15.9 °C Dead Band min=0.6 °C ισούται με 15.8 °C. Σε αυτήν την φάση και για τις 3 περιπτώσεις έχουμε $\varepsilon=99.9\%$. Στην συνέχεια, το ΔT , περιορίζεται από τον έλεγχο του θερμοστατικού μηχανισμού μέσω του πλάτους της Νεκρής Ζώνης. Ωστόσο το θερμικό κύμα που προκαλεί η ημιτονοειδή διακύμανση της $T_{sol-air}$ δημιουργεί μεταβαλλόμενες απώλειες θερμότητας που πρέπει να αντισταθμίσει η σταθερή πηγή θερμότητας. Σε αυτό το σημείο, αναδεικνύεται η θερμική αδράνεια ως σημαντικού παράγοντα της ευστάθειας του συστήματος, καθώς μέσω του συντελεστή εξασθένισης της θερμοκρασίας (f) αλλά και της χρονικής υστέρησης (φ), το θερμικό κύμα της εξωτερικής διέγερσης θα επηρεάσει την διάρκεια του απαιτούμενου παλμού για την επίτευξη του βέλτιστου ελέγχου. Όταν το θερμικό κύμα στην εσωτερική παρειά βρίσκεται σε άνοδο, λειτουργεί ευεργετικά για τον θερμοστατικό μηχανισμό και η διάρκεια των παλμών μειώνεται. Στην αντίθετη περίπτωση, (το κύμα είναι σε κάθοδο), λειτουργεί επιβαρυντικά στον θερμοστατικό μηχανισμό και το μήκος του παλμού αυξάνει. Συνεπεία αυτού είναι η περιοδική μεταβολή των παλμών. Τα σχετικά διαγράμματα απόλυτων συχνοτήτων δείχνουν, για το εύρος Νεκρής Ζώνης = 1.0 °C, ότι οι τιμές του λόγου μεταγωγής (ε) κυμάνθηκαν (διάγραμμα 5.11) από 72.6 % (ελάχιστη) μέχρι και 99.9 % (μέγιστη). Η πολυπληθέστερη κατηγορία με απόλυτη συχνότητα 143, είναι αυτή με τιμές εντός του διαστήματος (72.6% , 75.3%). Οι μακρές μεταγωγές εμφανίζονται με απόλυτη συχνότητα 9 και είναι εντός του διαστήματος (97.1%, 99.9%). Η εικόνα είναι ίδια και για

το εύρος Νεκρής Ζώνης = $0.8\text{ }^{\circ}\text{C}$, όπου οι τιμές του λόγου μεταγωγής (ε) κυμάνθηκαν (σχήμα 6.18) από 72.6% (ελάχιστη) μέχρι και 99.9% (μέγιστη). Η πολυπληθέστερη κατηγορία με απόλυτη συχνότητα 217, είναι αυτή με τιμές εντός του διαστήματος (72.6% , 75.3%). Οι μακρές μεταγωγές εμφανίζονται με απόλυτη συχνότητα 9 και είναι εντός του διαστήματος (97.2% , 99.9%). Το ίδιο ισχύει και για το εύρος Νεκρής Ζώνης = $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$, όπου οι τιμές του λόγου μεταγωγής (ε) κυμάνθηκαν (σχήμα 6.25) από 72.7% (ελάχιστη) μέχρι και 99.9% (μέγιστη). Η πολυπληθέστερη κατηγορία με απόλυτη συχνότητα 392, είναι αυτή με τιμές εντός του διαστήματος (72.7% , 75.4%). Οι μακρές μεταγωγές εμφανίζονται με απόλυτη συχνότητα 9 και είναι εντός του διαστήματος (97.2% , 99.9%).

6.3 Σχολιασμός

Στην συγκεκριμένη εργασία, επιλέχθηκε ως Νόμος Ελέγχου η μέθοδος Bang – Bang, η οποία όπως προαναφέρθηκε αποδεικνύεται ότι επιτυγχάνει την ταχύτερη μετάβαση του συστήματος από μία αρχική κατάσταση σε μία τελική. Ο βέλτιστος έλεγχος της θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς T_{si} , μπορεί να πάρει αρκετές κατευθύνσεις, μεμονωμένα ή και ταυτόχρονα.

- Βελτιστοποίηση με στόχο την ακρίβεια ελέγχου στην τιμή της T_{si} : θεωρητικά, όσο μικρότερη η Νεκρή Ζώνη που διατηρεί το σύστημα ελέγχου, τόσο μικρότερες και αποκλίσεις της T_{si} σε σχέση με την επιθυμητή T_{set} . Ωστόσο η ανάλυση έδειξε ότι για δεδομένη δυναμική συνθήκη στην θερμοκρασία της εξωτερικής παρειάς ($T_{sol-air}$), δεδομένη ισχύ της πηγής ροής θερμότητας (Q_h), ανάλογα με το πλάτος της Νεκρής Ζώνης το σύστημα είναι δυνατό να οδηγηθεί σε θερμοκρασίες μικρότερες και από την $T_{set-DB/2}$, δηλαδή πρακτικά εκτός των απαιτούμενων ορίων. Συνεπώς, για τον βέλτιστο θερμοκρασιακό έλεγχο με δεδομένες συνθήκες εξωτερικής παρειάς και πηγής θερμότητας, υπάρχει η ανάγκη για έναν συμβιβασμό (trade-off) μεταξύ ακρίβειας ελέγχου και επιθυμητής θερμοκρασίας της εσωτερικής παρειάς.
- Βελτιστοποίηση της ενεργειακής κατανάλωσης του συστήματος: η μείωση του χρόνου στον οποίο η πηγή θερμότητας είναι σε κατάσταση «ON» και η αύξηση του χρόνου στον οποίο η πηγή θερμότητας είναι σε κατάσταση «OFF», ουσιαστικά η μείωση του λόγου μεταγωγής ε , αποτελεί, βασική προτεραιότητα. Προφανώς αυτό θα απαιτήσει διαφορετική θερμική αδράνεια, είτε μέσω αλλαγής υλικών

(διαφορετικά λ , C_p , ρ), είτε γεωμετρίας (διαφορετικά πάχη) είτε με εναλλαγή θέσης τοποθέτησης των υλικών, είτε συνδυασμός όλων των προηγούμενων.

- Ελάχιστος αριθμός μεταγωγών της πηγής θερμότητας: Αυτό θα μπορούσε να αποτελεί ένα βασικό κριτήριο βελτιστοποίησης, δεδομένου ότι οι μεταγωγές προκαλούν φθορά στον μηχανικό εξοπλισμό.

6.4 Προτάσεις

Η παρούσα μελέτη παρέχει μία δυνητική μέθοδο εξέτασης μίας δομικής σύνθεσης, η οποία θα αποτελέσει μέρος κτηριακού κελύφους, ή γενικότερα θα χρησιμοποιηθεί για να οριοθετήσει δύο χώρους διαφορετικών θερμοκρασιών. Σε κάθε περίπτωση, τα χαρακτηριστικά θερμικής απόκρισης που προκύπτουν από την μεθοδολογία που ακολουθήθηκε στην εργασία, μπορούν να αποτελέσουν κριτήρια βελτιστοποίησης, ανάλογα με τον σκοπό χρήσης της δομικής σύνθεσης. Σε πρακτικό επίπεδο, μία δομική σύνθεση θα μπορούσε να βελτιστοποιηθεί με βάση κριτήρια χρόνου, ακρίβειας ελέγχου, ενεργειακής κατανάλωσης, εμπεριεχόμενης ενέργειας υλικών. Επιπλέον, δεδομένου ότι σε πρακτικές εφαρμογές, το κέλυφος επιτελεί μεν θερμομονωτικό ρόλο, αλλά είναι ο πρόσθετος εξοπλισμός που θα συμπληρώσει την έλλειψη της ενέργειας (σε λειτουργία θέρμανσης) ή θα αφαιρέσει την πλεονάζουσα (σε λειτουργία ψύξης), θα πρέπει να συνεκτιμηθεί η επίδραση του κελύφους στην λειτουργία του εξοπλισμού, μέσω του λόγου μετάβασης (ε). Ενδεικτικά, παραθέτουμε κάποια παραδείγματα δυνητικών εφαρμογών όπως:

1. Η ελαχιστοποίηση του χρόνου επίτευξης της θερμοκρασιακής τιμής στόχου T_{si} .
2. Η ομαλότερη, δηλαδή με τις μικρότερες δυνατές διακυμάνσεις κατά την επίτευξη και την διατήρηση, ικανοποίηση της τιμής T_{si} .
3. Η εύρεση της πλέον ενεργειακά συμφέρουσας μεθόδου ελέγχου για εξειδικευμένης σύστασης διαμόρφωση.
4. Ελαχιστοποίηση της εμπεριεχόμενης ενέργειας μίας δομικής σύνθεσης για ικανοποίηση συγκεκριμένης θερμικής απόκρισης.
5. Η εύρεση κατάλληλης δομικής σύνθεσης για ελαχιστοποίηση του αριθμού των μεταγωγών.

Προκειμένου να δημιουργηθεί μία σαφέστερη εικόνα, προτείνονται τα παρακάτω ως τα επόμενα βήματα:

1. Συμπλήρωση των αποτελεσμάτων με στοιχεία από την μελέτη πρόσθετων διαμορφώσεων, αποτελούμενων από επιπλέον υλικά πλήρωσης και πιο συγκεκριμένα, από μονωτικά υλικά πχ EPS.
2. Εξέταση της συμπεριφοράς των συνθέσεων, λόγω διαφορετικών θέσεων τοποθέτησης των μονωτικών υλικών σε σχέση με τον πυρήνα της δομής.
3. Ανάλυση της επίδρασης του πάχους των υλικών που απαρτίζουν την δομική σύνθεση.
4. Μελέτη της συμπεριφοράς σε διαφορετικές θερμοκρασιακές συνθήκες περιβάλλοντος, που θα περιέχουν την ανάγκη και για ψύξη και για θέρμανση.
5. Διερεύνηση της επίδρασης των θερμοφυσικών χαρακτηριστικών των υλικών στην διαμόρφωση της Νεκρής Ζώνης.
6. Διερεύνηση της συμπεριφοράς των δομικών συνθέσεων για διαφορετικούς τρόπους ελέγχου όπως αναλογικό Διαφορικό και Ολοκληρωτικό (PID).

Βιβλιογραφικές Αναφορές

Ξενόγλωσσες

- Al-Sanea, S. A., & Zedan, M. F. (2011). Improving thermal performance of building walls by optimizing insulation layer distribution and thickness for same thermal mass. *Applied Energy*, 88(9), 3113–3124. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2011.02.036>
- Asan, H., Sancaktar, Y.S. Effects of wall's thermophysical properties on time lag and decrement factor. *Energy Build* 1998;28(2):159-66
- Asan, H. (1998). Effects of wall's insulation thickness and position on time lag and decrement factor. *Energy and Buildings*, 28(3), 299–305. [https://doi.org/10.1016/s0378-7788\(98\)00030-9](https://doi.org/10.1016/s0378-7788(98)00030-9)
- Asan, H. (2000). Investigation of wall's optimum insulation position from maximum time lag and minimum decrement factor point of view. *Energy and Buildings*, 32(2), 197–203. [https://doi.org/10.1016/s0378-7788\(00\)00044-x](https://doi.org/10.1016/s0378-7788(00)00044-x)
- Asan, H. (2006). Numerical computation of time lags and decrement factors for different building materials. *Building and Environment*, 41(5), 615–620. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2005.02.020>
- Baillieul, J., & Samad, T. (Eds.). (n.d.). Encyclopedia Of Systems and Control. Springer Science+Business Media. doi:10.1007/978-1-4471-5058-9
- Burns, P. J., Han, K., & Winn, C. B. (1991). Dynamic effects of bang-bang control on the thermal performance of walls of various constructions. *Solar Energy*, 46(3), 129–138. [https://doi.org/10.1016/0038-092x\(91\)90086-c](https://doi.org/10.1016/0038-092x(91)90086-c)
- Incropera, F.P., Dewitt, D.P., (1996). *Introduction to Heat Transfer*. John Wiley & Sons
- Kontoleon, K. J., & Bikas, D. K. (2007). The effect of south wall's outdoor absorption coefficient on time lag, decrement factor and temperature variations. *Energy and Buildings*, 39(9), 1011–1018. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2006.11.006>
- Kontoleon, K. J., & Eumorfopoulou, E. A. (2008). The influence of wall orientation and exterior surface solar absorptivity on time lag and decrement factor in the Greek region. *Renewable Energy*, 33(7), 1652–1664. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2007.09.008>

- Kontoleon, J.K., Saboor, S., Arici, M., Niyas, H., Pirouz, B., Psyllaki, P., Al-Sanea, S.A. (2026). A novel technique for unlocking wall elements thermal sensitivity under dynamic conditions and shedding light on the processes until convergence to a steady - periodic state. *Energy and Buildings*, 359, 117316. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2026.117316>
- McCabe, W. L., Smith, J. C., & Harriott, P. (2014). *Βασικές Διεργασίες Χημικής Μηχανικής* (Σ. Πολυματίδου, Μετ.). Αθήνα: Τζιόλα.
- Ozel, M., & Pihtili, K. (2007). Optimum location and distribution of insulation layers on building walls with various orientations. *Building and Environment*, 42(8), 3051–3059. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2006.07.025>
- Savasci, A., Ceylan, O., & Paudyal, S. (2025). Supervised learning-driven dead band control of occupant thermostats for energy-efficient residential HVAC. *Sustainable Energy, Grids and Networks*, 45(45), 102110. <https://doi.org/10.1016/j.segan.2025.102110>
- Ulgen, K. (2002). Experimental and theoretical investigation of effects of wall's thermophysical properties on time lag and decrement factor. *Energy and Buildings*, 34(3), 273–278. [https://doi.org/10.1016/s0378-7788\(01\)00087-1](https://doi.org/10.1016/s0378-7788(01)00087-1)

Ελληνόγλωσσες

- Κακάτσιος, Ξ. Κ. (1994). *Μεταφορά Θερμότητας Ι*. Αθήνα: Συμεών.
- Κρικέλης, Ν. Ι. (1992). *Εισαγωγή στον Αυτόματο Έλεγχο : Θεωρία και Εφαρμογές*. Αθήνα: Συμμετρία.
- Κρικέλης, Ν. Ι. (χ.χ.). *Μοντελοποίηση και Βέλτιστος Έλεγχος Συστημάτων* (2η εκδ.). Αθήνα: Γρηγ. Φούντας.
- Πουλιέζος, Α. (2015). *Σύγχρονη Θεωρία Ελέγχου [Προπτυχιακό εγχειρίδιο]*. (Γ. Σταυρακάκης, Επιμ.) Αθήνα: Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. [doi:https://dx.doi.org/10.57713/kallipos-883](https://dx.doi.org/10.57713/kallipos-883)
- Σιέττος, Κ., & Μπάφας, Γ. (2015). *Γραμμικά και Μη Γραμμικά Συστήματα Αυτόματης Ρύθμισης Διεργασιών και Συστημάτων*. (Χ. Σαρίμβεης, Επιμ.) Αθήνα: Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. [doi:http://dx.doi.org/10.57713/kallipos-909](http://dx.doi.org/10.57713/kallipos-909)

Τεχνικό Επιμελητήριο Ελλάδος (Τ.Ο.Τ.Ε.Ε.). (2017). Αναλυτικές εθνικές προδιαγραφές παραμέτρων για τον υπολογισμό της ενεργειακής απόδοσης κτηρίων και την έκδοση του πιστοποιητικού ενεργειακής απόδοσης, (Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-1/2017). Ανακτήθηκε 1 Σεπτέμβρη, 2026, από: <https://web.tee.gr/wp-content/uploads/%CE%95%CE%93%CE%9A%CE%A1%CE%99%CE%A3%CE%97-TOTEE-1.pdf>

Ανδρέας Απέργης, «Ανάλυση θερμικής συμπεριφοράς δομικών στοιχείων προς βέλτιστο έλεγχο θερμοκρασίας εσωτερικής παρειάς: Επιβολή δυναμικών συνθηκών ροής θερμότητας βάσει ενός θερμοστατικού μηχανισμού κλιμάκωσής της»

Υπεύθυνη Δήλωση Συγγραφέα:

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν. 1599/1986 και τα άρθρα 2,4,6 παρ. 3 του Ν. 1256/1982, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον.