



Σχολή Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίας
Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών
Διαχείριση και Τεχνολογία Ποιότητας

Διπλωματική Εργασία

Εφαρμογή εργαλείων στατιστικού ελέγχου ποιότητας σε
φυσικοχημικές παραμέτρους σε κρίσιμα στάδια βιομηχανικής
παραγωγής τροφίμων

Ευστάθιος Τσιτηρίδης

Επιβλέπων καθηγητής: Αλέξανδρος Καρααρηγορίου

Πάτρα, Μάϊος 2026

Η παρούσα εργασία αποτελεί πνευματική ιδιοκτησία του φοιτητή («συγγραφέας/δημιουργός») που την εκπόνησε. Στο πλαίσιο της πολιτικής ανοικτής πρόσβασης ο συγγραφέας/δημιουργός εκχωρεί στο ΕΑΠ, μη αποκλειστική άδεια χρήσης του δικαιώματος αναπαραγωγής, προσαρμογής, δημόσιου δανεισμού, παρουσίασης στο κοινό και ψηφιακής διάχυσής τους διεθνώς, σε ηλεκτρονική μορφή και σε οποιοδήποτε μέσο, για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς, άνευ ανταλλάγματος και για όλο το χρόνο διάρκειας των δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας. Η ανοικτή πρόσβαση στο πλήρες κείμενο για μελέτη και ανάγνωση δεν σημαίνει καθ' οιονδήποτε τρόπο παραχώρηση δικαιωμάτων διανοητικής ιδιοκτησίας του συγγραφέα/δημιουργού ούτε επιτρέπει την αναπαραγωγή, αναδημοσίευση, αντιγραφή, αποθήκευση, πώληση, εμπορική χρήση, μετάδοση, διανομή, έκδοση, εκτέλεση, «μεταφόρτωση» (downloading), «ανάρτηση» (uploading), μετάφραση, τροποποίηση με οποιονδήποτε τρόπο, τμηματικά ή περιληπτικά της εργασίας, χωρίς τη ρητή προηγούμενη έγγραφη συναίνεση του συγγραφέα/δημιουργού. Ο συγγραφέας/δημιουργός διατηρεί το σύνολο των ηθικών και περιουσιακών του δικαιωμάτων.



Εφαρμογή εργαλείων στατιστικού ελέγχου ποιότητας σε φυσικοχημικές παραμέτρους σε κρίσιμα στάδια βιομηχανικής παραγωγής τροφίμων.

Ευστάθιος Τσιτηρίδης

Επιτροπή Επίβλεψης Διπλωματικής Εργασίας

Επιβλέπων Καθηγητής:
Καραηγηγορίου Αλέξανδρος
Καθηγητής του Τμήματος Στατιστικής &
Αναλογιστικών Μαθηματικών
Πανεπιστημίου
Αιγαίου

Συν-Επιβλέπουσα Καθηγήτρια:
Σωτηρία Μαλεφάκη
Επίκουρη Καθηγήτρια, Τμήμα
Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών,
Πανεπιστήμιο Πατρών

Πάτρα, Μάιος 2026

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους συνέβαλαν στην εκπόνησή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Αλέξανδρο Καραγρηγορίου για την καθοδήγησή του, τη βοήθεια, τις συμβουλές του και κυρίως για την άμεση επικοινωνία και τον χρόνο που διέθεσε για να καταφέρω να φέρω εις πέρας την εργασία αυτή.

«Ευχαριστίες ή Αφιέρωση»

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα παρουσιαστεί η χρησιμότητα των στατιστικών εργαλείων ανάλυσης σε μια βιομηχανία αντιπαστί προϊόντων με πολύ μεγάλη ποικιλία α' υλών και τελικών προϊόντων. Θα επιλεγούν και θα μελετηθούν συγκεκριμένα κρίσιμα στάδια για τη λειτουργία και εφαρμογή του συστήματος διασφάλισης ποιότητας. Θα πραγματοποιηθεί στατιστική ανάλυση παραμέτρων που καταγράφονται στον έλεγχο ποιότητας α' υλών αλλά και τελικού προϊόντος.

Εκτός των τιμών των παραμέτρων ελέγχου ποιότητας α' υλών ως προς τις προδιαγραφές, πιο κρίσιμης σημασίας για την ποιότητα των τελικών προϊόντων σε βιομηχανική κλίμακα είναι η μεταβλητότητα των πρώτων υλών. Έτσι λοιπόν θα γίνει στατιστική ανάλυση ίδιων α' υλών από διάφορους προμηθευτές και θα καταταχθούν αυτοί αυτή σε μια κλίμακα για χρήση στην αξιολόγηση των προμηθευτών για τις συγκεκριμένες α' ύλες.

Επίσης στη μελέτη αυτή θα γίνει ανάλυση δεδομένων ζυγίσεων για διάφορα χρονικά πλαίσια που υπάρχουν διαθέσιμα δεδομένα ενός τελικού προϊόντος, όπου το βάρος του στραγγισμένου όσο και το συνολικό βάρος είναι κρίσιμο να βρίσκεται εντός προδιαγραφών. Το ζητούμενο στην περίπτωση αυτή είναι να προσδιορισθεί το ελάχιστο δυνατό βάρος που θα χρησιμοποιηθεί για την πλήρωση με λάδι έως το ελάχιστο καθαρό που απαιτείται. Έτσι με την ανάλυση θα αποκαλυφθεί εάν γίνεται να χρησιμοποιηθεί αυτή ως σύμβουλος για μείωση της χρήσης λαδιού και αν έχει γίνει στο παρελθόν ή σε κάποιο εύρος λειτουργίας κατά τη διάρκεια της ημέρας σπατάλη.

Τα συμπεράσματα που μπορούν να προκύψουν από τα προαναφερθέντα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για βελτίωση του περιθωρίου κέρδους καθώς επίσης και για απόκτηση εργαλείων στατιστικής ανάλυσης ως προς την αξιολόγηση προμηθευτών.

Λέξεις – Κλειδιά

Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών, Αξιολόγηση Προμηθευτών, Μεταβλητότητα, Βιομηχανία Τροφίμων, .

Application of Statistical Quality Control (SQC) Tools on Physicochemical Parameters at Critical Stages of Industrial Food Production

«Efstathios Tsitiridis

Abstract

This thesis presents the utility of statistical analysis tools within an antipasti industry characterized by a wide variety of raw materials and finished products. Specific critical stages for the operation and implementation of the Quality Assurance (QA) system are selected and studied. A statistical analysis is conducted on parameters recorded during the quality control of both raw materials and final products.

Beyond the alignment of raw material quality parameters with technical specifications, the variability of these materials is of paramount importance for the quality of finished products on an industrial scale. Therefore, a statistical analysis of identical raw materials from different sources will be performed, leading to a supplier ranking scale to be used in the evaluation of suppliers for these specific materials.

Furthermore, this study involves the analysis of weighing data over various timeframes for a specific finished product, where both drained weight and total weight are critical parameters that must remain within specifications. The objective in this case is to determine the minimum possible filling weight (oil) required to meet the minimum net weight standards. This analysis will reveal whether statistical tools can serve as a guide for reducing oil consumption and identify instances of waste or operational inconsistencies during production shifts.

The conclusions drawn from this research can be utilized to improve profit margins and provide the industry with robust statistical analysis tools for supplier performance evaluation.

Keywords

Statistical Process Control (SPC), Supplier Evaluation, Variability, Food Industry, Drained Weight

Περιεχόμενα

Περίληψη	v
Abstract	vi
Περιεχόμενα	vii
Κατάλογος Εικόνων / Σχημάτων	ix
Κατάλογος Πινάκων	x
1. Γενική περιγραφή βιομηχανικής παραγωγής ορεκτικών προϊόντων και παρουσίαση φυσικοχημικών παραμέτρων.	1
1.1 Βιομηχανική παραγωγή	1
1.2 Διάγραμμα ροής εργασιών βιομηχανικής παραγωγής ορεκτικών προϊόντων.	2
1.3 Ανάλυση Διαγράμματος Ροής Παραγωγικής Διαδικασίας και Ελέγχου Ποιότητας	3
1.3.1 Παραλαβή Α' Υλών	3
1.3.2 Αποθήκευση (Ενδιάμεσο Στάδιο).....	3
1.3.3 Προετοιμασία.....	3
1.3.4 Παραγωγή	4
1.3.5 Ετικέτα (Συσκευασία και Σήμανση).....	4
1.3.6 Αποθήκευση Τελικού Προϊόντος – Φόρτωση	4
1.4 Σκοπός εργασίας	5
1.5 Παρουσίαση φυσικοχημικών παραμέτρων.	5
1.5.1 Δεδομένα εργασίας	6
1.6 Διάρθρωση εργασίας.....	6
2. Στατιστικές παράμετροι και εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν.	8
2.1 Μέτρα θέσης, διασποράς και μορφής	9
2.1.1 Μέτρα θέσης ή κεντρικής τάσης.....	10
2.1.2 Μέτρα Διασποράς.....	12
2.1.3 Μέτρα μορφής.	14
2.2 Διαγράμματα	17
2.2.1 Ιστογράμματα συχνοτήτων.	17
2.2.2 Θηκογράμματα (Boxplots)	18
2.2.3 Διαγράμματα ελέγχου $\bar{X} - R$	19
2.3 Αναλύσεις ζυγίσεων τελικών προϊόντων.	20
2.3.1 Η ANOVA (Analysis of Variance - Ανάλυση Διακύμανσης) προϋποθέσεις και εφαρμογή.....	21
T-test – Ειδική περίπτωση για τον έλεγχο μέσων όρων.	21
2.3.2 Δείκτες διεργασίας.....	22
2.3.3 Νομοθεσία για το βάρος των συσκευασιών.....	24

3.	Στατιστική επεξεργασία και ανάλυση των δεδομένων εργαστηρίου.	26
3.1	Δείκτης αξιολόγησης προμηθευτή α΄ υλών ως προς την μεταβλητότητα.	26
3.1.1	Διασπορά στις εφοδιαστικές αλυσίδες.....	26
3.1.2	Ορισμός δείκτη αξιολόγησης μέσω του συντελεστή μεταβλητότητας.....	27
3.1.3	Αποτελέσματα τιμών συντελεστή μεταβλητότητας – σχολιασμός.....	29
3.2	Αναλύσεις ζυγίσεων τελικών προϊόντων	35
3.2.1	Έλεγχος κανονικότητας	36
3.2.2	Ομοιογένεια των Διακυμάνσεων	39
	Για το στραγγισμένο βάρος	39
	Για το καθαρό βάρος.....	40
3.2.3	Σύγκριση μέσω όρων ζυγίσεων Α΄ και Β΄ βάρδιας	42
	Σύγκριση μέσου όρου στραγγισμένου βάρους δύο βαρδιών	42
	Σύγκριση μέσου όρου καθαρού βάρους δύο βαρδιών	43
3.2.4	Ανάλυση Ικανότητας Διεργασίας	46
	Στραγγισμένο βάρος	46
	Καθαρό βάρος.....	48
	Πρόταση στη διοίκηση για μείωση της υπερτροφοδοσίας	49
4.	Συμπεράσματα.....	56
	Ελληνική βιβλιογραφία.....	57
	Ξένη βιβλιογραφία.....	57
	Παράρτημα Α: Συντελεστές για τα Διαγράμματα Ελέγχου.....	59

Κατάλογος Εικόνων / Σχημάτων

Εικόνα 2-1	Ασύμμετρες κατανομές	15
Εικόνα 2-2	Κυρτότητα κατανομών	16
Εικόνα 3-1	Ανάλυση Ικανότητας διεργασίας πριν και μετά την αφαίρεση 7g λάδι (1)	50
Εικόνα 3-2	Ανάλυση Ικανότητας διεργασίας πριν και μετά την αφαίρεση 7g λάδι (2)	50
Εικόνα 3-4	Ανάλυση Ικανότητας διεργασίας πριν και μετά την αφαίρεση 4 g λάδι (2)	51
Εικόνα 3-3	Ανάλυση Ικανότητας διεργασίας πριν και μετά την αφαίρεση 4 g λάδι (1)	51
Σχήμα 1-1	Διάγραμμα ροής εργασιών βιομηχανικής παραγωγής ορεκτικών προϊόντων	2
Σχήμα 2-1	Μορφή ενός τυπικού ιστογράμματος συχνοτήτων	18
Σχήμα 2-2	Μορφή ενός τυπικού θηκογράμματος (boxplot)	19
Σχήμα 3-1	Θηκόγραμμα συντελεστή μεταβλητότητας της αλατότητας δειγμάτων εντός παραλαβής (within)	31
Σχήμα 3-2	Θηκόγραμμα συντελεστή μεταβλητότητας της pH δειγμάτων εντός παραλαβής (within)	31
Σχήμα 3-3	Διάγραμμα ελέγχου \bar{X} -R αλατότητας	33
Σχήμα 3-4	Διάγραμμα ελέγχου \bar{X} -R pH	33
Σχήμα 3-5	Διάγραμμα πιθανότητας κανονικής κατανομής στραγγισμένου βάρους Α' και Β' βάρδια	36
Σχήμα 3-6	Διάγραμμα πιθανότητας κανονικής κατανομής καθαρού βάρους Α' και Β' βάρδια	38
Σχήμα 3-7	Τεστ ομοιογένειας των διακυμάνσεων στραγγισμένου Α' και Β' βάρδια	40
Σχήμα 3-8	Τεστ ομοιογένειας των διακυμάνσεων στραγγισμένου Α' και Β' βάρδια	41
Σχήμα 3-9	Γράφημα (Tukey Simultaneous 95% CIs) στραγγισμένου βάρους μεταξύ Α' και Β' βάρδιας	45
Σχήμα 3-10	Αναφορά Ανάλυσης Ικανότητας Διεργασία για το στραγγισμένο βάρος	46
Σχήμα 3-11	Ανάλυσης Ικανότητας Διεργασία για το καθαρό βάρος	48
Σχήμα 3-12	Καμπύλη κανονικής κατανομής PPIIN	52
Σχήμα 3-13	Καμπύλη κανονικής κατανομής META (-7)	53
Σχήμα 3-14	Καμπύλη κανονικής κατανομής META (-4)	53

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2-1 Όρια ελάχιστου βάρους συσκευασμένου τελικού προϊόντος ανάλυσης.....	24
Πίνακας 3-1 Συγκεντρωτικός πίνακας αναλύσεων CV ανά προμηθευτή.....	29
Πίνακας 3-2 Περιγραφικά στατιστικά για την μεταβλητή στραγγισμένο βάρος Α΄ και Β΄ βάρδια	37
Πίνακας 3-3 Περιγραφικά στατιστικά για την μεταβλητή καθαρό βάρος Α΄ και Β΄ βάρδια ..	38
Πίνακας 3-4 Υπετροφοδοσίες υπολογιζόμενες από μέσες τιμές	49
Πίνακας 3-5 Μεταβολές στον δείκτη και στους κανόνες της Οδηγίας μετά από μεταβολές στο προστιθέμενο λάδι.....	52

1. Γενική περιγραφή βιομηχανικής παραγωγής ορεκτικών προϊόντων και παρουσίαση φυσικοχημικών παραμέτρων.

1.1 Βιομηχανική παραγωγή

Η βιομηχανία επεξεργασίας τροφίμων ζύμωσης βασίζεται στην ελεγχόμενη δράση μικροοργανισμών για την τροποποίηση της υφής, της γεύσης και κυρίως για τη συντήρηση του τρόφιμου. Αφού έχει υποστεί η ζύμωση το προϊόν ρυθμίζεται σε άλμη με χαρακτηριστικά αλατότητας, οξύτητας και pH τέτοια ώστε να μπορεί να αποθηκευτεί σε θερμοκρασία περιβάλλοντος χωρίς να αλλοιωθεί μέχρι την ημερομηνία λήξης του.

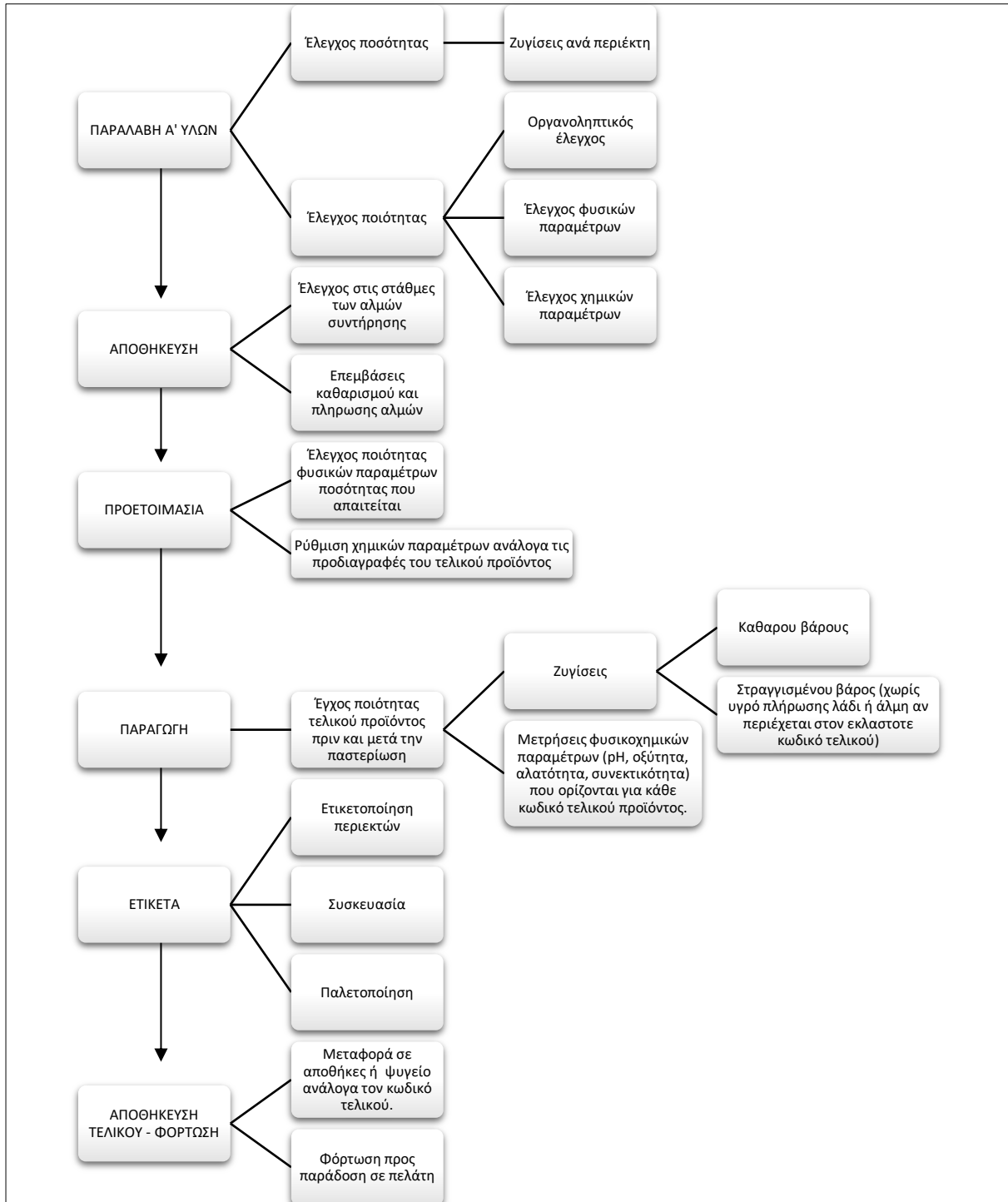
Το προϊόν αυτό δεν είναι κατάλληλο για άμεση κατανάλωση διότι οι υψηλές τιμές αλατότητας και οξύτητας που το καθιστούν ανθεκτικό, είναι ακραίες για τον ανθρώπινο οργανισμό καθώς και σε πολλές περιπτώσεις δυσάρεστες λόγω της έντασής τους.

Στην βιομηχανία όπου χρησιμοποιούνται αυτά τα προϊόντα ως α' ύλες για την παραγωγή διάφορων τελικών προϊόντων που τα περιέχουν το ζητούμενο είναι να είναι μεν προστατευμένα στις συνθήκες αποθήκευσής τους. Δηλαδή, κυρίως οι τιμές αλατότητας και οξύτητας, με άμεσα επηρεαζόμενο παράμετρο το pH, της άλμης συντήρησης των παραμέτρων αυτών να είναι τόσο ακραίες ώστε να μην είναι ευνοϊκό το περιβάλλον ανάπτυξης μικροοργανισμών που να οδηγήσουν στην αλλοίωσή του. Αλλά για την χρήση τους στο τελικό προϊόν να απαιτείται το στάδιο προετοιμασίας. Στο στάδιο αυτό μεταβάλλεται η αλατότητα, η οξύτητα και ρυθμίζεται το pH σε τιμές που είναι επιθυμητές (προδιαγραφές τελικού προϊόντος). Το σημείο αυτό είναι κρίσιμο διότι έπειτα από την αρχική παραλαβή και την παραμονή στη συντήρηση, ξεκινά η επεξεργασία. Στάδιο το οποίο έχει μεταβλητό κόστος που επηρεάζεται ανάλογα κυρίως από την μεταβλητότητα των τιμών των παραμέτρων που προαναφέρθηκαν.

Έτσι, λοιπόν για τον έλεγχο της μεταβλητότητας αλλά και τον χαρακτηρισμό κάθε προμηθευτή με βάση αυτό το χαρακτηριστικό, πέραν φυσικά και των προδιαγραφών που έχουν συμφωνηθεί από πριν. Θα γίνει μια στατιστική ανάλυση για διαθέσιμα δεδομένα παραλαβών παρελθόντων ετών για την α' ύλη τυρί φέτα.

1.2 Διάγραμμα ροής εργασιών βιομηχανικής παραγωγής ορεκτικών προϊόντων.

Τα στάδια της ροής εργασιών παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα ροής εργασιών.



Σχήμα 1-1 Διάγραμμα ροής εργασιών βιομηχανικής παραγωγής ορεκτικών προϊόντων

1.3 Ανάλυση Διαγράμματος Ροής Παραγωγικής Διαδικασίας και Ελέγχου Ποιότητας

Το παρουσιαζόμενο διάγραμμα (Σχήμα 1-1) ροής αποτυπώνει την καθετοποιημένη διαδικασία παραγωγής, ξεκινώντας από την παραλαβή των πρώτων υλών έως την τελική φόρτωση του προϊόντος προς τον πελάτη. Η διαδικασία χαρακτηρίζεται από αυστηρά σημεία ελέγχου (Critical Control Points) σε κάθε στάδιο, διασφαλίζοντας την ποιότητα και την ασφάλεια του τελικού τροφίμου. Η ανάλυση των επιμέρους σταδίων έχει ως εξής:

1.3.1 Παραλαβή Α' Υλών

Το αρχικό στάδιο αποτελείται από δύο κρίσιμες διαδικασίες ελέγχου: τον έλεγχο ποσότητας και τον έλεγχο ποιότητας.

- **Έλεγχος Ποσότητας:** Πραγματοποιείται ζύγιση ανά περιέκτη για την επιβεβαίωση των εισερχόμενων ποσοτήτων και την ενημέρωση του ισοζυγίου μάζας της αποθήκης.
- **Έλεγχος Ποιότητας:** Αυτό το υποστάδιο είναι πολυδιάστατο και περιλαμβάνει τον οργανοληπτικό έλεγχο (χρώμα, οσμή, υφή), τον έλεγχο φυσικών παραμέτρων (π.χ. ξένα σώματα, κοκκομετρία) και τον έλεγχο χημικών παραμέτρων (π.χ. υπολείμματα φυτοφαρμάκων), ώστε να διασφαλιστεί η καταλληλότητα της πρώτης ύλης πριν την είσοδό της στη γραμμή παραγωγής.

1.3.2 Αποθήκευση (Ενδιάμεσο Στάδιο)

Η αποθήκευση δεν αποτελεί μια παθητική διαδικασία, αλλά ένα ενεργό στάδιο συντήρησης. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στον έλεγχο της στάθμης των αλμών συντήρησης, γεγονός που υποδεικνύει ότι το προϊόν απαιτεί υγρό μέσο για τη διατήρησή του (π.χ. ελιές, τουρσιά). Παράλληλα, πραγματοποιούνται επεμβάσεις καθαρισμού και πλήρωσης αλμών για την αποφυγή οξειδώσεων ή αλλοιώσεων κατά την παραμονή του προϊόντος στις δεξαμενές.

1.3.3 Προετοιμασία

Πριν την κύρια παραγωγική διαδικασία, το προϊόν υφίσταται προετοιμασία που περιλαμβάνει εκ νέου έλεγχο ποιότητας φυσικών παραμέτρων της απαιτούμενης

ποσότητας. Κρίσιμο στοιχείο σε αυτό το στάδιο είναι η ρύθμιση των χημικών παραμέτρων σύμφωνα με τις προδιαγραφές του τελικού προϊόντος, διασφαλίζοντας την τυποποίηση (standardization) της γεύσης και της ασφάλειας.

1.3.4 Παραγωγή

Αποτελεί τον πυρήνα της βιομηχανικής επεξεργασίας. Εδώ λαμβάνει χώρα η παστερίωση, μια κρίσιμη διεργασία για τη μικροβιολογική σταθερότητα. Οι έλεγχοι ποιότητας είναι εντατικοί και διενεργούνται τόσο πριν όσο και μετά την παστερίωση:

- **Ζυγίσεις:** Διαχωρίζονται σε έλεγχο καθαρού βάρους και στραγγισμένου βάρους (χωρίς το υγρό πλήρωσης, λάδι ή άλμη), όπως απαιτείται από την νομοθεσία σήμανσης.
- **Φυσικοχημικές Μετρήσεις:** Καταγράφονται ζωτικές παράμετροι όπως το pH, η οξύτητα, η αλατότητα και η συνεκτικότητα (υφή), οι οποίες ορίζονται ειδικά για κάθε κωδικό τελικού προϊόντος.

1.3.5 Ετικέτα (Συσκευασία και Σήμανση)

Μετά την ολοκλήρωση της επεξεργασίας, ακολουθεί η ετικετοποίηση των περιεκτών, η οποία εξασφαλίζει την ιχνηλασιμότητα και την ενημέρωση του καταναλωτή. Η διαδικασία συνεχίζεται με τη δευτερογενή συσκευασία (κιβωτιοποίηση) και την παλετοποίηση, καθιστώντας το προϊόν έτοιμο για εφοδιαστική διαχείριση.

1.3.6 Αποθήκευση Τελικού Προϊόντος – Φόρτωση

Το τελικό στάδιο αφορά τη μεταφορά των παλετοποιημένων προϊόντων στους χώρους αποθήκευσης. Ανάλογα με τον κωδικό και τις απαιτήσεις συντήρησης, τα προϊόντα οδηγούνται είτε σε ξηρή αποθήκη είτε σε ψυγεία. Τέλος, πραγματοποιείται η φόρτωση για την παράδοση στον πελάτη, ολοκληρώνοντας τον κύκλο ζωής του προϊόντος εντός της εγκατάστασης.

Το διάγραμμα αναδεικνύει ένα ολοκληρωμένο Σύστημα Διαχείρισης Ποιότητας, όπου η παραγωγική ροή διακόπτεται στρατηγικά από ελέγχους επαλήθευσης, διασφαλίζοντας τη συμμόρφωση με τις τεχνικές προδιαγραφές και την ασφάλεια του καταναλωτή.

1.4 Σκοπός εργασίας

Ο πρωταρχικός σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η αξιοποίηση προηγμένων στατιστικών εργαλείων για τη βελτιστοποίηση της παραγωγικής διαδικασίας και τη διασφάλιση της ποιότητας σε μια βιομηχανία ορεκτικών ειδών. Η έρευνα εστιάζει σε δύο κεντρικούς άξονες: την αξιολόγηση της εφοδιαστικής αλυσίδας και τον έλεγχο της σταθερότητας της παραγωγής. Συγκεκριμένα, επιδιώκεται η δημιουργία ενός συστήματος ιεραρχικής κατάταξης των προμηθευτών πρώτων υλών, με γνώμονα τη μεταβλητότητα κρίσιμων χημικών παραμέτρων (pH, αλατότητα). Η ελαχιστοποίηση αυτής της μεταβλητότητας κρίνεται βαρύνουσα σημασίας, καθώς επηρεάζει άμεσα το κόστος βιομηχανικής επεξεργασίας και την ομοιομορφία του τελικού προϊόντος. Παράλληλα, η εργασία στοχεύει στη στατιστική ανάλυση των διεργασιών πλήρωσης (στραγγισμένο και καθαρό βάρος), χρησιμοποιώντας ανάλυση ανάλυση ικανότητας διεργασίας. Μέσω αυτής της προσέγγισης, διερευνάται η δυνατότητα μείωσης του κόστους παραγωγής μέσω του επαναπροσδιορισμού της ποσότητας του υγρού πλήρωσης (λαδιού), προσδιορίζοντας με ακρίβεια το στατιστικό ρίσκο εμφάνισης ελλιποβαρών προϊόντων. Τελικός στόχος είναι η παροχή ενός εφαρμοσμένου πλαισίου λήψης αποφάσεων που συνδέει την ποιοτική υπεροχή με την οικονομική αποδοτικότητα της επιχείρησης. Η χρησιμότητα της στατιστικής ανάλυσης στις βιομηχανίες αυτές δεν ελέγχεται απλά στο τέλος αλλά σε κάθε στάδιο πριν από το τελικό προϊόν η στατιστική ανάλυση των φυσικοχημικών παραμέτρων είναι κρίσιμη για τους εξής λόγους:

- Μείωση της μεταβλητότητας η οποία εξασφαλίζει ότι κάθε παρτίδα έχει την ίδια γεύση και υφή
- Ασφάλεια τροφίμων που επιβεβαιώνονται ότι οι κρίσιμες παράμετροι βρίσκονται εντός ορίων ασφαλείας
- Τήρηση των προδιαγραφών σύμφωνα με τα ζητούμενα του πελάτη και την νομοθεσία.

1.5 Παρουσίαση φυσικοχημικών παραμέτρων.

Θα γίνει μια προσπάθεια να εφαρμοστεί ένας έλεγχος διασποράς των χημικών παραμέτρων η οποία διασπορά ουσιαστικά αποτελεί ένα κόστος που επωμίζεται η

επιχείρηση. Οι πρώτες ύλες είναι βιολογικά προϊόντα και παρουσιάζουν φυσική διασπορά στις παραμέτρους τους. Η χημικές παράμετροι που εξετάζονται για τις παραλαβές τυριού είναι το pH και η αλατότητα. Ενώ οι παράμετρος των τελικών προϊόντων είναι η φυσική παράμετρος του βάρους, μια παράμετρος που στη βιομηχανία και την αγορά μεταφράζεται άμεσα στα οικονομικά μέτρα σε κέρδη και απώλειες.

1.5.1 Δεδομένα εργασίας

Τα δεδομένα της εργασίας. Προκύπτουν από πραγματικές μετρήσεις στο εργαστήριο της βιομηχανικής μονάδας. Το πρώτο μέρος αφορά τις αναλύσεις των χημικών παραμέτρων των παραλαβών από 6 προμηθευτές, δηλαδή στο pH ($n = 532$) και αλατότητα ($n = 524$) σε δείγματα τυριού φέτας, σε διάστημα 6 ετών. Το δεύτερο αφορά ζυγίσεις παραγωγών σε ένα διάστημα πολλών ετών από το 2013 ως το 2023 ενός συγκεκριμένου προϊόντος, μακεδονικού πιπεριού γεμισμένου με κρέμα τυριών, αφορά ζυγίσεις στραγγισμένου και καθαρού βάρους, δηλαδή περιέκτης ο οποίος έχει συμπληρωθεί με υγρό πλήρωσης λάδι. Αξίζει να αναφερθεί ότι οι ζυγίσεις αφορούν διαφορετικούς περιέκτες. Το μέγεθος του δείγματος για το στραγγισμένο είναι $n = 22158$ και για το καθαρό $n = 22100$ που έχει γίνει δειγματοληψία κατά τη διάρκεια παραγωγής σε 246 ξεχωριστές παραγωγές. Επίσης ανά παραγωγή, ημερομηνία και βάρδια δηλαδή, το μέγεθος του δείγματος διαφοροποιείται και εξαρτάται από την τελική ποσότητα παραγωγής.

1.6 Διάρθρωση εργασίας

Η εργασία αναπτύσσεται σε τέσσερα κεφάλαια:

Στο πρώτο κεφάλαιο τίποτα θα δοθούν γενικά στοιχεία για μια βιομηχανία παραγωγής ορεκτικών προϊόντων. Όπως επίσης των παραμέτρων που θα αναλυθούν καθώς και το μέγεθος και την προέλευση του δείγματος πιο αναλυτικά.

Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφονται με λεπτομέρειες αναλυτικά τα εργαλεία στατιστικής που θα χρησιμοποιηθούν.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται η επεξεργασία των διαθέσιμων δεδομένων. Χωρίζεται σε δύο μέρη. Πρώτο μέρος η ανάλυσή των χημικών παραμέτρων α' υλών. Δεύτερο μέρος η ανάλυση ζυγίσεων τελικού προϊόντος. Στην ανάλυση παρουσιάζονται σχετικά

διαγράμματα και σχολιάζονται. Γίνεται ερμηνεία των αναλύσεων και παρατίθενται προτάσεις και βελτιωτικές ενέργειες.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται η σύνοψη του σκοπού και των συμπερασμάτων που προέκυψαν από την ανάλυση που παρουσιάστηκε.

2. Στατιστικές παράμετροι και εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν.

Η στατιστική ανάλυση αποτελεί μια μεθοδική προσέγγιση για την εξέταση και ερμηνεία ποσοτικών δεδομένων που προκύπτουν μέσω παρατηρήσεων ή μετρήσεων ενός συγκεκριμένου φαινομένου. Στο ευρύτερο πλαίσιο της, η επιστήμη της Στατιστικής περιλαμβάνει τις διαδικασίες συγκέντρωσης, ταξινόμησης και επεξεργασίας αριθμητικών στοιχείων, με απώτερο σκοπό την εξαγωγή έγκυρων συμπερασμάτων που υποστηρίζουν τη λήψη ορθολογικών αποφάσεων. Η τυπική πορεία συλλογής και διαχείρισης των δεδομένων περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

- Επιλογή δεδομένων: Προσδιορισμός ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος που σχετίζεται άμεσα με το υπό διερεύνηση ζήτημα.
- Οργάνωση και απεικόνιση: Συστηματική κωδικοποίηση των στοιχείων και η οπτικοποίησή τους μέσω γραφημάτων και συγκεντρωτικών πινάκων.
- Ερμηνευτική ανάλυση: Εφαρμογή μεθόδων στατιστικής συμπερασματολογίας για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων και τη λήψη στρατηγικών αποφάσεων.

Ενώ τα πρώτα δύο στάδια συνδέονται με τον πειραματικό σχεδιασμό, το τρίτο στάδιο επικεντρώνεται στην περιγραφική στατιστική. Σε αυτό το επίπεδο, χρησιμοποιούνται δείκτες όπως η μέση τιμή, η διακύμανση και η διάμεσος, καθώς και διαγραμματικές μέθοδοι για την αποτύπωση των ιδιοτήτων του δείγματος. Αντίθετα, η επαγωγική στατιστική στοχεύει στην κατανόηση των χαρακτηριστικών ενός ευρύτερου πληθυσμού, βασισμένη στην ανάλυση ενός συγκεκριμένου υποσυνόλου (δείγματος).

Στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης, η ανάλυση των δεδομένων θα βασιστεί αρχικά σε γραφικές μεθόδους. Τα διαγράμματα επιτρέπουν την εύκολη αναγνώριση προτύπων, τάσεων και ακραίων τιμών, παρέχοντας μια σαφή εικόνα για την κατανομή των μεταβλητών. Τα κυριότερα εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν περιλαμβάνουν:

Το ιστόγραμμα συχνότητας.

Το θηκόγραμμα (boxplot).

Τα διαγράμματα πιθανοτήτων.

Τα διαγράμματα ελέγχου (control charts).

Ωστόσο, επειδή η οπτική απεικόνιση συχνά δεν επαρκεί για την πλήρη στατιστική τεκμηρίωση, επιστρατεύονται τα αριθμητικά περιγραφικά μέτρα. Αυτά επιτρέπουν τον υπολογισμό συναρτήσεων που αντικατοπτρίζουν τη θεωρητική κατανομή του πληθυσμού μέσω του δείγματος. Οι τρεις βασικοί άξονες περιγραφής είναι:

- Μέτρα θέσης ή κεντρικής τάσης: Προσδιορίζουν το σημείο γύρω από το οποίο συγκεντρώνονται οι τιμές.
- Μέτρα διασποράς: Καταγράφουν τη μεταβλητότητα και την έκταση των τιμών γύρω από το κέντρο.
- Μέτρα μορφής (λοξότητα και κύρτωση): Περιγράφουν τη γεωμετρία της κατανομής.

Επίσης θα γίνει έλεγχος της ικανότητας της διεργασίας παραγωγής (Capability Analysis) για την παράμετρο του βάρους. Πρόκειται για μια μέθοδο που αξιολογεί αν η διαδικασία παραγωγής είναι ικανή να παράγει προϊόντα με τις επιθυμητές προδιαγραφές. Σκοπός είναι να καλύπτονται οι προδιαγραφές ποιότητας που θέτει ο πελάτης και η νομοθεσία. Συνδυάζεται ο έλεγχος της μεταβλητότητας της διεργασίας με τις ανοχές που θέτει ο σχεδιασμός αυτής.

2.1 Μέτρα θέσης, διασποράς και μορφής

Η περιγραφική στατιστική δεν εξαντλείται στην απλή παράθεση δεδομένων, αλλά επιδιώκει να «αποκρυπτογραφήσει» τη φύση τους μέσα από τρεις αλληλένδετους πυλώνες. Αρχικά, τα **μέτρα θέσης ή κεντρικής τάσης** λειτουργούν ως το «κέντρο βάρους» του δείγματος, προσδιορίζοντας τις τυπικές τιμές γύρω από τις οποίες οργανώνονται οι παρατηρήσεις ή χωρίζοντας το σύνολο σε ίσα, συγκρίσιμα τμήματα. Ωστόσο, η θέση από μόνη της μπορεί να είναι παραπλανητική αν δεν γνωρίζουμε τη μεταβλητότητα, εκεί υπεισέρχονται τα **μέτρα διασποράς**, τα οποία ποσοτικοποιούν την «απόσταση» των τιμών από το κέντρο τους, αποκαλύπτοντας πόσο ομοιογενές ή ανομοιογενές είναι το δείγμα. Τέλος, τα **μέτρα μορφής** ολοκληρώνουν το προφίλ της κατανομής, περιγράφοντας την εικόνα, αν δηλαδή είναι συμμετρική ή αν παρουσιάζει τάση προς ακραίες τιμές. Ο συνδυασμός και των τριών αυτών κατηγοριών είναι

απαραίτητος για τη μετατροπή των ανεπεξέργαστων αριθμών σε μια πλήρη και αξιόπιστη στατιστική εικόνα.

2.1.1 Μέτρα θέσης ή κεντρικής τάσης

- **Μέση Τιμή (mean - \bar{x}).** Η μέση τιμή ορίζεται ως το πηλίκο του αθροίσματος των τιμών μιας μεταβλητής δια του πλήθους των παρατηρήσεων. Αντιπροσωπεύει το "κέντρο βάρους" των δεδομένων και χρησιμοποιείται κυρίως σε **ποσοτικές μεταβλητές**. Δίνεται από την μαθηματική σχέση:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Όπου: \bar{x} η μέση τιμή του δείγματος, $\sum_{i=1}^n x_i$ το άθροισμα όλων των τιμών των παρατηρήσεων και n το συνολικό μέγεθος του δείγματος

Πλεονεκτήματα:

- **Μοναδικότητα:** Κάθε σύνολο δεδομένων έχει μία και μόνο μία μέση τιμή.
- **Συμπερίληψη όλων των δεδομένων:** Για τον υπολογισμό της λαμβάνονται υπόψη όλες οι τιμές του δείγματος, γεγονός που την καθιστά ιδιαίτερα ευαίσθητη σε αλλαγές.
- **Βάση για περαιτέρω αναλύσεις:** Αποτελεί τη βάση για τον υπολογισμό άλλων σημαντικών στατιστικών μεγεθών, όπως η διακύμανση και η τυπική απόκλιση, καθώς και για τη διενέργεια παραμετρικών ελέγχων (π.χ. t-test, ANOVA).

Περιορισμοί:

- **Ευαισθησία σε ακραίες τιμές (Outliers):** Η μέση τιμή επηρεάζεται σημαντικά από εξαιρετικά υψηλές ή χαμηλές τιμές που δεν είναι αντιπροσωπευτικές του συνόλου. Σε περιπτώσεις έντονης ασυμμετρίας, η **διάμεσος** θεωρείται συχνά καταλληλότερο μέτρο

Η ευαισθησία στις ακραίες τιμές μπορεί να παρακαμφθεί με υπολογισμό του περικομμένου μέσου (Trimmed Mean) όπου αποκλείονται από τον υπολογισμό μέσης τιμής το 5% των χαμηλότερων τιμών και το 5% των υψηλότερων.

- **Διάμεσος (Median).** Η διάμεσος είναι η τιμή για την οποία το 50% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες ή ίσες με αυτήν και το υπόλοιπο 50% είναι μεγαλύτερες ή ίσες.

Η διάμεσος υπολογίζεται με την εξής μέθοδο:

A. ταξινομούνται οι τιμές της παραμέτρου του δείγματος κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά.

B. η θέση της διαμέσου εξαρτάται αν το πλήθος n του δείγματος περιττός ή άρτιος αριθμός:

- αν n περιττός: θέση = $\frac{n+1}{2}$
- αν n άρτιος η διάμεσος είναι ο μέσος όρος των 2 μεσαίων παρατηρήσεων στις θέσεις $\frac{n}{2}$ και $\frac{n}{2} + 1$

Πλεονεκτήματα:

- Η διάμεσος προτιμάται όταν έχουμε στην ύπαρξη ακραίων τιμών αφού ουσιαστικά τις αγνοεί.
- Σε ασύμμετρες κατανομές η διάμεσος είναι πιο αξιόπιστη.

- **Δειγματική Κορυφή ή Επικρατούσα Τιμή. (Mode)** Η επικρατούσα τιμή ορίζεται ως η παρατήρηση που εμφανίζεται με τη μεγαλύτερη συχνότητα σε ένα σύνολο δεδομένων. Σε αντίθεση με τη μέση τιμή, δεν επηρεάζεται καθόλου από τις τιμές των υπολοίπων παρατηρήσεων, παρά μόνο από το πόσο συχνά εμφανίζεται η ίδια.

Χαρακτηριστικά της επικρατούσας:

- **Μοναδικότητα (ή μη):** Μια κατανομή μπορεί να έχει μία επικρατούσα τιμή (unimodal), δύο (bimodal) ή περισσότερες (multimodal). Αν όλες οι τιμές εμφανίζονται την ίδια συχνότητα, τότε η κατανομή δεν έχει επικρατούσα τιμή.
- **Εφαρμογή σε όλες τις κλίμακες:** Είναι το μοναδικό μέτρο θέσης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ονομαστικές (nominal) μεταβλητές (π.χ. φύλο, εθνικότητα, θρησκεία).

Πλεονέκτημα:

- **Ανθεκτικότητα:** Είναι το πλέον σταθερό μέτρο σε ακραίες τιμές (outliers). Όσο μεγάλες ή μικρές κι αν είναι οι υπόλοιπες τιμές, η επικρατούσα παραμένει η ίδια εφόσον δεν αλλάζει η συχνότητά της.

Μειονέκτημα:

- Δεν χρησιμοποιεί όλη την πληροφορία του δείγματος (αγνοεί όλες τις άλλες τιμές εκτός από την πιο συχνή) και μπορεί να αλλάξει δραματικά με μια μικρή αλλαγή στο δείγμα.

2.1.2 Μέτρα Διασποράς

- **Εύρος (Range)(R).** Το εύρος είναι το απλούστερο μέτρο διασποράς ενός δείγματος, ορίζεται ως διαφορά των ακραίων τιμών του δείγματος και περιγράφεται από τη σχέση:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

Χρησιμοποιείται για μια γρήγορη και πρόχειρη ματιά της διασποράς των δεδομένων.

Πλεονεκτήματα:

- **Εξαιρετικά εύκολο** στον υπολογισμό
- **Εύκολα κατανοητό** από μη ειδικούς

Μειονεκτήματα:

- Υπερβολικά **ευαίσθητο σε ακραίες τιμές**, αφού σε αυτές αποκλειστικά βασίζεται ο υπολογισμός του.
- Βασίζεται σε δύο μόνο τιμές, **αγνοώντας ολόκληρη την υπόλοιπη** κατανομή.
- **Δειγματική Διακύμανση (Sample Variance - s^2)**. Μετρά την μέση τετραγωνική απόσταση των παρατηρήσεων από τον δειγματικό μέσο όρο, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Όπου n το μέγεθος του δείγματος, \bar{x} η μέση τιμή του δείγματος.

Πλεονεκτήματα:

- Λαμβάνει υπόψη κάθε μία τιμή του δείγματος.
- Πολύ χρήσιμη σε ανώτερα στατιστικά μοντέλα.

Μειονεκτήματα:

- Η μονάδα μέτρησης είναι στο τετράγωνο την μεταβλητής που υπολογίζεται, γεγονός που καθιστά δύσκολη την ερμηνεία.
- Εξαιρετικά ευαίσθητη σε ακραίες τιμές.
- **Δειγματική Τυπική Απόκλιση (Sample Standard Deviation - s)**. Ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της δειγματικής διακύμανσης και θεωρείται μία αξιόπιστη παράμετρος διασποράς. Εκφράζει τη μέση απόσταση των τιμών από τον μέσο όρο στις ίδιες μονάδες με τα αρχικά δεδομένα. Υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Όπου n το μέγεθος του δείγματος, \bar{x} η μέση τιμή του δείγματος.

Πλεονεκτήματα:

- Ίδιες μονάδες με τα αρχικά δεδομένα.
- Άμεση σχέση με την κανονική κατανομή.

Μειονεκτήματα:

- Η μονάδα μέτρησης είναι στο τετράγωνο την μεταβλητής που υπολογίζεται, γεγονός που καθιστά δύσκολη την ερμηνεία.
- Ευαίσθητη σε ακραίες τιμές.

- **Συντελεστής Μεταβλητότητας (Coefficient of Variation - CV).** Είναι ένα σχετικό μέτρο διασποράς που εκφράζει την τυπική απόκλιση (s) ως ποσοστό επί τοις εκατό του μέσου όρου (\bar{x}). Υπολογίζεται από τη σχέση:

$$CV = \left(\frac{s}{\bar{x}}\right) \cdot 100\%$$

Χρησιμοποιείται για τη σύγκριση της διασποράς μεταξύ συνόλων με διαφορετική μονάδες ή/και διαφορετικές κλίμακες.

Πλεονεκτήματα:

- Επιτρέπει τη σύγκριση εντελώς διαφορετικών μεγεθών.
- Είναι αδιάστατο μέγεθος (αριθμός χωρίς μονάδες μέτρησης).

Μειονεκτήματα:

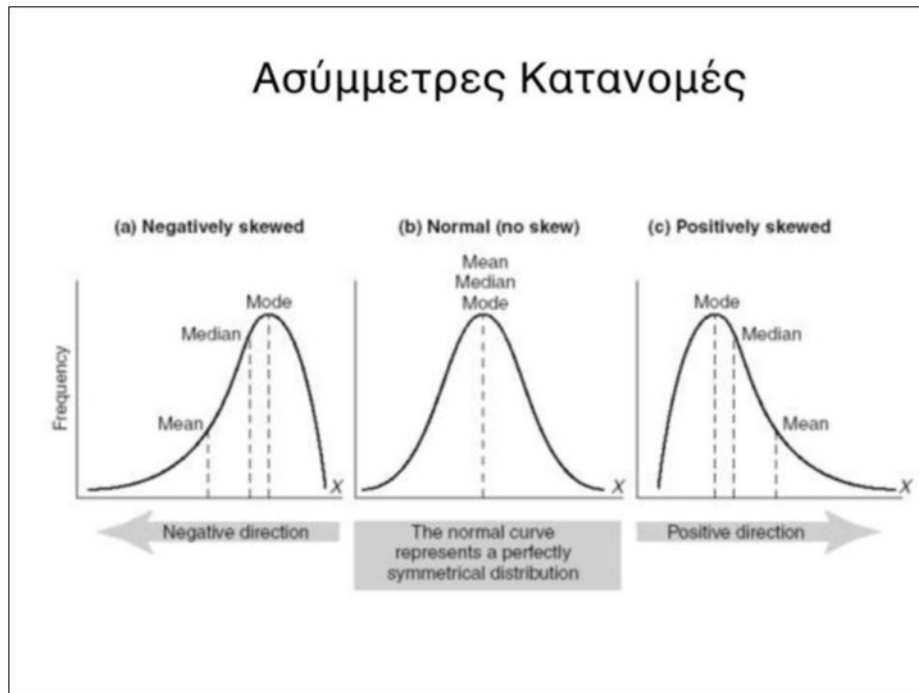
- Δεν ορίζεται αν ο μέσος όρος είναι μηδέν.
- Χάνει το νόημά του αν τα δεδομένα έχουν αρνητικές τιμές.

2.1.3 Μέτρα μορφής.

- **Λοξότητα (Skewness).** Μετρά τον βαθμό ασυμμετρίας μιας κατανομής γύρω από τον μέσο όρο της. Ο πιο συνηθισμένος τύπος υπολογισμού είναι αυτός του συντελεστή g_1 των Fisher – Pearson:

$$g_1 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

Όπου: \bar{x} η μέση τιμή του δείγματος, s η τυπική απόκλιση και n το συνολικό μέγεθος του δείγματος



Εικόνα 2-1 Ασύμμετρες κατανομές

Διακρίνονται 3 περιπτώσεις :

- $g_1 > 0$. **Θετική λοξότητα**, η ουρά της κατανομής εκτείνεται προς την δεξιά (θετική) πλευρά του άξονα, δηλαδή μεγαλύτερες τιμές.
- $g_1 < 0$. **Αρνητική λοξότητα**, η ουρά της κατανομής εκτείνεται προς την αριστερή (αρνητική) πλευρά του άξονα, δηλαδή μικρότερες τιμές.
- $g_1 = 0$. **Μηδενική λοξότητα**, η κατανομή είναι τέλεια συμμετρική όπως η κανονική.

Χρήση γίνεται για να εντοπιστεί κατά πόσο οι ακραίες τιμές συγκεντρώνονται σε μία πλευρά.

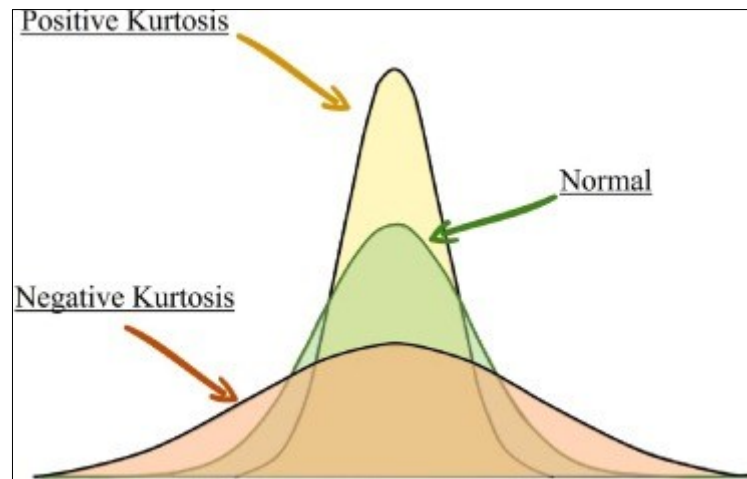
- **Κύρτωση (Kurtosis)**. Είναι ένα μέτρο του πόσο αιχμηρή ή πεπλατυσμένη είναι στο κέντρο της η κατανομή. Ο πιο συνηθισμένος τύπος υπολογισμού είναι:

$$K = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$$

Όπου: \bar{x} η μέση τιμή του δείγματος, s η τυπική απόκλιση και n το συνολικό μέγεθος του δείγματος.

Επειδή στην τέλεια κανονική κατανομή είναι $K = 3$, συνήθως υπολογίζεται η Υπερβάλλουσα Κύρτωση (Excess Kurtosis) ώστε η Κανονική Κατανομή να έχει τιμή 0. Έτσι προκύπτει:

$$K_{excess} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4} - 3$$



Εικόνα 2-2 Κυρτότητα κατανομών

Έχουμε 3 περιπτώσεις :

- $K_{excess} > 0$, χαρακτηρίζεται **λεπτόκυρτη** η κατανομή.
- $K_{excess} < 0$, χαρακτηρίζεται **πλατύκυρτη** η κατανομή.
- $K_{excess} = 0$, χαρακτηρίζεται **μεσόκυρτη** η κανονική, η μορφή της κανονικής.

Πλεονεκτήματα:

- Παρέχει πληροφορίες για την επικινδυνότητα των ακραίων τιμών που η τυπική απόκλιση αγνοεί.
- Απαραίτητη για τον έλεγχο κανονικότητας των δεδομένων.

Μειονεκτήματα:

- Συχνά παρερμηνεύεται ως μέτρο μόνο του ύψους της κορυφής, ενώ αφορά κυρίως τις ουρές.
- Απαιτεί μεγάλο δείγμα για να δώσει αξιόπιστο αποτέλεσμα.

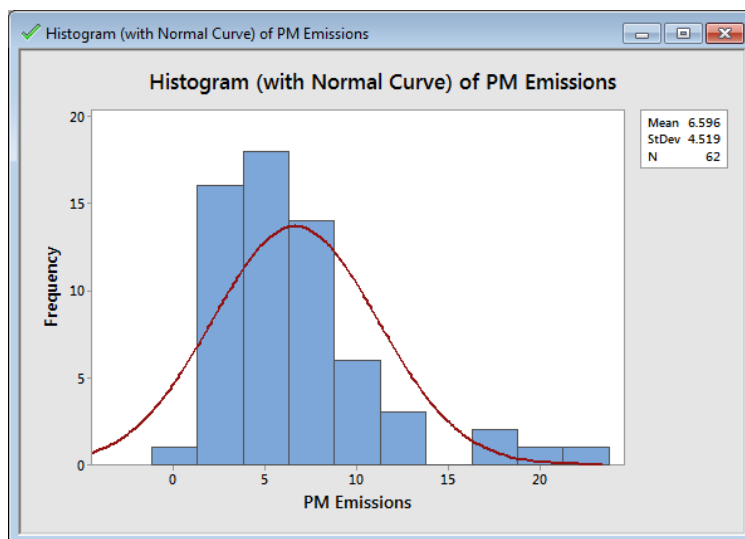
2.2 Διαγράμματα

Η οπτικοποίηση των δεδομένων μέσω των διαγραμμάτων αποτελεί το απαραίτητο συμπλήρωμα των υπόλοιπων, μετατρέποντας τους αριθμούς σε εικόνα. Ενώ τα μέτρα θέσης, διασποράς και μορφής προσφέρουν μαθηματική ακρίβεια, τα στατιστικά διαγράμματα αποκαλύπτουν το «οπτικό αποτύπωμα» του δείγματος, επιτρέποντας την άμεση αναγνώριση προτύπων, τάσεων και ανωμαλιών που συχνά διαφεύγουν από τους τυποποιημένους υπολογισμούς. Μέσα από τη γραφική αναπαράσταση, μπορεί να γίνει αντιληπτή με μια ματιά την ύπαρξη ακραίων τιμών (outliers) (θηκόγραμμα), τη συγκέντρωση των παρατηρήσεων ή την ύπαρξη πολλαπλών κορυφών στην κατανομή (ιστόγραμμα συχνότητας). Στην ουσία, τα διαγράμματα λειτουργούν ως η γέφυρα μεταξύ της ακατέργαστης πληροφορίας και της ουσιαστικής ερμηνείας, καθιστώντας τα αποτελέσματα της στατιστικής έρευνας προσβάσιμα και κατανοητά ακόμα και σε μη ειδικούς.

2.2.1 Ιστογράμματα συχνότητας.

Αποτελεί ένα μέσο σύνοψης δεδομένων σε επιμέρους διαστήματα (κλάσεις), όπου η δομή τους καθορίζει την ορθότητα της στατιστικής εικόνας. Η πυκνότητα των παρατηρήσεων σε κάθε κλάση αντικατοπτρίζεται στο ύψος της, αναδεικνύοντας τις περιοχές υψηλής συχνότητας. Κύριο γνώρισμα του διαγράμματος είναι ότι η συχνότητα εκφράζεται μέσω του εμβαδού των ορθογωνίων. Από τη μορφολογία της καμπύλης συχνότητας προκύπτουν συμπεράσματα για την ασυμμετρία (ύπαρξη δεξιάς ή αριστερής ουράς) και την κύρτωση (λεπτόκυρτη, μεσόκυρτη, πλατύκυρτη), δείκτες που περιγράφουν τη συγκέντρωση και τη διασπορά των δεδομένων σε όλο το εύρος της κατανομής. Για την κατασκευή γίνονται υπολογισμοί για το πλήθος των τάξεων που θα χρησιμοποιηθούν και εξαρτάται από το πλήθος του δείγματος (n). Ο αριθμός των κλάσεων (k) βρίσκεται από τον τύπο του Sturges: $k = 1 + \log_{10} n$ και το εύρος κάθε κλάσης (h) από τον λόγο $h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k}$

Ακολουθεί στο Σχήμα 2-1 ένα τυπικό ιστόγραμμα συχνοτήτων



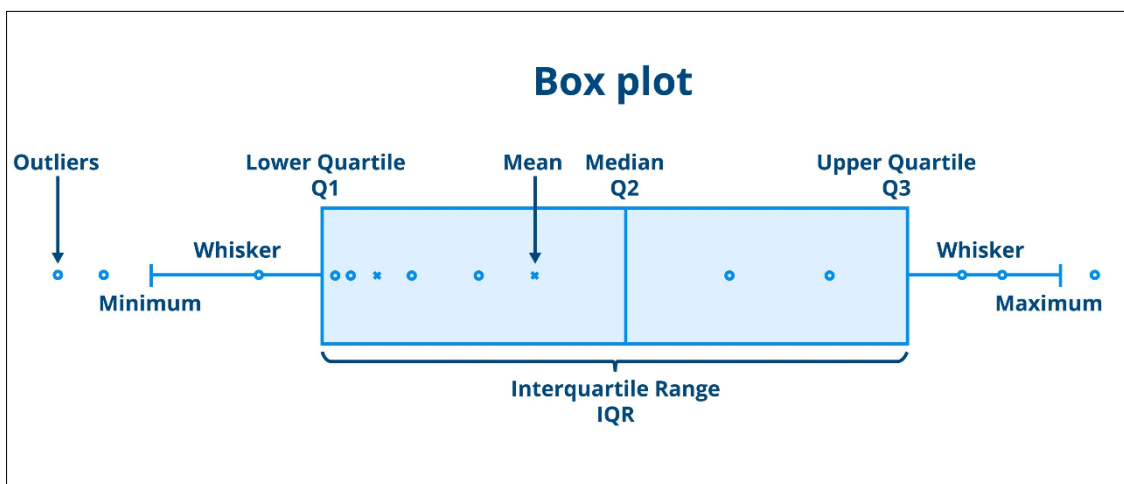
Σχήμα 2-1 Μορφή ενός τυπικού ιστογράμματος συχνοτήτων

Το ιστόγραμμα αποτελεί ένα μέσο σύνοψης δεδομένων σε επιμέρους διαστήματα (κλάσεις), όπου η δομή τους καθορίζει την ορθότητα της στατιστικής εικόνας. Η πυκνότητα των παρατηρήσεων σε κάθε κλάση αντικατοπτρίζεται στο ύψος της, αναδεικνύοντας τις περιοχές υψηλής συχνότητας. Κύριο γνώρισμα του διαγράμματος είναι ότι η συχνότητα εκφράζεται μέσω του εμβαδού των ορθογωνίων. Από τη μορφολογία της καμπύλης συχνοτήτων προκύπτουν συμπεράσματα για την ασυμμετρία (ύπαρξη δεξιάς ή αριστερής ουράς) και την κύρτωση (λεπτόκυρτη, μεσόκυρτη, πλατύκυρτη), δείκτες που περιγράφουν τη συγκέντρωση και τη διασπορά των δεδομένων σε όλο το εύρος της κατανομής

2.2.2 Θηκογράμματα (Boxplots)

Η κατασκευή ενός θηκογράμματος (boxplot) Σχήμα 2-2 βασίζεται στον προσδιορισμό της διαμέσου (Median), η οποία ορίζεται ως η κεντρική παρατήρηση σε δείγματα περιττού πλήθους ή ως ο αριθμητικός μέσος των δύο μεσαίων τιμών σε άρτια δείγματα. Το κεντρικό σώμα του διαγράμματος αποτελείται από ένα ορθογώνιο, τα όρια του οποίου καθορίζονται από το πρώτο Q1 (Lower Quartile) και το τρίτο Q3 (Upper Quartile) τεταρτημόριο και περιλαμβάνει το 50% των παρατηρήσεων, ενώ η διάμεσος (Median) απεικονίζεται με μια εσωτερική οριζόντια γραμμή. Η έκταση των "μυστάκων" (whiskers) προσδιορίζεται από τις παρακείμενες τιμές, οι οποίες

υπολογίζονται με βάση το ενδοτεταρτημοριακό εύρος ($IQR = Q3 - Q1$). Συγκεκριμένα, το άνω όριο εκτείνεται έως τη μέγιστη τιμή (Maximum) που δεν υπερβαίνει το $Q3 + 1,5IQR$, ενώ το κάτω όριο έως την ελάχιστη (Minimum) τιμή που είναι τουλάχιστον $Q1 - 1,5IQR$. Οι παρατηρήσεις που βρίσκονται εκτός αυτών των ορίων χαρακτηρίζονται ως ακραίες ή εξωτερικές τιμές (Outliers), συμβολίζονται συνήθως με αστερίσκους ή τελείες και χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης. Το θηκόγραμμα (boxplot) αποτελεί ισχυρό εργαλείο αξιολόγησης της κανονικότητας: η συμμετρική τοποθέτηση της διαμέσου εντός του πλαισίου, η ισομερής ανάπτυξη των μυστάκων και η απουσία ακραίων τιμών αποτελούν ενδείξεις ότι τα δεδομένα



Σχήμα 2-2 Μορφή ενός τυπικού θηκογράμματος (boxplot)

ακολουθούν την κανονική κατανομή, στερούμενα σημαντικής λοξότητας ή "βαριών" ουρών.»

2.2.3 Διαγράμματα ελέγχου $\bar{X} - R$

Η χρήση των διαγραμμάτων ελέγχου $\bar{X} - R$ γίνεται διότι τα δείγματα που θα αναλυθούν, είναι αυτά των παραλαβών τυριού αφού έχουμε υποομάδες μεγέθους $n=2$ έως $n=8$. Έτσι αν έχουμε m τον αριθμό των υποομάδων, στην περίπτωση της εργασίας lot παραλαβής, και n το μέγεθος της κάθε υποομάδας, οι μέσες τιμές κάθε υποομάδας \bar{X} υπολογίζονται από τη σχέση:

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}, \text{ όπου } j = 1, 2, \dots, m$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η μέση τιμή των μέσων τιμών των υποομάδων $\bar{\bar{X}}$, όπως και το εύρος για κάθε υποομάδα, R , αλλά και το μέσο εύρος αυτών \bar{R} από τις σχέσεις:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_j}{m} = \frac{\bar{X}_1 + \dots + \bar{X}_m}{m}, \text{ όπου } j = 1, 2, \dots, m$$

$$R_j = X_{max} - X_{min}, \text{ όπου } j = 1, 2, \dots, m$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{j=1}^m R_j}{m} = \frac{R_1 + \dots + R_m}{m}, \text{ όπου } j = 1, 2, \dots, m$$

Τα όρια ελέγχου άνω (UCL) και κάτω (LCL) και η κεντρική γραμμή (CL), υπολογίζονται:

Διάγραμμα ελέγχου \bar{X}

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

$$CL = \bar{\bar{X}}$$

Διάγραμμα ελέγχου R

$$UCL = D_4 \bar{R}$$

$$LCL = D_3 \bar{R}$$

$$CL = \bar{R}$$

Όπου A_2 , D_4 , D_3 οι συντελεστές των οποίων οι τιμές εξαρτώνται από το μέγεθος του δείγματος (υποομάδας) (Παράρτημα Α)

2.3 Αναλύσεις ζυγίσεων τελικών προϊόντων.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση είναι από διαδικασίες παραγωγής σε δύο βάρδιες (Α' και Β' βάρδια) τα οποία έχουν διαφορετικό μέγεθος ανά βάρδια. Αυτό γίνεται διότι έχουμε ο παραγωγές δεν έχουν την ίδια διάρκεια και μέγεθος παραγωγής κατ' επέκταση.

Στο στραγγισμένο από τις παραγωγές, δηλαδή πριν από την πλήρωση με λάδι κι ενώ έχουν συμπληρωθεί οι ποσότητες του προϊόντος (πιπέρι γεμισμένο με κρέμα τυριών) καθαρό. Θα πραγματοποιηθούν μια σειρά αναλύσεων για εξαγωγή συμπερασμάτων

όπως σχετικά με την βάρδια εργασίας όπως και με την ενδεχόμενη μείωση του προστιθέμενου υγρού πλήρωσης (λαδιού) χωρίς να αποκλίνουν από τις απαιτήσεις της νομοθεσίας.

2.3.1 Η ANOVA (Analysis of Variance - Ανάλυση Διακύμανσης) προϋποθέσεις και εφαρμογή

Η ANOVA χρησιμοποιείται για να συγκρίνουμε τους μέσους όρους τριών ή περισσότερων ομάδων, ώστε να διαπιστώσουμε αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ τους. Στην ουσία, η ANOVA εξετάζει αν η μεταβλητότητα (διακύμανση) που παρατηρείται στα δεδομένα οφείλεται σε πραγματικές διαφορές μεταξύ των ομάδων ή είναι τυχαία.

Για να είναι έγκυρα τα αποτελέσματα μιας ANOVA και να μην οδηγηθεί η ανάλυση σε λάθος συμπεράσματα, τα δεδομένα πρέπει να περάσουν από ορισμένους ελέγχους. Αν αυτές οι προϋποθέσεις-έλεγχοι παραβιάζονται σοβαρά, η στατιστική ισχύς του τεστ μειώνεται. Οι 3 βασικές προϋποθέσεις είναι:

- 1. Ανεξαρτησία παρατηρήσεων**, αν πχ στη μία βάρδια δουλεύει μια μηχανή γέμισης πάντα και στην άλλη βάρδια μία άλλη μηχανή, τότε οι παρατηρήσεις ζύγισης δεν είναι ανεξάρτητες.
- 2. Κανονικότητα** τα δεδομένα θα πρέπει να ακολουθούν την κανονική κατανομή για κάθε ομάδα κανονικά (πχ Α' βάρδια, Β' βάρδια).
- 3. Ομοιογένεια των Διακυμάνσεων (Homogeneity of Variance)**, Οι διακυμάνσεις στις ομάδες που συγκρίνονται θα πρέπει να είναι περίπου ίσες. Δηλαδή, η διασπορά των δεδομένων γύρω από τον μέσο όρο πρέπει να είναι παρόμοια σε όλες τις ομάδες.
- 4. Τύπος Δεδομένων, η εξαρτημένη μεταβλητή** Η εξαρτημένη μεταβλητή πρέπει να είναι ποσοτική (συνεχής ή διακριτή, π.χ. καθαρό βάρος, στραγγισμένο βάρος), ενώ η ανεξάρτητη μεταβλητή πρέπει να είναι ποιοτική/κατηγορική (π.χ. Α' βάρδια, Β' βάρδια)

T-test – Ειδική περίπτωση για τον έλεγχο μέσων όρων.

Στην περίπτωση μελέτης 2 ομάδων και μόνο, ANOVA και t-test δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα (F της ANOVA και t^2 του t-test). Έτσι στην μελέτη που ακολουθεί επειδή

αναλύονται μόνο 2 ομάδες ο έλεγχος ο έλεγχος που γίνεται είναι t-test. Πριν από τη σύγκριση των μέσων όρων όμως, είναι απαραίτητο να εξεταστεί η κατανομή των δεδομένων γύρω από αυτούς. Η διακύμανση αποτελεί μέτρο της μεταβλητότητας και ο έλεγχος της ισότητας των διακυμάνσεων καθορίζει τη στατιστική μέθοδο που θα ακολουθηθεί. Γίνεται λοιπόν έλεγχος ομοιογένειας διακυμάνσεων (Homogeneity of Variance) ή ομοσκεδαστικότητα. Έτσι με το p-value του Levene's Test:

- $P - Value > 0,05$ υιοθετείται η παραδοχή ομοσκεδαστικότητας
- $P - Value < 0,05$ αποδεκτή γίνεται η ετεροσκεδαστικότητα

Έτσι λοιπόν διακρίνονται δύο περιπτώσεις t-test

- Το κλασικό t-test του Student χρησιμοποιείται για τη σύγκριση των μέσων όρων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων. Η κύρια προϋπόθεση για την εγκυρότητα του είναι η παραδοχή ότι οι δύο πληθυσμοί από τους οποίους προέρχονται τα δείγματα έχουν την ίδια διακύμανση ($s_1^2 = s_2^2$). Σε αυτή την περίπτωση, υπολογίζεται μια «συγκερασμένη» διακύμανση (pooled variance) για τον προσδιορισμό του τυπικού σφάλματος.
- Το t-test του Welch αποτελεί μια προσαρμογή του Student's t-test και χρησιμοποιείται όταν η παραδοχή της ισότητας των διακυμάνσεων παραβιάζεται (ετεροσκεδαστικότητα). Είναι πιο αξιόπιστο όταν τα μεγέθη των δειγμάτων είναι άνισα και οι διακυμάνσεις διαφέρουν σημαντικά. Το Welch's t-test τροποποιεί τους βαθμούς ελευθερίας χρησιμοποιώντας την προσέγγιση Welch-Satterthwaite, παρέχοντας έτσι ένα πιο έγκυρο p-value

2.3.2 Δείκτες διεργασίας

Η ικανότητα διεργασίας είναι το μέτρο της μεταβλητότητας μιας διεργασίας σε σύγκριση με τα όρια προδιαγραφών. Ενώ ο στατιστικός έλεγχος (Control Charts) μας λέει αν η διεργασία είναι "σταθερή", η ανάλυση ικανότητας μας λέει αν η διεργασία είναι "ικανή" να ικανοποιήσει τις απαιτήσεις.

Τα δύο σκέλη της σύγκρισης εκφράζονται:

- Από τη στατιστική κατανομή των δεδομένων (μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ).

- Από το Κάτω Όριο Προδιαγραφής (**LSL**) και το Άνω Όριο Προδιαγραφής (**USL**).

Ο δείκτης C_{pk} θεωρείται ο δείκτης βραχυπρόθεσμης ικανότητας. Υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την τυπική απόκλιση εντός των ομάδων (within-subgroup variation). Δείχνει πόσο καλά η είναι κεντραρισμένη, σε σχέση με το πλησιέστερο όριο προδιαγραφής, είναι η διεργασία. Υπολογίζεται από τη σχέση:

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma_{within}}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma_{within}}\right)$$

Αν ο $C_{pk} > 1,33$, η διεργασία θεωρείται ικανή. Αν ο C_{pk} είναι μικρός, αυτό σημαίνει είτε ότι η μεταβλητότητα είναι μεγάλη, είτε ότι η μέση τιμή έχει μετατοπιστεί (offset) προς ένα από τα δύο όρια.

Ο δείκτης P_{pk} είναι ο δείκτης της συνολικής απόδοσης. Σε αντίθεση με τον C_{pk} , χρησιμοποιεί τη συνολική τυπική απόκλιση όλων των δεδομένων $\sigma_{overall}$, χωρίς να λαμβάνει υπόψη τη χρονική ομαδοποίηση. Δείχνει την πραγματική απόδοση της διεργασίας σε βάθος χρόνου, συμπεριλαμβανομένων των διακυμάνσεων μεταξύ των παρτίδων. Υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma_{overall}}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma_{overall}}\right)$$

Αν ο $C_{pk} > 1,33$, η διεργασία θεωρείται ικανή. Αν ο C_{pk} είναι μικρός, αυτό σημαίνει είτε ότι η μεταβλητότητα είναι μεγάλη, είτε ότι η μέση τιμή έχει μετατοπιστεί (offset) προς ένα από τα δύο όρια.

Η Σημασία της διαφοράς C_{pk} και P_{pk}

Η σύγκριση αυτών των δύο δεικτών είναι κρίσιμη για τη διάγνωση προβλημάτων: Αν $C_{pk} \approx P_{pk}$, διεργασία είναι σταθερή και η μεταβλητότητα οφείλεται μόνο σε τυχαία αίτια. Ενώ αν $C_{pk} > P_{pk}$, υπάρχει σημαντική μεταβλητότητα "μεταξύ των ομάδων" (π.χ. διαφορές από βάρδια σε βάρδια ή από παρτίδα σε παρτίδα πρώτης ύλης). Η διεργασία δεν είναι σταθερή.

Χρησιμότητα των Δεικτών στην Εργασία

Η χρήση των C_{pk} και P_{pk} προσφέρει στρατηγικά πλεονεκτήματα:

- **Πρόβλεψη Ελαττωματικών:** Επιτρέπουν τον υπολογισμό του ποσοστού των προϊόντων που αναμένεται να βγουν εκτός προδιαγραφών.
- **Λήψη Αποφάσεων:** Βοηθούν τη διοίκηση να αποφασίσει αν απαιτείται επένδυση σε νέο εξοπλισμό ή αν αρκεί η καλύτερη ρύθμιση του υφιστάμενου.
- **Συνεχής Βελτίωση:** Λειτουργούν ως δείκτες αναφοράς (benchmarking) για την αξιολόγηση της επιτυχίας των διορθωτικών ενεργειών (Six Sigma projects).

Ενώ ο C_{pk} δείχνει τι μπορεί να κάνει η διεργασία αν εξαλειφθούν οι εξωτερικές παρεμβολές, ο P_{pk} δείχνει τι όντως κάνει η διεργασία στην πραγματικότητα.

2.3.3 Νομοθεσία για το βάρος των συσκευασιών

Τα όρια του βάρους των συσκευασιών (κατώτερα όρια) ορίζονται σύμφωνα με την ευρωπαϊκή οδηγία 76/211/ΕΟΚ, Παράρτημα Ι, σημείο 1 (1976), έτσι για το στραγγισμένο και το καθαρό που αναλύεται στην παρούσα διατριβή, από τους πίνακες των παραρτημάτων τα κατώτερα όρια βάρους είναι:

	Αναγραφόμενο (Q_n)	TNE	1×TNE (LSL)	2×TNE
ΚΑΘΑΡΟ ΒΑΡΟΣ	270g	9g	261g	252g
ΣΤΡΑΓΓΙΣΜΕΝΟ	150g	6,75g	143,25g~ 143,3g	136,5g

Πίνακας 2-1 Όρια ελάχιστου βάρους συσκευασμένου τελικού προϊόντος ανάλυσης

Από την οδηγία 76/211 οι συσκευασίες πρέπει να πληρούν τους εξής 3 όρους που να ικανοποιούνται ταυτόχρονα, ώστε να είναι αποδεκτή (νόμιμη) η εκάστοτε παρτίδα :

1. Ο Μέσος Όρος: Το πραγματικό μέσο βάρος της παρτίδας πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το αναγραφόμενο στη συσκευασία ($lot_Mean \geq Q_n$).
Αυτό ελέγχεται κοιτώντας το διάγραμμα ελέγχου
2. Το TNE: Το ποσοστό των συσκευασιών που πέφτουν κάτω από το $Q_n - TNE$ πρέπει να είναι πολύ μικρό (τυπικά < 2,5% στον έλεγχο που γίνεται)
Εδώ βλέπουμε το LSL που ορίστηκε στο minitab και το % < **LSL**

3. Το 2xTNE: Καμία συσκευασία δεν επιτρέπεται να έχει αρνητικό σφάλμα μεγαλύτερο από το διπλάσιο TNE.

Αυτό είναι κρίσιμο σημείο και επιβεβαιώνεται ότι δεν ισχύει από

Descriptive Statistics και την τιμή **Minimum**

Οι 3 παραπάνω όροι θα αναφέρεται ως κανόνες με την αντίστοιχη αρίθμηση όπου γίνει η επίκληση αυτών παρακάτω.

3. Στατιστική επεξεργασία και ανάλυση των δεδομένων εργαστηρίου.

Στο κεφάλαιο Θα έχουμε τον διαχωρισμό της ανάλυσης σε δύο επιμέρους τμήματα πρώτον τον ορισμό ενός δείκτη για την αξιολόγηση των προμηθευτών α' υλών που θα βασίζονται στις μετρήσεις των παραμέτρων pH και αλατότητας ενός μιας πρώτης ύλης φέτας και δεύτερον στις ζυγίσεις τελικών προϊόντων πριν και μετά την πλήρωση με υγρό πλήρωσης λάδι.

3.1 Δείκτης αξιολόγησης προμηθευτή α' υλών ως προς την μεταβλητότητα.

3.1.1 Διασπορά στις εφοδιαστικές αλυσίδες.

Στην εφοδιαστική αλυσίδα, η διασπορά είναι το μέτρο που δείχνει πόσο "απλωμένες" είναι οι τιμές μιας παραμέτρου (π.χ. συγκέντρωση συστατικών).

Χαμηλή διασπορά: Σημαίνει ότι τα ποιοτικά χαρακτηριστικά είναι σταθερά και κοντά στον στόχο. Όπως επίσης και ελαχιστοποίηση των παρεμβάσεων ώστε να καταστεί κατάλληλο για την παραγωγή, καταλήγοντας στην ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής.

Υψηλή διασπορά: Σημαίνει ότι υπάρχει μεγάλη αστάθεια, γεγονός που καθιστά τον προγραμματισμό της παραγωγής δυσκολότερο ως προς τους χρόνους αλλά και τους πόρους που θα απαιτηθούν.

Η μεταβλητότητα της ποιότητας των α' υλών εισάγει και στα περαιτέρω στάδια μεταβλητότητα. Έτσι μια α' ύλη με ασταθείς τιμές pH, θέλει αναλυτικό έλεγχο (κάθε συσκευασία) και ρύθμιση (επέμβαση από την το τμήμα προετοιμασίας) το οποίο αφορά κόστος εργασία, κόστος υλικών για ρύθμιση αλλά και επιπλέον χρόνου. Έτσι λοιπόν μια μικρή διασπορά στην ποιότητα μιας πρώτης ύλης (συγκεντρώσεις παραμέτρων) τείνει να μεγεθύνεται μέχρι την φόρτωση τελικού προϊόντος με ότι αυτό συνεπάγεται κατά περίπτωση. Έτσι η μέτρηση της διασποράς μέσω του Συντελεστή Μεταβολής (CV) για τις παραμέτρους του pH και της αλατότητας των δειγμάτων τυριού είναι ένα εργαλείο για την ποιοτική αξιολόγηση του προμηθευτή.

3.1.2 Ορισμός δείκτη αξιολόγησης μέσω του συντελεστή μεταβλητότητας.

Ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV), όπως αναφέρεται και στο προηγούμενο κεφάλαιο, ορίζεται ως το πηλίκο της τυπικής απόκλισης (s) με το μέσο όρο (\bar{x}) του δείγματος και συνήθως παρουσιάζεται ποσοστιαία επί τοις εκατό (%). Η σχέση είναι:

$$CV = \left(\frac{s}{\bar{x}}\right) \cdot 100\%$$

Στην ανάλυση που πραγματοποιείται ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) περιγράφει τη διασπορά των μετρήσεων των α' υλών, δηλαδή pH και αλατότητα (salinity).

Για να συγκριθεί η μεταβλητότητα των παραμέτρων που αναφέρονται (pH, αλατότητα) επιλέγεται ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) και όχι τυπική απόκλιση (s) ως ένα ακόμη μέτρο διασποράς. Αυτό εξυπηρετεί διότι ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) είναι καθαρός αριθμός χωρίς διαστάσεις ενώ η τυπική απόκλιση (s) έχει τις μονάδες της παραμέτρου που εξετάζεται. Έτσι με δεδομένο ότι το pH είναι ο αρνητικός δεκαδικός λογάριθμος της συγκέντρωσης υδρογονοκατιόντων (H^+), δηλαδή $-\log[H^+]$ ενώ η αλατότητα είναι η συγκέντρωση χλωριούχου νατρίου στο δείγμα, δηλαδή $[NaCl]$. Οι κλίμακες των παραμέτρων είναι διαφορετικές. Έτσι λοιπόν ο CV επιτρέπει τη σύγκριση ανομοιογενών δεδομένων όπως pH και αλατότητα.

Η χρήση λοιπόν του συντελεστή μεταβλητότητας (CV) θα γίνει σε δύο παραμέτρους, το pH (CV_{pH}) και την αλατότητα (CV_{sal}) και σε δύο επίπεδα CV_{within} εντός μιας παρτίδας παραλαβής και $CV_{between}$ μεταξύ των παρτίδων από τον ίδιο προμηθευτή. Το CV_{within} αντικατοπτρίζει την ομοιογένεια του προϊόντος μέσα στην ίδια παρτίδα. Υψηλό CV εδώ σημαίνει ότι το προϊόν δεν είναι ομοιόμορφο. Το $CV_{between}$ αντικατοπτρίζει τη συνέπεια του προμηθευτή στο χρόνο. Είναι ο κρισιμότερος δείκτης για τον προγραμματισμό της παραγωγής, καθώς δείχνει αν ο προμηθευτής είναι "προβλέψιμος".

Έτσι αφού υπολογιστεί για κάθε προμηθευτή, για κάθε παράμετρο, σε κάθε επίπεδο, εντός παρτίδας και μεταξύ παρτίδων ο συντελεστής μεταβλητότητας

- $CV_{sal,within,supplX}$

- $CV_{sal,between,supplX}$
- $CV_{pH,within,supplX}$
- $CV_{pH,between,supplX}$

Στη συνέχεια θα υπολογιστεί ο συνολικός συντελεστής μεταβλητότητας παραμέτρου για κάθε προμηθευτή ($CV_{sal,total,supplX}$ και $CV_{pH,total,supplX}$) με χρήση των τύπων:

$$CV_{sal,total,supplX} = \sqrt{CV_{sal,within,supplX}^2 + CV_{sal,between,supplX}^2}$$

$$CV_{pH,total,supplX} = \sqrt{CV_{pH,within,supplX}^2 + CV_{pH,between,supplX}^2}$$

Χρησιμοποιήθηκε αυτή η σχέση και όχι ο απλός μέσος όρος διότι τα σφάλματα (ή οι μεταβλητότητες) δεν προστίθενται γραμμικά, αλλά ως τετράγωνα. Ο τύπος αυτός αναγνωρίζει ότι η «εντός» (within) και η «μεταξύ» (between) μεταβλητότητα δρουν σωρευτικά. Ο απλός μέσος όρος των CV θα υπέθετε ότι η μεταβλητότητα "εντός" της ομάδας CV_{within} και η μεταβλητότητα "μεταξύ" των ομάδων $CV_{between}$ έχουν το ίδιο βάρος και συμπεριφέρονται γραμμικά. Στην πραγματικότητα, οι αποκλίσεις προστίθενται ως τετράγωνα (βάσει της αρχής προσθετικότητας των διακυμάνσεων)

Στο τέλος για τον υπολογισμό του τελικού δείκτη μεταβλητότητας ($CV_{Final,supplierX}$) θα χρησιμοποιηθεί η σχέση:

$$CV_{Final,SupplierX} = \sqrt{w_{sal} \cdot CV_{sal,total}^2 + w_{pH} \cdot CV_{pH,total}^2}$$

Όπου έχουν συμπεριληφθεί και οι συντελεστές βαρύτητας ανά παράμετρο, με συντελεστή βαρύτητας που ορίζεται $w_{pH} = 70\%$ για το pH και $w_{sal} = 30\%$ την αλατότητα, επειδή το pH ως παράμετρος είναι κρισιμότερη από την αλατότητα για την ασφάλεια κατά την αποθήκευση αλλά και παραγωγή.

Χρησιμοποιείται ο δείκτης RMS με συντελεστές βαρύτητας ορίζεται $w_{pH} = 70\%$ για το pH και $w_{sal} = 30\%$ την αλατότητα, επειδή το pH ως παράμετρος είναι κρισιμότερη από την αλατότητα για την ασφάλεια κατά την αποθήκευση αλλά και παραγωγή. Έτσι αντί για απλό μέσο όρο, επιλέχθηκε η τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων. Αυτό διασφαλίζει ότι οι μεταβλητότητες εντός (within) και μεταξύ (between) των μετρήσεων αντιμετωπίζονται ως διανυσματικά μεγέθη, αποτρέποντας

την υποτίμηση του συνολικού σφάλματος. Ο δείκτης αυτός είναι πιο αυστηρός, καθώς αναδεικνύει τους προμηθευτές που παρουσιάζουν έστω και μία μεγάλη απόκλιση σε μία από τις δύο παραμέτρους, κάτι που ένας απλός μέσος όρος θα έκρυβε. Η χρήση της τετραγωνικής ρίζας του αθροίσματος των τετραγώνων για τον υπολογισμό του τελικού δείκτη βασίζεται στον Νόμο Μετάδοσης των Σφαλμάτων (Law of Propagation of Uncertainty), όπως ορίζεται στον διεθνή οδηγό JCGM 100:2008 (GUM). Σύμφωνα με τη στατιστική αρχή της προσθετικότητας των διακυμάνσεων (Miller & Miller, 2018), όταν οι πηγές μεταβλητότητας είναι ανεξάρτητες (εντός και μεταξύ μετρήσεων), η συνολική αβεβαιότητα προκύπτει από τη γεωμετρική και όχι την αριθμητική άθροιση των επιμέρους συντελεστών.

Έτσι λοιπόν προκύπτει για κάθε προμηθευτή ο τελικός δείκτης μεταβλητότητας όπου ο χαμηλότερος είναι ο επιθυμητός και οι προμηθευτές κατά την αξιολόγηση κατατάσσονται με βάση αυτόν κατά αύξουσα σειρά.

3.1.3 Αποτελέσματα τιμών συντελεστή μεταβλητότητας – σχολιασμός.

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της στατιστικής επεξεργασίας των δεδομένων αλατότητας (salinity) και pH για τους έξι προμηθευτές τυριού. Η αξιολόγηση της σταθερότητας και της ομοιογένειας των προϊόντων βασίστηκε στον Συντελεστή Μεταβλητότητας (Coefficient of Variation - CV), διακρίνοντας τη μεταβλητότητα εντός της ίδιας παραλαβής (within) και μεταξύ διαφορετικών παραλαβών (between). Έπειτα από εφαρμογή των σχέσεων που αναφέρονται στην προηγούμενη παράγραφο προκύπτει ο παρακάτω πίνακας με τα αποτελέσματα για τους συντελεστές μεταβλητότητας.

Προμηθευτής	Αριθ. παραλαβών	CV_sal within Mean	CV_sal between Mean	CV_sal total	CV_pH within Mean	CV_pH between Mean	CV_pH total	Cv final	Rank final
Προμ. 4	18	10,600	10,340	14,808	0,989	1,692	1,960	2,411	1
Προμ. 1	61	10,670	12,684	16,575	2,073	2,922	3,582	2,735	2
Προμ. 2	16	11,630	12,676	17,203	2,518	3,016	3,929	2,813	3
Προμ. 3	64	10,080	16,019	18,926	2,243	4,645	5,158	3,048	4
Προμ. 5	50	14,570	19,687	24,492	1,332	4,235	4,440	3,233	5
Προμ. 6	13	8,070	39,337	40,156	1,990	5,732	6,067	4,037	6

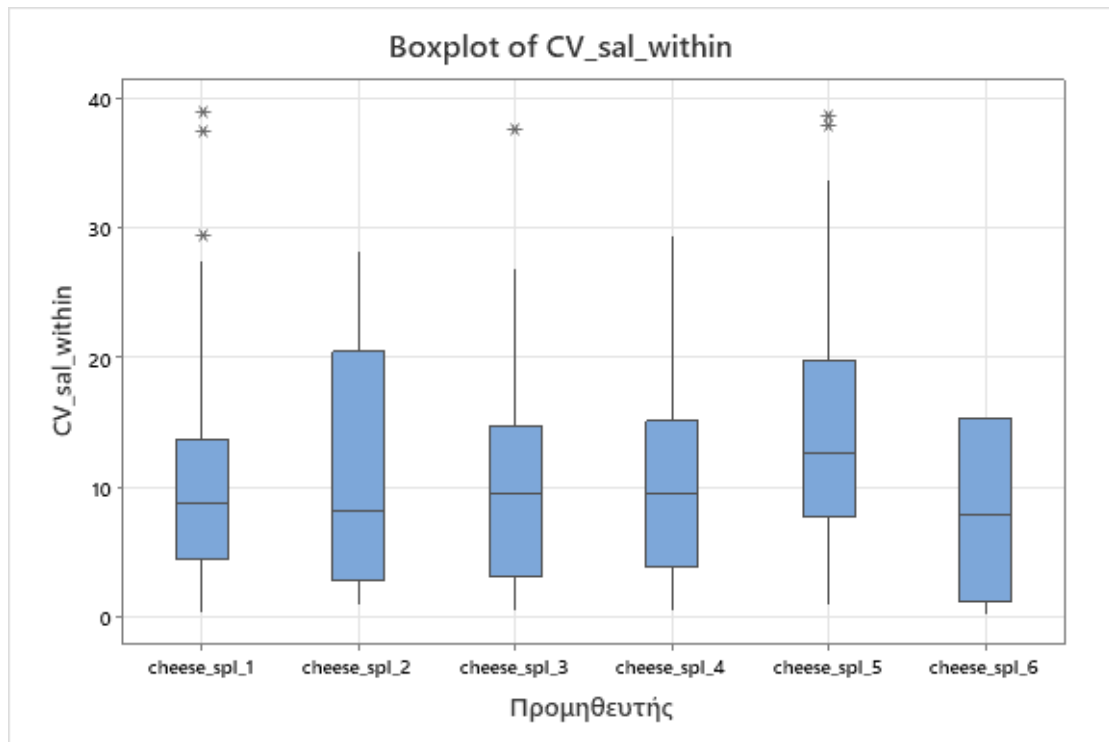
Πίνακας 3-1 Συγκεντρωτικός πίνακας αναλύσεων CV ανά προμηθευτή

Βάσει του τελικού δείκτη αξιολόγησης (CV final) και της αντίστοιχης κατάταξης (Rank final), παρατηρούνται σημαντικές διαφοροποιήσεις ως προς την αξιοπιστία των προμηθευτών (Πίνακας 3-1)

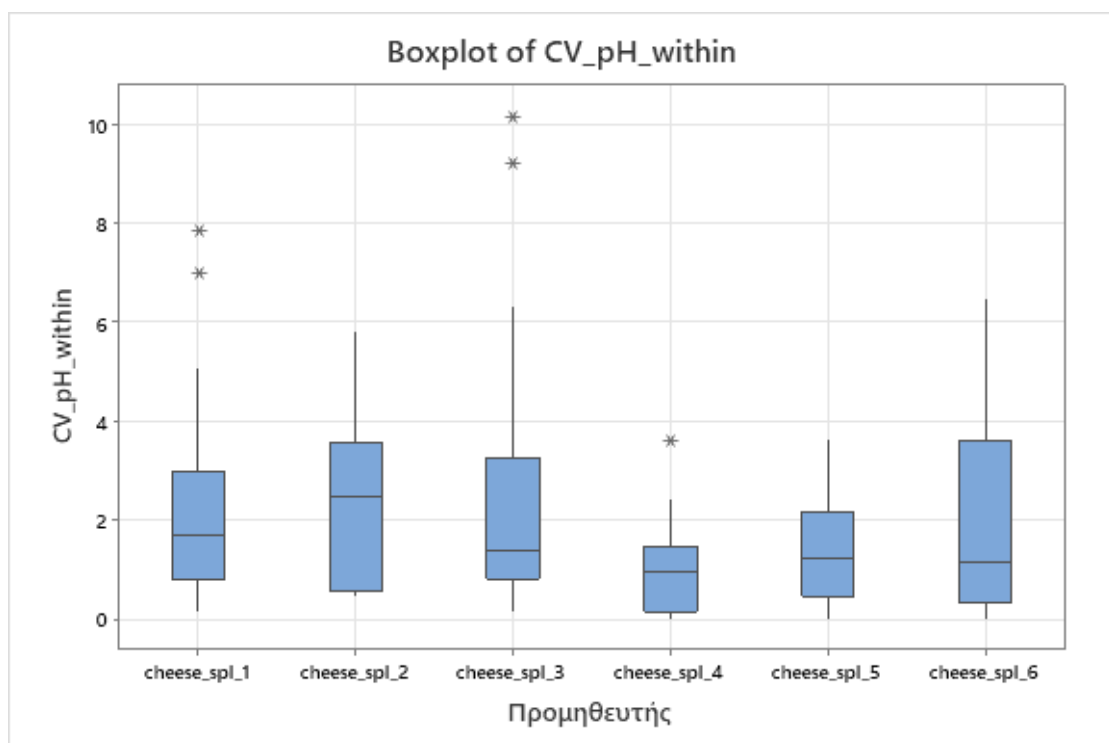
Κορυφαία Απόδοση: Ο Προμηθευτής 4 αναδεικνύεται ως ο πλέον αξιόπιστος, καταλαμβάνοντας την 1η θέση με $CV_{final,Suppl4} = 2,411$. Η υπεροχή του οφείλεται κυρίως στην χαμηλή μεταβλητότητα του pH ($CV_{pH,total,Suppl4} = 1,960$), το οποίο παρουσιάζει τη μικρότερη διακύμανση.

Χαμηλότερη Απόδοση: Ο Προμηθευτής 6 κατατάσσεται στην τελευταία θέση $CV_{pH,total,Suppl6} = 4,037$. Παρά το γεγονός ότι παρουσιάζει τον χαμηλότερο μέσο συντελεστή μεταβλητότητας αλατότητας εντός της παραλαβής ($CV_{sal,total,Suppl6} = 8,070$), εμφανίζει μια εξαιρετικά υψηλή μεταβλητότητα μεταξύ των παραλαβών ($CV_{sal,between,Suppl6} = 39,337$), γεγονός που υποδηλώνει έλλειψη επαναληψιμότητας στην παραγωγική διαδικασία.

Για την παρουσίαση των συντελεστών μεταβλητότητας εντός παραλαβής κατασκευάστηκαν και τα παρακάτω θηκογράμματα.



Σχήμα 3-1 Θηκόγραμμα συντελεστή μεταβλητότητας της αλατότητας δειγμάτων εντός παραλαβής (within).



Σχήμα 3-2 Θηκόγραμμα συντελεστή μεταβλητότητας της pH δειγμάτων εντός παραλαβής (within).

Ανάλυση Μεταβλητότητας Αλατότητας (CV sal)

Η αλατότητα αποτελεί την παράμετρο με τις υψηλότερες τιμές μεταβλητότητας σε σχέση με το pH για το σύνολο των προμηθευτών.

Εντός παραλαβής (Within): Το θηκόγραμμα (Σχήμα 3-1) αποκαλύπτει ότι οι Προμηθευτές 1, 3 και 5 παρουσιάζουν αρκετές ακραίες τιμές (outliers). Αυτό υποδηλώνει ότι περιστασιακά παραδίδουν παρτίδες με πολύ χαμηλή ομοιογένεια αλατότητας.

Μεταξύ παραλαβών (Between): Οι Προμηθευτές 5 και 6 παρουσιάζουν τις μεγαλύτερες προκλήσεις στη διατήρηση σταθερών επιπέδων αλατότητας σε βάθος χρόνου, με τιμές $CV_{sal,between,Suppl5} = 19,687$ και $CV_{sal,between,Suppl6} = 39,337$.

Ανάλυση Μεταβλητότητας pH (CV pH)

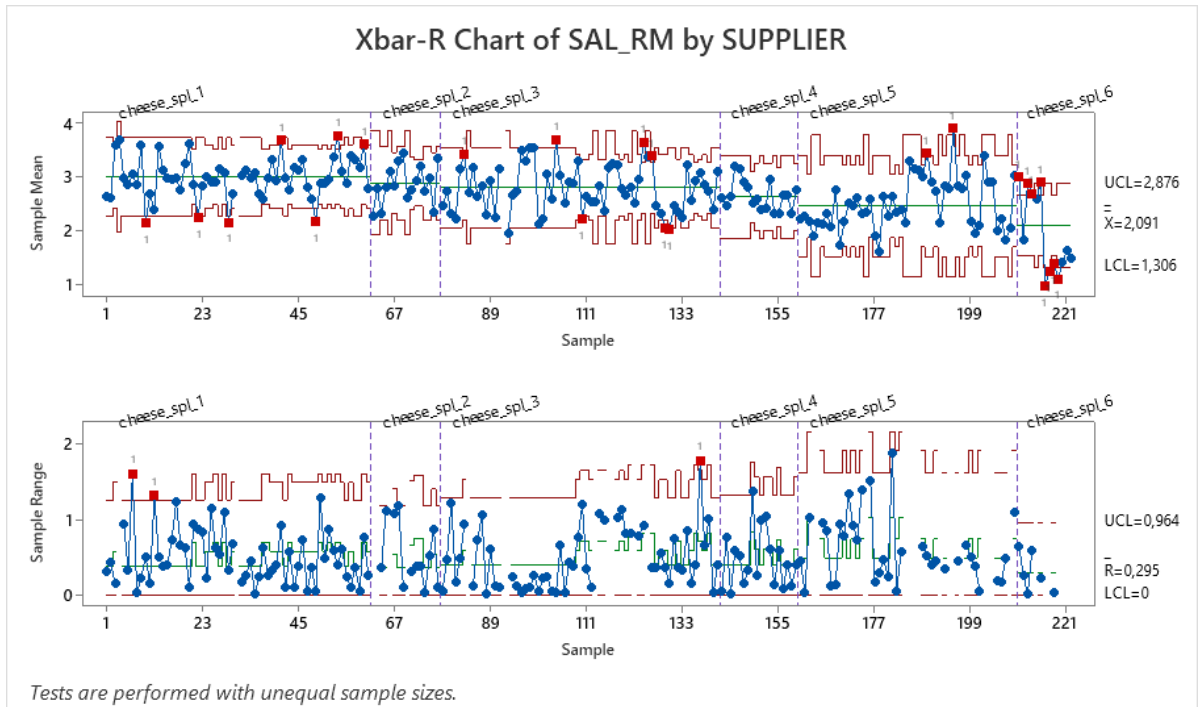
Το pH εμφανίζεται ως μια πιο ελεγχόμενη παράμετρος, με σημαντικά χαμηλότερους συντελεστές μεταβλητότητας.

Ομοιογένεια: Ο Προμηθευτής 4 επιδεικνύει την υψηλότερη σταθερότητα, με το θηκόγραμμα (Σχήμα 3-2 Θηκόγραμμα συντελεστή μεταβλητότητας της pH δειγμάτων εντός παραλαβής (within).) να δείχνει χαμηλή διάμεσο και περιορισμένο ενδοτεταρτημοριακό εύρος (IQR) χωρίς την παρουσία ακραίων τιμών.

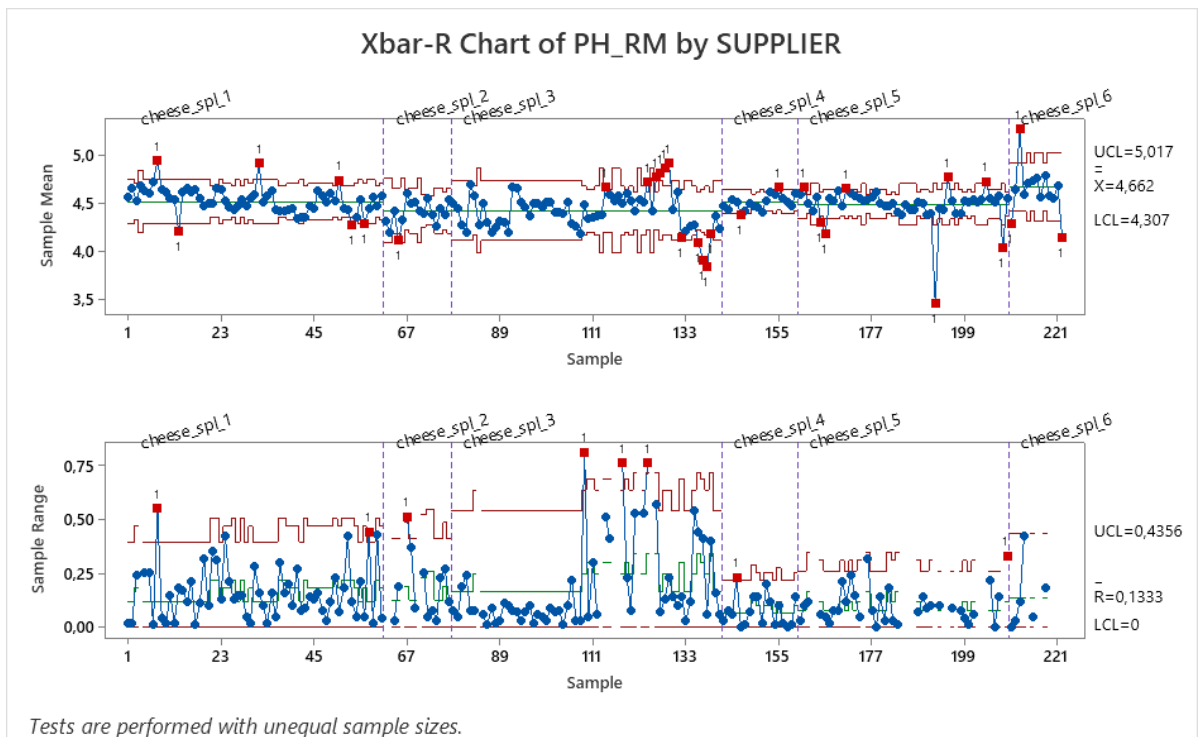
Αποκλίσεις: Αντιθέτως, ο Προμηθευτής 3 παρουσιάζει τις πιο ανησυχητικές ακραίες τιμές στο pH εντός των παραλαβών (τιμές άνω του 8 και 10), οι οποίες, σε συνδυασμό με το υψηλό $CV_{pH,between,Suppl3} = 4,645$, υποδεικνύουν σοβαρά ζητήματα για την ασφαλή αποθήκευση των προϊόντων.

Ανάλυση Διαγραμμάτων Ελέγχου Xbar-R

Για την περαιτέρω διερεύνηση της σταθερότητας των προμηθευτών, χρησιμοποιούνται τα διαγράμματα Xbar-R. Τα διαγράμματα αυτά επιτρέπουν τον εντοπισμό ειδικών αιτίων μεταβλητότητας δηλαδή αποκλίσεων που δεν οφείλονται στην τυχαία φύση της διαδικασίας αλλά σε συγκεκριμένα προβλήματα παραγωγής



Σχήμα 3-3 Διάγραμμα ελέγχου Xbar-R αλατότητας



Σχήμα 3-4 Διάγραμμα ελέγχου Xbar-R pH

Διαγραμμάτων Ελέγχου \bar{X} -R αλατότητας

Ανάλυση του Διαγράμματος Μέσων (\bar{X})(Σχήμα 3-3)

Εκτός Ελέγχου Σημεία (Red Flags): Υπάρχει μεγάλος αριθμός σημείων που παραβιάζουν τα όρια (σημεία εκτός των ορίων ελέγχου 3σ). Αυτό υποδηλώνει ότι η διαδικασία δεν είναι υπό στατιστικό έλεγχο.

Διαφοροποίηση Προμηθευτών: Είναι εμφανές ότι κάθε προμηθευτής έχει διαφορετική μέση τιμή, βλέπουμε ότι η μέση τιμή μετακινείται.

Ο $sp1_1$ και $sp1_3$ παρουσιάζουν αρκετές ανοδικές υπερβάσεις. Ο $sp1_6$ έχει τη χαμηλότερη μέση τιμή, αλλά στο τέλος των δειγμάτων του (περιοχή δείγματος 210-221) παρατηρούμε μια απότομη πτώση κάτω από το κάτω όριο ελέγχου (LCL).

Αστάθεια: Οι $sp1_1$, $sp1_3$ και $sp1_6$ εμφανίζουν αιχμές που υπερβαίνουν το UCL. Ιδιαίτερα η αιχμή στον $sp1_6$ στο τέλος του διαγράμματος είναι η υψηλότερη που καταγράφηκε, υποδεικνύοντας μια βίαιη αλλαγή στη σύσταση της πρώτης ύλης από τη μία παράδοση στην επόμενη.

Ανάλυση του Διαγράμματος Εύρους (R)(Σχήμα 3-3)

Το κάτω μέρος δείχνει τη μεταβλητότητα (διακύμανση) μέσα σε κάθε υποομάδα.

Το εύρος φαίνεται πιο σταθερό σε σχέση με τους μέσους όρους, αλλά και εδώ υπάρχουν παραβιάσεις (π.χ. στον $sp1_1$ και $sp1_3$). Αν το διάγραμμα εύρους (R) έχει πολλά σημεία εκτός ελέγχου, τότε η εκτίμηση της τυπικής απόκλισης της διαδικασίας είναι αναξιόπιστη, και κατά συνέπεια τα όρια στο διάγραμμα μέσων (\bar{X}) μπορεί να μην είναι έγκυρα.

Διαγραμμάτων Ελέγχου \bar{X} -R pH

Η παράμετρος του pH είναι κρίσιμη για την ασφάλεια και τα οργανοληπτικά χαρακτηριστικά του προϊόντος. Η ανάλυση μέσω διαγράμματος ελέγχου \bar{X} -R επιτρέπει την αξιολόγηση της ικανότητας των προμηθευτών να ελέγχουν τη διαδικασία οξίνισης. Διακρίνονται τα δύο διαγράμματα και σχολιάζονται ανά περίπτωση προμηθευτή:

Ανάλυση του Διαγράμματος Μέσων (\bar{X}) (Σχήμα 3-4)

Προμηθευτής 1 και 2 (cheese_spl_1 & 2): Παρουσιάζουν κάποια μεμονωμένα σημεία εκτός ορίων, αλλά η διαδικασία φαίνεται σχετικά συγκεντρωμένη γύρω από τη μέση τιμή.

Προμηθευτής 3 (cheese_spl_3): Στο τέλος της περιόδου αυτού του προμηθευτή (δείγματα 125-140), παρατηρούμε μια κατάρρευση. Υπάρχει μια έντονη πτωτική τάση και πολλά συνεχόμενα σημεία εκτός ορίων. Αυτό υποδηλώνει μια ειδική αιτία που επηρέασε το pH συστηματικά (π.χ. αλλαγή στη ζύμωση, θερμοκρασία ή κακή παρτίδα).

Προμηθευτής 5 (cheese_spl_5): Εδώ έχουμε μια ακραία τιμή (outlier) κοντά στο δείγμα 193, όπου το pH πέφτει στο 3,5 περίπου. Αυτό είναι μια πολύ μεγάλη απόκλιση που απαιτεί άμεση διερεύνηση (ίσως σφάλμα μέτρησης ή σοβαρό ποιοτικό πρόβλημα). Αυτό το σημείο είναι στατιστικά “αδύνατο” να συμβεί από τυχαία διακύμανση. Επειδή το pH είναι λογαριθμική κλίμακα, μια πτώση από το 4,6 στο 3,5 σημαίνει ότι το συγκεκριμένο δείγμα ήταν πάνω από 10 φορές πιο όξινο από τον μέσο όρο.

Προμηθευτής 6 (cheese_spl_6): Αυτός ο προμηθευτής ξεκινά με **πολύ υψηλές τιμές** (πάνω από το άνω όριο ελέγχου - UCL) και στη συνέχεια παρουσιάζει μια συνεχή πτωτική πορεία, καταλήγοντας κάτω από το LCL στο τέλος του διαγράμματος. Αυτό δείχνει μια **συστηματική τάση (trend)** και όχι ένα μεμονωμένο

Ανάλυση του Διαγράμματος Εύρους (R) (Σχήμα 3-4)

Το διάγραμμα μας δείχνει αν η μεταβλητότητα μέσα στην ίδια την υποομάδα είναι σταθερή. Στον Προμηθευτή 3 παρατηρείται ταυτόχρονα με την πτώση του μέσου όρου, μεγάλες κορυφές στο εύρος. Αυτό σημαίνει ότι οι μετρήσεις μέσα στην ίδια παρτίδα/υποομάδα είχαν τεράστιες διαφορές μεταξύ τους. Σταθερότητα στους προμηθευτές (4, 5) φαίνεται να έχουν πιο ελεγχόμενο εύρος, δηλαδή οι μετρήσεις τους είναι επαναλήψιμες, έστω και αν ο μέσος όρος τους ξεφεύγει ελαφρώς

3.2 Αναλύσεις ζυγίσεων τελικών προϊόντων

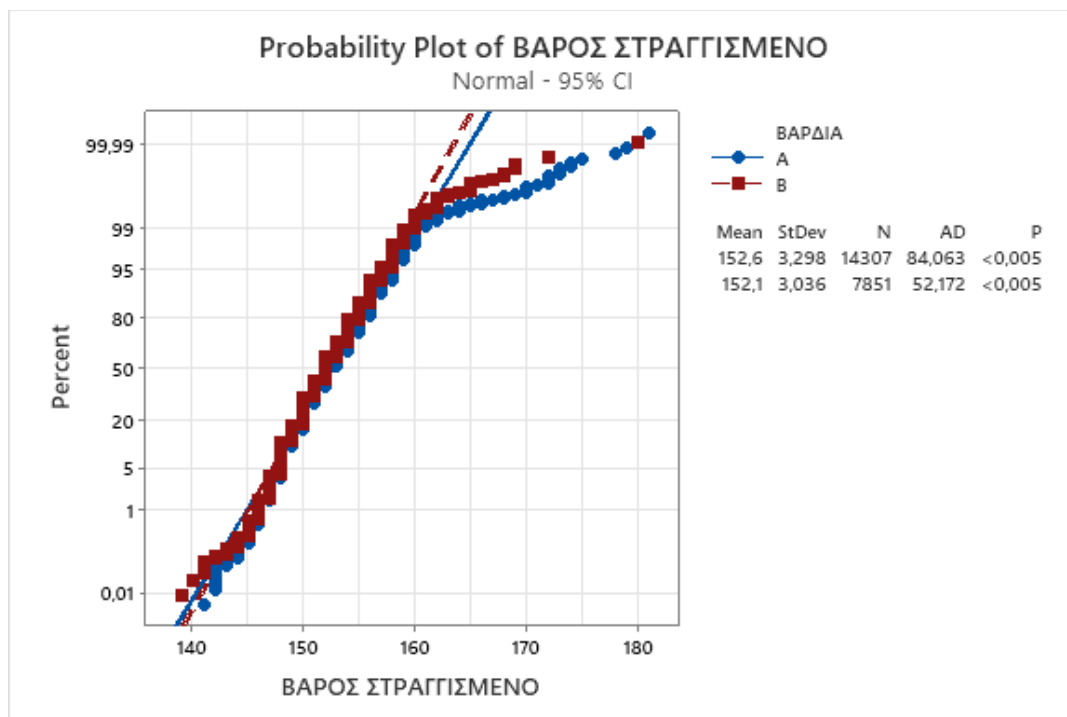
Για τις αναλύσεις των ζυγίσεων θα χρησιμοποιηθούν διάφορες εξισώσεις και αναλύσεις που βασίζονται στην ύπαρξη κανονικότητας των παρατηρήσεων των μεταβλητών της κάθε περίπτωσης. Έτσι λοιπόν αρχικά θα γίνει ο έλεγχος

κανονικότητας για τα δεδομένα ζυγίσεων στραγγισμένου και καθαρού βάρους τελικού προϊόντος.

3.2.1 Έλεγχος κανονικότητας

Για το στραγγισμένο βάρος Α' και Β' βάρδια

Παρακάτω (Σχήμα 3-5) παρατίθεται το διάγραμμα πιθανότητας για την εκτίμηση κατά πόσο τα διαθέσιμα δεδομένα ακολουθούν την κανονική κατανομή.



Σχήμα 3-5 Διάγραμμα πιθανότητας κανονικής κατανομής στραγγισμένου βάρους Α' και Β' βάρδια

Παρατηρείται ότι $P - Value_A < 0.005$ κάτι που αρχικά οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δεν ακολουθείται η κανονική κατανομή. Μία ακόμη παρατήρηση είναι ότι το μέγεθος των επιμέρους δειγμάτων είναι $N_A = 14307$, και $N_B = 7851$ ένα αρκετά μεγάλο. Όταν αναλύονται τόσο μεγάλα δείγματα, οι παραδοσιακοί στατιστικοί έλεγχοι υποθέσεων για την κανονικότητα, όπως ο έλεγχος Anderson-Darling και Kolmogorov-Smirnov, κρίθηκαν ακατάλληλοι. Όπως επισημαίνουν οι **Ghasemi & Zahediasl (2012)**, σε πολύ μεγάλα δείγματα οι έλεγχοι αυτοί παρουσιάζουν υπερβολική ισχύ, με αποτέλεσμα να απορρίπτονται τη μηδενική υπόθεση της κανονικότητας ακόμα και για αμελητέες αποκλίσεις που δεν επηρεάζουν την εγκυρότητα των παραμετρικών αναλύσεων. Έτσι για τον λόγο αυτό, η αξιολόγηση της κανονικότητας βασίστηκε στην εξέταση των

απόλυτων τιμών των συντελεστών Ασυμμετρίας (Skewness) και Κύρτωσης (Kurtosis). Σύμφωνα με τον Kim (2013), για δείγματα αυτού του μεγέθους, η κατανομή θεωρείται ότι προσεγγίζει την κανονική όταν η απόλυτη τιμή της Ασυμμετρίας είναι μικρότερη του 2 και της Κύρτωσης μικρότερη του 7. Επιπλέον, υιοθετήθηκαν τα κριτήρια του **Kline (2016)**, ο οποίος ορίζει ως αποδεκτά όρια για τη χρήση παραμετρικών ελέγχων (όπως η ANOVA και η Ανάλυση Ικανότητας) τιμές έως 3 για την Ασυμμετρία και έως 10 για την Κύρτωση. Για τον λόγο αυτό, η χρήση των συντελεστών Ασυμμετρίας (Skewness) και Κύρτωσης (Kurtosis) θεωρείται η πλέον ενδεδειγμένη προσέγγιση.

Έτσι από τα περιγραφικά στατιστικά του παρακάτω πίνακα προκύπτει ότι μπορεί να θεωρηθεί κανονική η κατανομή των ζυγίσεων για Α' και Β' βάρδια αφού $Skewness_A = |0,69| < 3$ και $Skewness_B = |0,47| < 3$

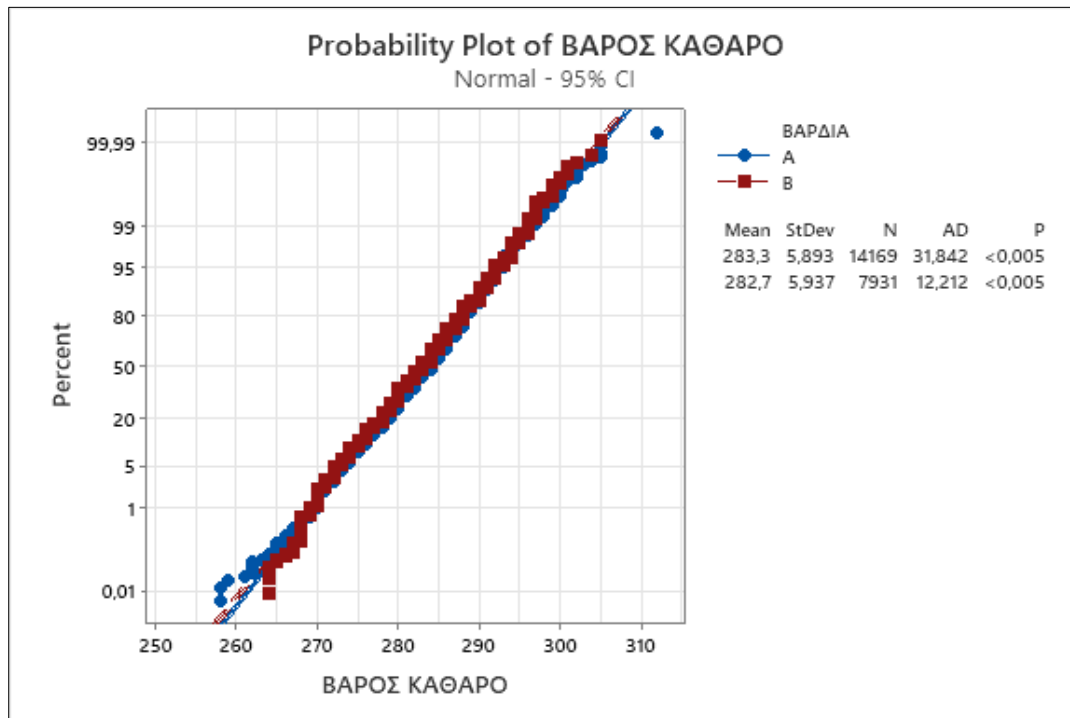
$Kurtosis_A = |2,61| < 10$ και $Kurtosis_B = |1,67| < 10$

Statistics									
Variable	ΒΑΡΔΙΑ	Total Count	Mean	SE Mean	TrMean	StDev	CoefVar	Minimum	
ΒΑΡΟΣ ΣΤΡΑΓΓΙΣΜΕΝΟ	A	14307	152,61	0,0276	152,53	3,30	2,16	141,00	
	B	7851	152,13	0,0343	152,06	3,04	2,00	139,00	
Variable	ΒΑΡΔΙΑ	Median	Range	Mode	N for Mode	Skewness	Kurtosis		
ΒΑΡΟΣ ΣΤΡΑΓΓΙΣΜΕΝΟ	A	152,00	40,00	152	1921	0,69	2,61		
	B	152,00	41,00	152	1198	0,47	1,67		

Πίνακας 3-2 Περιγραφικά στατιστικά για την μεταβλητή στραγγισμένο βάρος Α' και Β' βάρδια

Για το καθαρό βάρος

Παρακάτω (Σχήμα 3-6) παρατίθεται το διάγραμμα πιθανότητας για την εκτίμηση κατά πόσο τα διαθέσιμα για το καθαρό βάρος της Α' και Β' βάρδιας δεδομένα, ακολουθούν την κανονική κατανομή.



Σχήμα 3-6 Διάγραμμα πιθανότητας κανονικής κατανομής καθαρού βάρους Α' και Β' βάρδια

Και εδώ παρατηρείται ότι $P - Value_A < 0.005$ και $P - Value_B < 0.005$ κάτι που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δεν ακολουθείται η κανονική κατανομή. Σύμφωνα με τα παραπάνω θα γίνει έλεγχος και στον πίνακα με τα περιγραφικά στατιστικά που παρατίθεται παρακάτω.

Statistics									
Variable	ΒΑΡΔΙΑ	Total Count	Mean	SE Mean	TrMean	StDev	CoefVar	Minimum	Median
ΒΑΡΟΣ ΚΑΘΑΡΟ	A	14169	283,35	0,0495	283,42	5,89	2,08	258,00	284,00
	B	7931	282,70	0,0667	282,72	5,94	2,10	264,00	283,00
Variable	ΒΑΡΔΙΑ	Range	Mode	N for Mode	Skewness	Kurtosis			
ΒΑΡΟΣ ΚΑΘΑΡΟ	A	54,00	284	1087	-0,20	0,06			
	B	41,00	280	655	-0,05	-0,21			

Πίνακας 3-3 Περιγραφικά στατιστικά για την μεταβλητή καθαρό βάρος Α' και Β' βάρδια

Έτσι κι εδώ από τα περιγραφικά στατιστικά του παραπάνω Πίνακας 3-3 προκύπτει ότι μπορεί να θεωρηθεί κανονική η κατανομή των ζυγίσεων κανονική αφού $Skewness_A = |-0,20| < 3$ και $Skewness_B = |-0,05| < 3$

$Kurtosis_A = |0,06| < 10$ και $Kurtosis_B = |-0,21| < 10$.

Οι τιμές μάλιστα είναι αρκετά κοντά στο μηδέν που αυτό ενισχύει τη θεώρηση της κανονικότητας.

3.2.2 Ομοιογένεια των Διακυμάνσεων

Μία από τις προϋποθέσεις για που πρέπει να ισχύει για να είναι αξιόπιστη η ανάλυση διακύμανσης (ANOVA) είναι οι διακυμάνσεις των ανεξάρτητων για κάθε παράμετρο, δηλαδή στραγγισμένο βάρος και καθαρό βάρος σε κάθε περίπτωση, Α' και Β' βάρδια, να είναι περίπου ίσες μεταξύ τους μεταξύ τους.

Επειδή έχουμε 2 μεταβλητές για κάθε περίπτωση θα γίνει η χρήση του Test for Equal Variances στο MINITAB

Για το στραγγισμένο βάρος

H_0 : Μηδενική υπόθεση ισότητα τυπικής απόκλισης Α και Β βάρδιας

H_1 : Εναλλακτική υπόθεση τυπικής απόκλισης Α \neq τυπικής απόκλισης Β

DRAINED_ALL

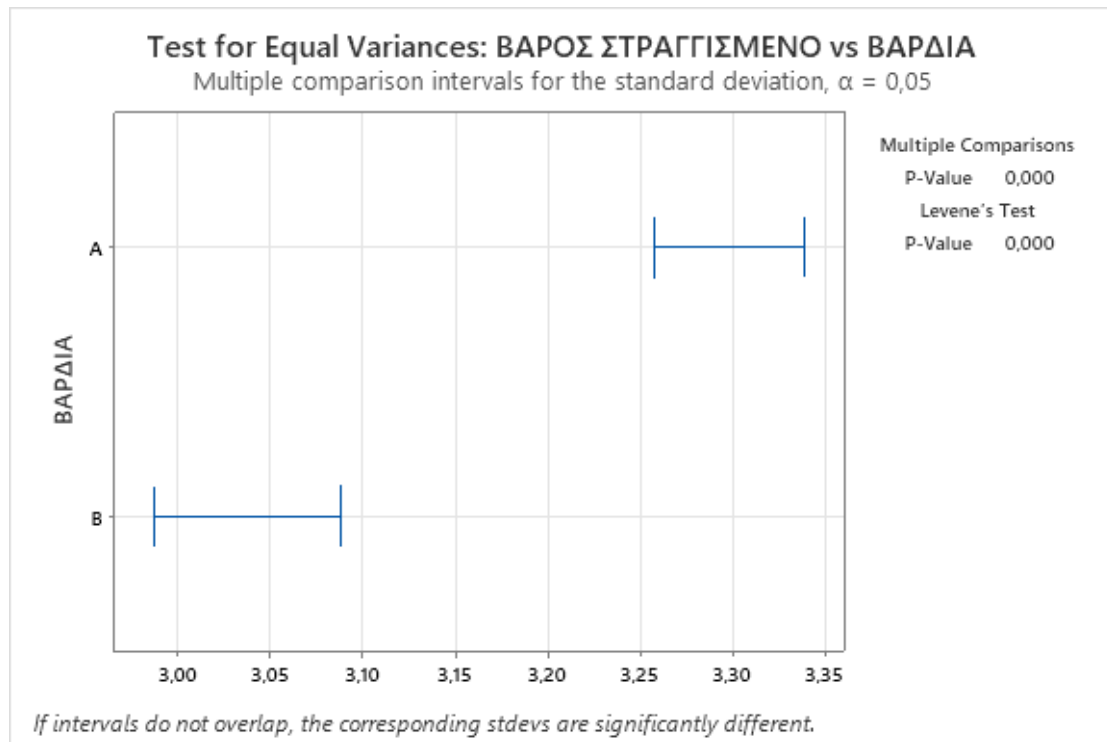
Test for Equal Variances: ΒΑΡΟΣ ΣΤΡΑΓΓΙΣΜΕΝΟ versus ΒΑΡΔΙΑ

Method

Null hypothesis	All variances are equal
Alternative hypothesis	At least one variance is different
Significance level	$\alpha = 0,05$

Tests

Method	Test	
	Statistic	P-Value
Multiple comparisons	—	0,000
Levene	57,19	0,000



Σχήμα 3-7 Τεστ ομοιογένειας των διακυμάνσεων στραγγισμένου Α' και Β' βάρδια

Παρατηρούμε ότι

$P - Value (Multiple Comparisons) = 0,000$ και

$P - Value (Levene's Test) = 0,000$

Και στα δύο τεστ, το $P - Value = 0,000$ εφόσον το $P < 0,05$ (το επίπεδο σημαντικότητας α), **απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση.**

Συμπέρασμα: Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις διακυμάνσεις. **Δεν έχουμε ομοιογένεια διακύμανσης για το στραγγισμένο βάρος μεταξύ Α' και Β' βάρδιας.**

Για το καθαρό βάρος

H_0 : Μηδενική υπόθεση ισότητα τυπικής απόκλισης A και B βάρδιας

H_1 : Εναλλακτική υπόθεση τυπικής απόκλισης $A \neq$ τυπικής απόκλισης B

NOMINAL_ALL

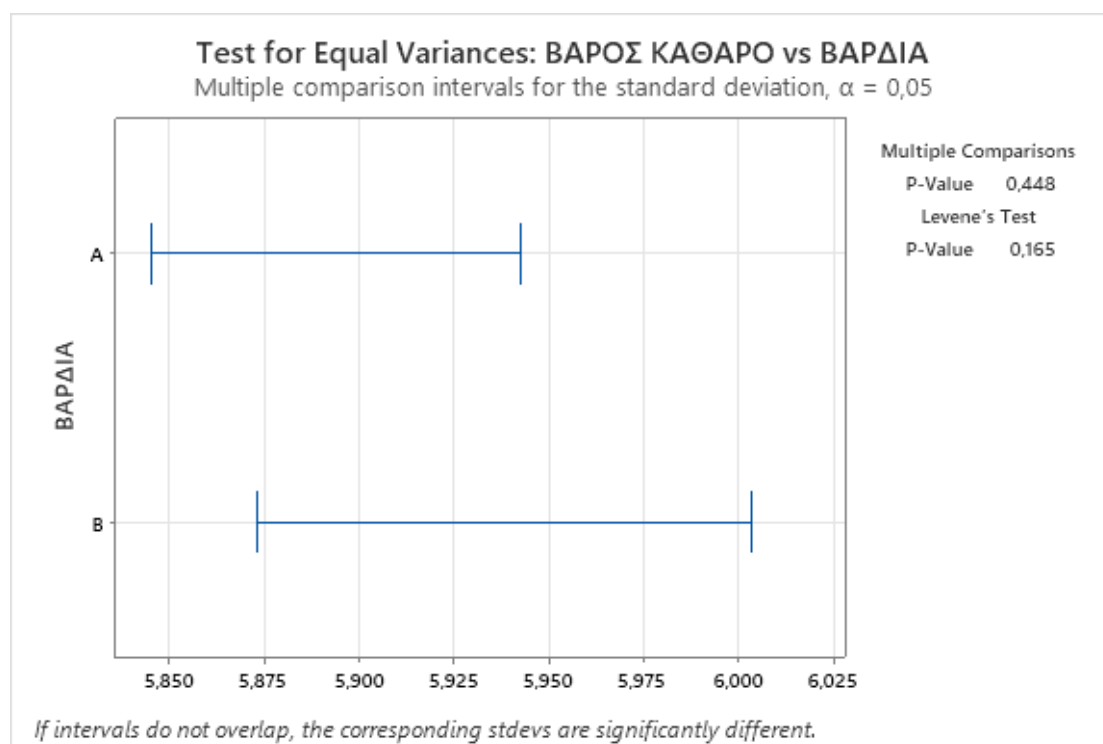
Test for Equal Variances: ΒΑΡΟΣ ΚΑΘΑΡΟ versus ΒΑΡΔΙΑ

Method

Null hypothesis	All variances are equal
Alternative hypothesis	At least one variance is different
Significance level	$\alpha = 0,05$

Tests

Method	Test	
	Statistic	P-Value
Multiple comparisons	—	0,448
Levene	1,93	0,165



Σχήμα 3-8 Τεστ ομοιογένειας των διακυμάνσεων στραγγισμένου Α' και Β' βάρδια

Παρατηρούμε ότι

$P - Value (Multiple Comparisons) = 0,448$ και

$P - Value (Levene's Test) = 0,165$

Και στα δύο τεστ, το $P - Value > 0,05$ (το επίπεδο σημαντικότητας α), **Απορρίπτεται η εναλλακτική υπόθεση.**

Συμπέρασμα: Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις διακυμάνσεις. Έχουμε ομοιογένεια διακυμάνσεων για καθαρό βάρος μεταξύ Α' και Β' βάρδιας.

3.2.3 Σύγκριση μέσων όρων ζυγίσεων Α' και Β' βάρδιας

Η ANOVA (Analysis of Variance - Ανάλυση Διακύμανσης) είναι μια από τις πιο θεμελιώδεις στατιστικές μεθόδους. Χρησιμοποιείται για να συγκρίνουμε τους μέσους όρους τριών ή περισσότερων ομάδων, ώστε να διαπιστώσουμε αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ τους. Για την ορθή χωρίς να μειώνεται η στατιστική ισχύς θα πρέπει να ελέγχονται 4 βασικές προϋποθέσεις:

1. Ανεξαρτησία των παρατηρήσεων, μεταξύ των ομάδων δείγματος κάθε μεταβλητής.
2. Κανονικότητα, η οποία αναλύθηκε και θεωρείται ότι στο [3.2.1](#) υπάρχει κανονικά για τις δυο μεταβλητές των ομάδων δείγματος
3. Ομοιογένεια διακυμάνσεων των μεταβλητών στις δύο ομάδες δειγμάτων. Για το στραγγισμένο βάρος [δεν ισχύει](#), ενώ για το καθαρό [επιβεβαιώθηκε](#).
4. Ο τύπος των δεδομένων, η εξαρτημένη πρέπει να είναι ποσοτική, στην περίπτωσή μας το βάρος, ενώ η ανεξάρτητη κατηγορική, στην περίπτωσή μας βάρδια.

Έτσι λοιπόν για τις 2 μεταβλητές ανά βάρδια έχουμε:

Σύγκριση μέσου όρου στραγγισμένου βάρους δύο βαρδιών

Επειδή για το στραγγισμένο βάρος δεν έχει ομοιογένεια διακυμάνσεων μεταξύ των δύο βαρδιών για τον έλεγχο μέσων όρων θα προχωρήσουμε σε 2-Sample t-test αποεπιλέγοντας την επιλογή *Assume equal variances*. Δηλαδή θα κάνουμε Welch's t-test. Έτσι έχουμε:

DRAINED_ALL

Two-Sample T-Test and CI: ΒΑΡΟΣ ΣΤΡΑΓΓΙΣΜΕΝΟ; ΒΑΡΔΙΑ

Method

μ_1 : population mean of ΒΑΡΟΣ ΣΤΡΑΓΓΙΣΜΕΝΟ when ΒΑΡΔΙΑ = A
 μ_2 : population mean of ΒΑΡΟΣ ΣΤΡΑΓΓΙΣΜΕΝΟ when ΒΑΡΔΙΑ = B
 Difference: $\mu_1 - \mu_2$

Equal variances are not assumed for this analysis.

Descriptive Statistics: ΒΑΡΟΣ ΣΤΡΑΓΓΙΣΜΕΝΟ

ΒΑΡΔΙΑ	N	Mean	StDev	SE Mean
A	14307	152,61	3,30	0,028
B	7851	152,13	3,04	0,034

Estimation for Difference

Difference	95% CI for Difference
0,4861	(0,3999; 0,5723)

Test

Null hypothesis	$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
Alternative hypothesis	$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
T-Value	DF
11,05	17320
P-Value	0,000

Επειδή $P - Value < 0.05$ **απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση**, δηλαδή η διαφορά των μέσων όρων A και B βάρδια είναι στατιστικά σημαντική και δεν είναι τυχαία.

Βάρδια A: 152,61

Βάρδια B: 152,13

Η Βάρδια A έχει κατά μέσο όρο 0,48 g περισσότερο στραγγισμένο βάρος από τη Βάρδια B.

Σύγκριση μέσων όρων καθαρού βάρους δύο βαρδιών

Στο καθαρό βάρος ικανοποιούνται όλες οι προϋποθέσεις της ANOVA, όπως αναφέρεται προηγουμένως. Έτσι έχουμε:

NOMINAL_ALL

General Linear Model: ΒΑΡΟΣ ΚΑΘΑΡΟ versus ΒΑΡΔΙΑ

Method

Factor coding (1; 0)

Factor Information

Factor	Type	Levels	Values
ΒΑΡΔΙΑ	Fixed	2	A; B

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
ΒΑΡΔΙΑ	1	2139	2139,13	61,26	0,000
Error	22098	771596	34,92		
Total	22099	773735			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
5,90906	0,28%	0,27%	0,26%

Στην παραπάνω ανάλυση με την One-Way ANOVA εξετάζεται αν η βάρδια επηρεάζει το καθαρό βάρος. Με την τιμή $P - Value = 000 < 0,05$ απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση της ισότητας των δύο τιμών ανά βάρδια. Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στο καθαρό βάρος ανάμεσα στις δύο βάρδιες. Το $F - Value = 61,26$ δείχνει ότι η διακύμανση ανάμεσα στις βάρδιες είναι πολύ μεγαλύτερη από τη διακύμανση εντός των βαρδιών, όσο μεγαλύτερο το F τόσο πιο ξεκάθαρη η διαφορά. Επίσης παρατηρείται και το $R - sq = 0.28\%$ κάτι το οποίο σημαίνει ότι μόνο 0,28% της μεταβλητότητας του βάρους οφείλεται στη βάρδια το υπόλοιπο 99,72% οφείλεται σε άλλους παράγοντες (λογικό διότι το γέμισμα των βάζων γίνεται στο χέρι). Δηλαδή η διαφορά υπάρχει αλλά είναι μικρή στην πράξη.

Με την μέθοδο Tukey θα προσδιοριστεί το μέγεθος της διαφοράς.

NOMINAL_ALL

5 Comparisons for ΒΑΡΟΣ ΚΑΘΑΡΟ

Tukey Pairwise Comparisons: ΒΑΡΔΙΑ

Grouping Information Using the Tukey Method and 95% Confidence

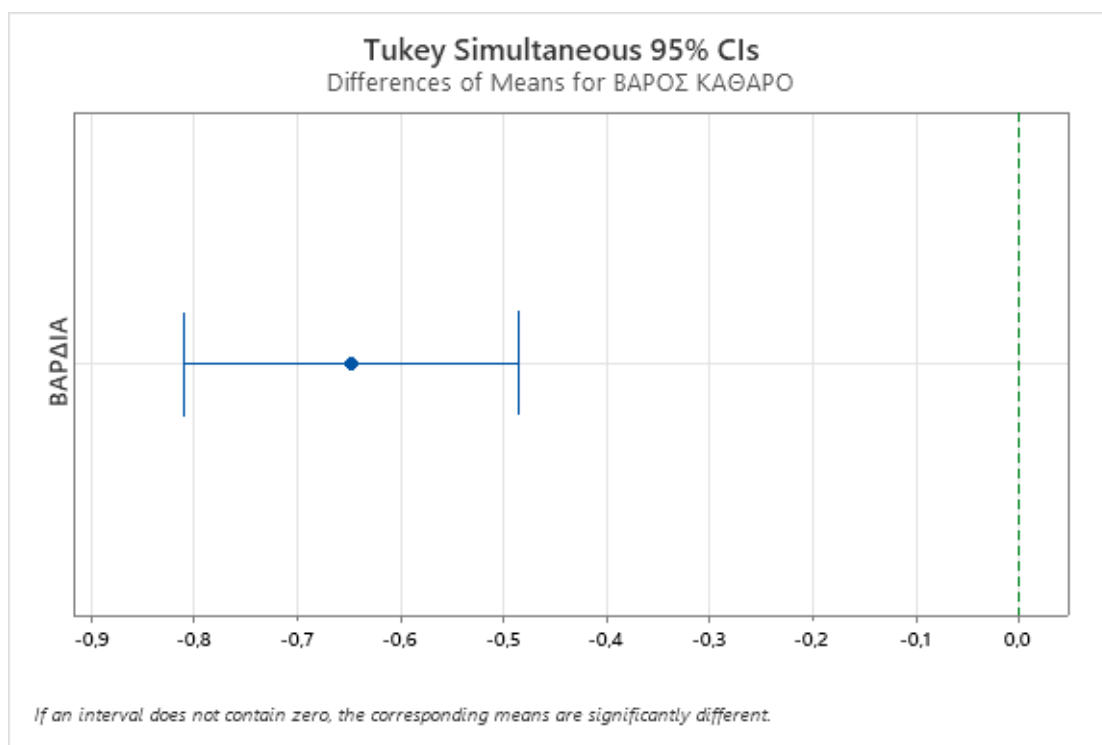
ΒΑΡΔΙΑ	N	Mean	Grouping
A	14169	283,346	A
B	7931	282,698	B

Means that do not share a letter are significantly different.

Tukey Simultaneous Tests for Differences of Means

Difference of ΒΑΡΔΙΑ Levels	Difference of Means	SE of Difference	Simultaneous 95% CI	T-Value	Adjusted P-Value
B - A	-0,6486	0,0829	(-0,8110; -0,4862)	-7,83	0,000

Individual confidence level = 95,00%



Σχήμα 3-9 Γράφημα (Tukey Simultaneous 95% CIs) στραγγισμένου βάρους μεταξύ Α' και Β' βάρδιας

Εδώ βλέπουμε τους μέσους όρους των δύο βαρδιών:

Βάρδια Α': 283,346

Βάρδια Β': 283,698

Επειδή στη στήλη Grouping έχουμε διαφορετικά γράμματα επιβεβαιώνεται ότι αυτοί οι μέσοι όροι είναι στατιστικά σημαντικοί.

Στον πίνακα των "Simultaneous Tests", η τιμή Difference of Means είναι -0,6486.

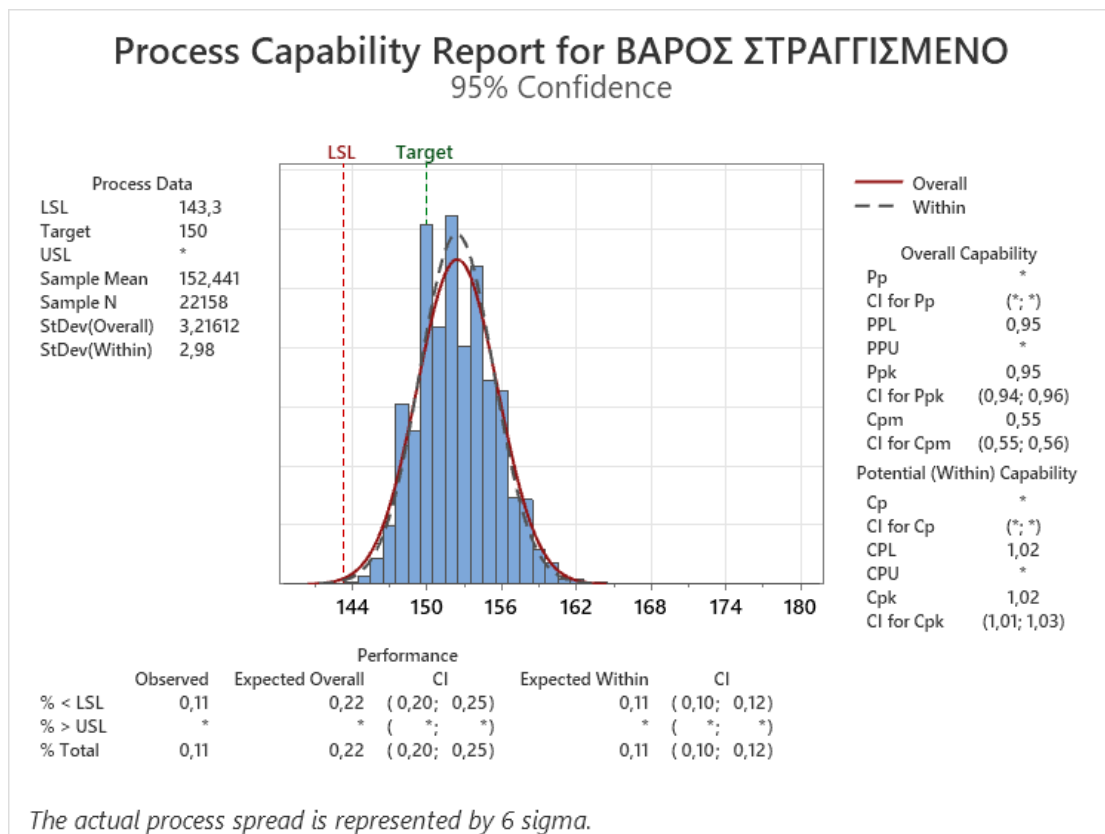
Αυτό σημαίνει ότι η Βάρδια Β παράγει κατά μέσο όρο 0,6486 μονάδες λιγότερο βάρος από τη Βάρδια Α. Το Adjusted P-Value (0,000) σφραγίζει ότι αυτή η διαφορά των 0,6 μονάδων δεν είναι τυχαία.

Το Σχήμα 3-9 Γράφημα (Tukey Simultaneous 95% CIs) στραγγισμένου βάρους μεταξύ Α' και Β' βάρδιας, δείχνει οπτικά τα παραπάνω. Η μπλε γραμμή είναι το διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς. Η πράσινη είναι το σημείο μηδέν όπου δεν θα υπήρχε διαφορά. Επειδή όμως η μπλε δεν τέμνει την πράσινη προκύπτει και από εδώ ότι είναι στατιστικά σημαντική κι όχι τυχαία η διαφορά.

3.2.4 Ανάλυση Ικανότητας Διεργασίας

Για είναι η παραγωγή σύμφωνη με τη νομοθεσία ως προς το βάρος των συσκευασιών θα ελεγχθούν κατά πόσο οι κανόνες πληρούνται στη παρούσα φάση και πόσο περιθώριο υπάρχει ώστε να μειωθεί το βάρος στο καθαρό (στραγγισμένο και λάδι) ή στον στραγγισμένο. Κάθε κανόνας που προκύπτει για από οδηγία 76/211/ΕΟΚ(1976), ελέγχεται με βάση και τον Πίνακα 2-1. Έτσι λοιπόν με τη βοήθεια της ανάλυσης ικανότητας διεργασίας και τα περιγραφικά στατιστικά έχουμε:

Στραγγισμένο βάρος



Σχήμα 3-10 Αναφορά Ανάλυσης Ικανότητας Διεργασία για το στραγγισμένο βάρος

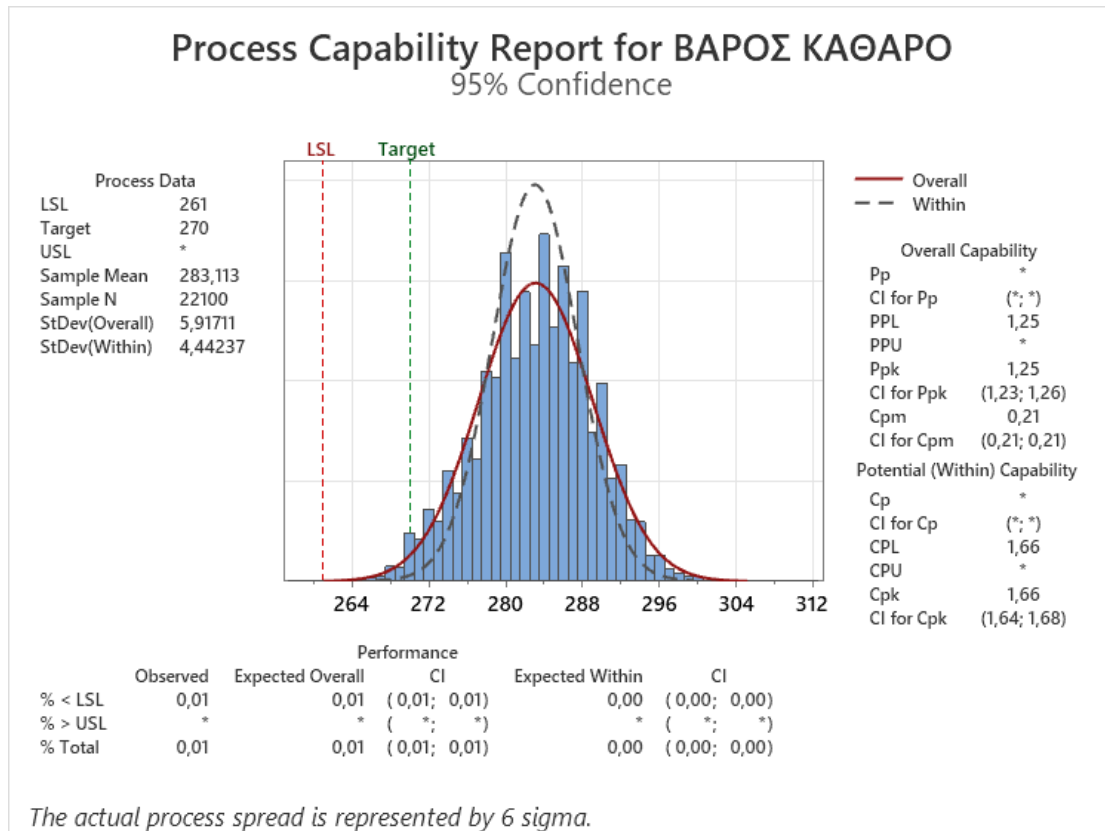
Αρχικά να αναφερθεί ότι η υποομάδα (Subgroup) στην ανάλυση, είναι η κάθε βάρδια κάθε διαφορετικής ημέρας, από αυτό το διαχωρισμό προκύπτουν και οι διαφορετικές παρτίδες. Παρατηρείται όμως ότι $C_{pk} > P_{pk}$. Το P_{pk} λαμβάνει υπόψη τη συνολική διασπορά (Overall Standard Deviation), συμπεριλαμβανομένων: α) Των διαφορών από εργαζόμενο σε εργαζόμενο, β) Της κόπωσης κατά τη διάρκεια της βάρδιας, γ) Των αλλαγών στις παρτίδες της πιπεριάς ή/και της κρέμας

Έτσι Ppk είναι η αυστηρότερος, άρα και ασφαλέστερος, δείκτης Ικανότητας της διεργασίας παραγωγής. Αυτό θα φανεί πιο έντονα και στο σχετικό διάγραμμα για το καθαρό βάρος.

- Κανόνας 1. Η μέση τιμή είναι 152,441 οριακά πάνω από τον στόχο των 150, σύμφωνα με τον κανόνα 1 η παρτίδα είναι αποδεκτή. Ωστόσο, επειδή οι πιπεριές έχουν ακανόνιστο σχήμα, η καμπάνα του ιστογράμματος είναι αρκετά πλατιά. Αυτό σημαίνει ότι αν γίνει να προσπάθεια να πλησιάσει η κορυφή το περισσότερο το 150 (π.χ. στα 151), υπάρχει τεράστιος κίνδυνος λόγω της φυσικής μεταβλητότητας ο πραγματικός μέσος όρος της παρτίδας να πέσει κάτω από το 150, καθιστώντας όλη την παρτίδα μη αποδεκτή.
- Κανόνας 2. Το **Observed** % < **LSL** είναι **0,11**%. Το ποσοστό <LSL που είναι 0,11% δείχνει ότι υπακούει στο ορίων του κανόνα 2 (< **2,5**%).
- Κανόνας 3. Το όριο του κανόνα 3, δηλαδή ότι καμία παρτίδα δεν είναι απορριπτέα, επαληθεύεται από τον Πίνακα 3-2 και την τιμή Minimum είτε για Α' είτε για Β' βάρδια αυτού που δεν είναι μικρότερη από το 136,5 g.

Έτσι συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι η παραγωγή γεμιστής πιπεριάς παρουσιάζει υψηλή τυπική απόκλιση [$StDev(Overall) = 3,21612$] λόγω της φυσικής ανομοιομορφίας της πρώτης ύλης και της χειροκίνητης γέμισης. Η διατήρηση της μέσης τιμής στο 152,441g είναι η βέλτιστη τεχνικά εφικτή λύση. Οποιαδήποτε προσπάθεια για περαιτέρω μείωση του βάρους πλήρωσης θα οδηγούσε σε παραβίαση του 2ου κανόνα της οδηγίας, καθώς η διασπορά της διεργασίας (Ppk 0,95) θα αύξανε το ποσοστό των ελαττωματικών πέραν των νόμιμων ορίων.

Καθαρό βάρος



Σχήμα 3-11 Ανάλυση Ικανότητας Διεργασία για το καθαρό βάρος

Εδώ βλέπουμε Ppk 1,25 ο δείκτης αυτός είναι οριακά αποδεκτός (συνήθως θέλουμε $> 1,33$). Δείχνει την πραγματική απόδοση της διεργασίας. Επίσης Cpk 1,66 είναι ένας πολύ καλός αριθμός, που σημαίνει ότι αν η διεργασία κεντραριστεί σωστά, θα είναι εξαιρετικά ικανή. Όμως Cpm 0,21 αυτός ο δείκτης είναι πολύ χαμηλός. Ο Cpm λαμβάνει υπόψη την απόκλιση από τον στόχο (270). Επειδή ο μέσος όρος (283,113) απέχει πολύ από το 270, ο Cpm προδίδει τη διεργασία, υποδεικνύοντας ότι υπάρχει οικονομική απώλεια. Για αυτό και οι πολύ ελπιδοφόρες τιμές των Ppk και Cpk .

- Κανόνας 1: Η μέση τιμή είναι **283, 113**, είναι αρκετά πάνω από τον στόχο των **270**, σύμφωνα με τον κανόνα 1 η παρτίδα είναι αποδεκτή. Ωστόσο, επειδή οι πιπεριές έχουν ακανόνιστο σχήμα, η καμπάνα του ιστογράμματος είναι αρκετά πλατιά.
- Κανόνας 2: Ο δείκτης Ppk είναι **1, 25** και το **Observed %LSL** είναι **0, 01%**, πρακτικά δεν υπάρχουν προϊόντα κάτω από το LSL και φυσικά είναι σύμφωνα με τα όρια του κανόνα 2 ($< 2,5\%$).

- Κανόνας 3: Το όριο του κανόνα, δηλαδή ότι καμία παρτίδα δεν είναι απορριπτέα, επαληθεύεται από τον Πίνακα 3-3 και την τιμή Minimum ,είτε για Α΄ είτε για Β΄ βάρδια αυτού, που δεν είναι μικρότερη από το 252 g

Πρόταση στη διοίκηση για μείωση της υπερτροφοδοσίας

Η διεργασία είναι ασφαλής ως προς τη νομοθεσία (δεν μετρήθηκαν ελλιποβαρή), αλλά είναι ασύμφορη. Δίνεται κατά μέσο όρο 13g βάρους επιπλέον από τον στόχο σε κάθε προϊόν.

Κύριος παράγοντας αυτής της απώλειας είναι η υπερτροφοδοσία του λαδιού, αυτό προκύπτει από τον παρακάτω συνοπτικό πίνακα:

	Πραγματικά (g)	Αναγραφόμενα (g)	υπερτροφοδοσία (g)	υπερτροφοδοσία (%)
Στραγγισμένο προϊόν (πιπέρι+κρέμα)	152,411	150,000	2,411	1.61
Λάδι που προστιθεται	130,702	120,000	10,702	8.92

Πίνακας 3-4 Υπερτροφοδοσίες υπολογιζόμενες από μέσες τιμές

Έτσι καταλήγουμε πως θα πρέπει να γίνει μια πρόταση για μια μείωση του προστιθέμενου λαδιού κατά 7g, με την εφαρμογή του εργαλείου Before/After Capability Comparison for ΒΑΡΟΣ ΚΑΘΑΡΟ vs ΚΑΘΑΡΟ (-7), όπου το ΚΑΘΑΡΟ είναι η στήλη με τις πραγματικές μετρήσεις και ΚΑΘΑΡΟ (-7) οι μετρήσεις αυτές μειωμένες κατά 7 μονάδες. Προκύπτουν τα παρακάτω στοιχεία σύνοψης. Εικόνα 3-1 και Εικόνα 3-2 **Error! Reference source not found.**

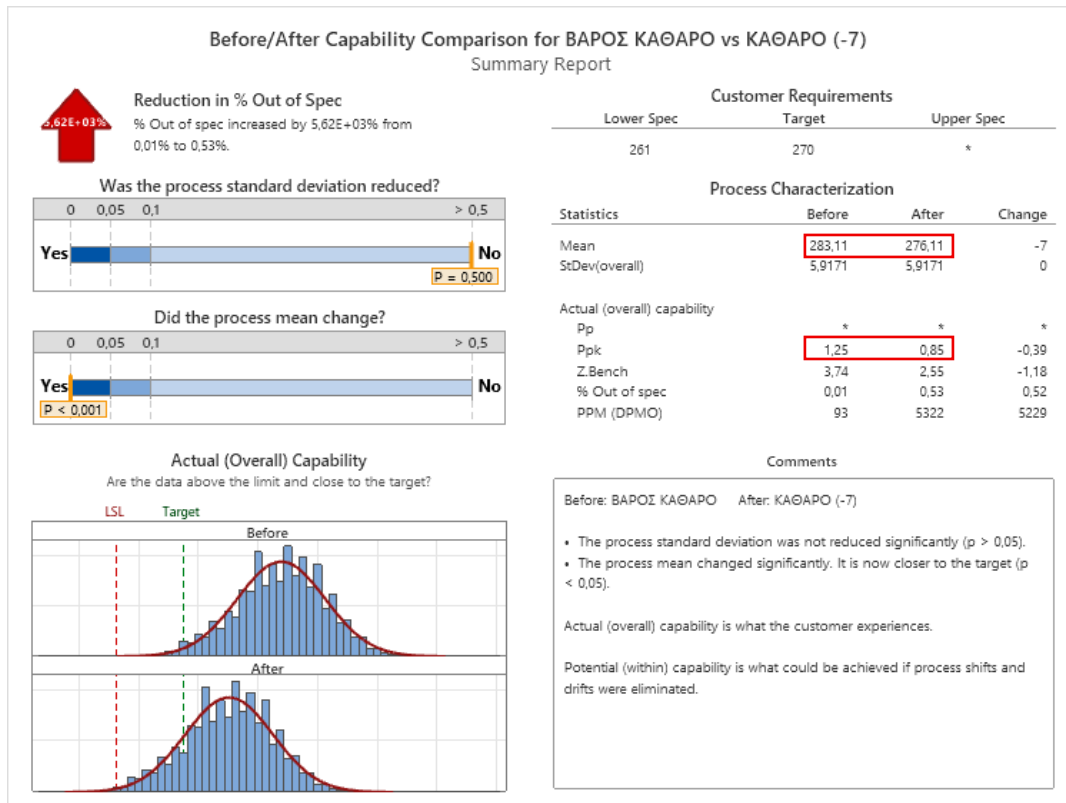
Με τη μείωση κατά 7g θα υπάρξει μείωση του κόστους παραγωγής αλλά ταυτόχρονα θα έχουμε μια πίεση ως προς τις προδιαγραφές και τους κανόνες που αναφέρθηκαννωρίτερα.

Το Minitab επιβεβαιώνει με $P < 0,001$ ότι η μέση τιμή άλλαξε σημαντικά, μειωμένη κατά 7 μονάδες (από 283,11 σε 276,11).

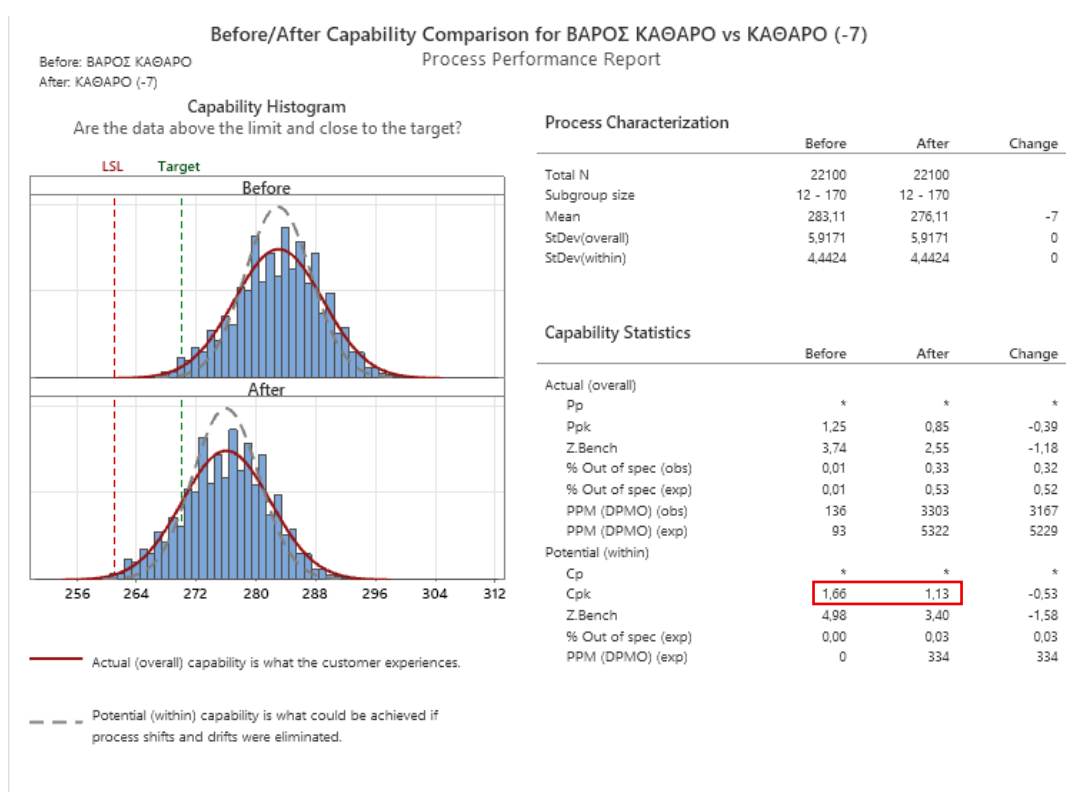
Βελτίωση Κεντραρίσματος: Η διεργασία είναι πλέον πολύ πιο κοντά στον στόχο 270, κάτι το οποίο ήταν και το ζητούμενο για τον περιορισμό των απωλειών.

Σταθερότητα Διασποράς: Η τυπική απόκλιση παρέμεινε αμετάβλητη στο 5,9171 $P = 0,500$, πράγμα που σημαίνει ότι η παρέμβαση στην πλήρωση δεν επηρέασε τη

σταθερότητα του μηχανήματος, λογικό διότι είναι ένα σενάριο την πρότασης στην διοίκηση χωρίς παρέμβαση άλλου είδους.

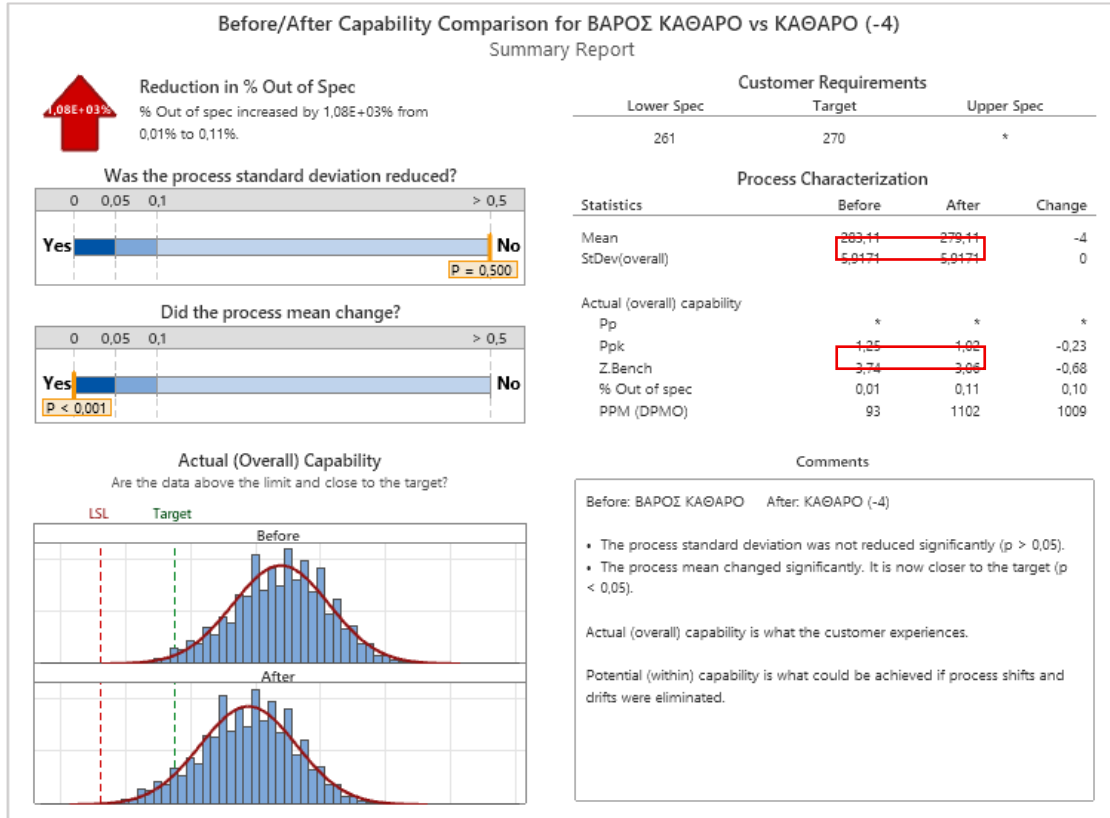


Εικόνα 3-1 Ανάλυση Ικανότητας διεργασίας πριν και μετά την αφαίρεση 7g λάδι (1)

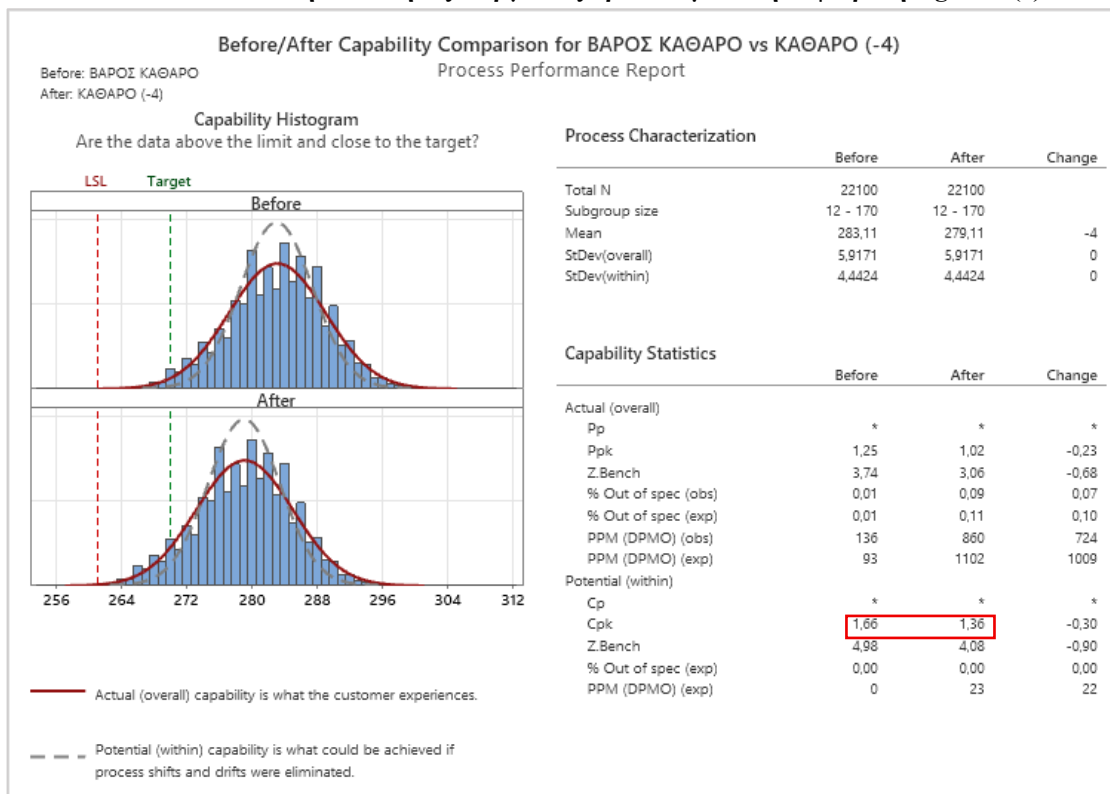


Εικόνα 3-2 Ανάλυση Ικανότητας διεργασίας πριν και μετά την αφαίρεση 7g λάδι (2)

Επαναλαμβάνεται η εφαρμογή του εργαλείου Before/After Capability Comparison for ΒΑΡΟΣ ΚΑΘΑΡΟ vs ΚΑΘΑΡΟ (-4), όπου το ΚΑΘΑΡΟ είναι η στήλη με τις πραγματικές μετρήσεις και ΚΑΘΑΡΟ (-4) οι μετρήσεις αυτές μειωμένες κατά 4 μονάδες. Προκύπτουν τα παρακάτω στοιχεία σύνοψης, Εικόνα 3-3 και Εικόνα 3-4



Εικόνα 3-4 Ανάλυση Ικανότητας διεργασίας πρὶν και μετά την αφαίρεση 4 g λάδι (1)



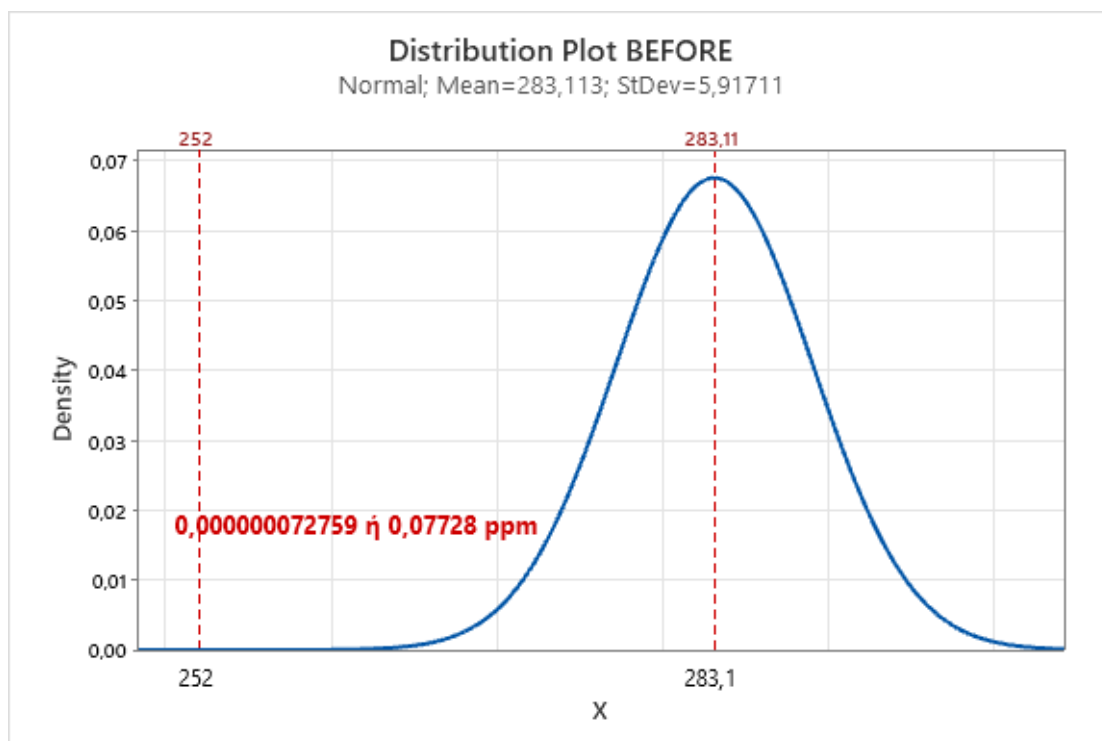
Από τις 2 προτάσεις για ρύθμιση μείωσης του προστιθέμενου λαδιού από τα αποτελέσματα του εργαλείου Before/After Capability Comparison προκύπτουν:

	Ppk	Cpk	Κανόνας1 Mean > Qn(270)	Κανόνας 2 <2,5% < LSL(261)	Κανόνας 3 <0% < Qn-2xTNE(252)
ΠΡΙΝ	1.25	1.66	283.1 ✓	0.01% ✓	0.07ppm ✓
ΜΕΤΑ (-7)	0.85	1.13	276.1 ✓	0.53% ✓	23ppm ✗
ΜΕΤΑ (-4)	1.02	1.36	279.1 ✓	0.11% ✓	2ppm ✓

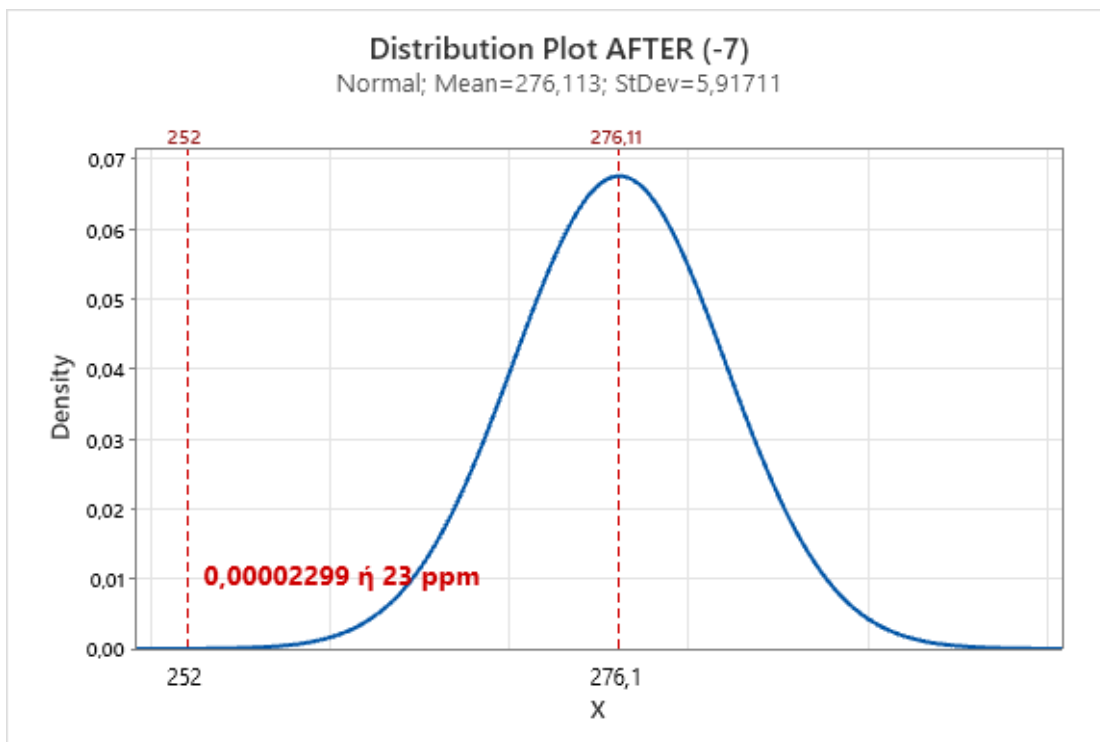
Πίνακας 3-5 Μεταβολές στον δείκτη και στους κανόνες της Οδηγίας μετά από μεταβολές στο προστιθέμενο λάδι

Για να γίνει εκτίμηση της πιθανότητας να πάρουμε ζυγίσεις κάτω από το Qn-2xTNE, δηλαδή 252 του κανόνα 3, σχεδιάζεται η καμπύλη κανονικής κατανομής:

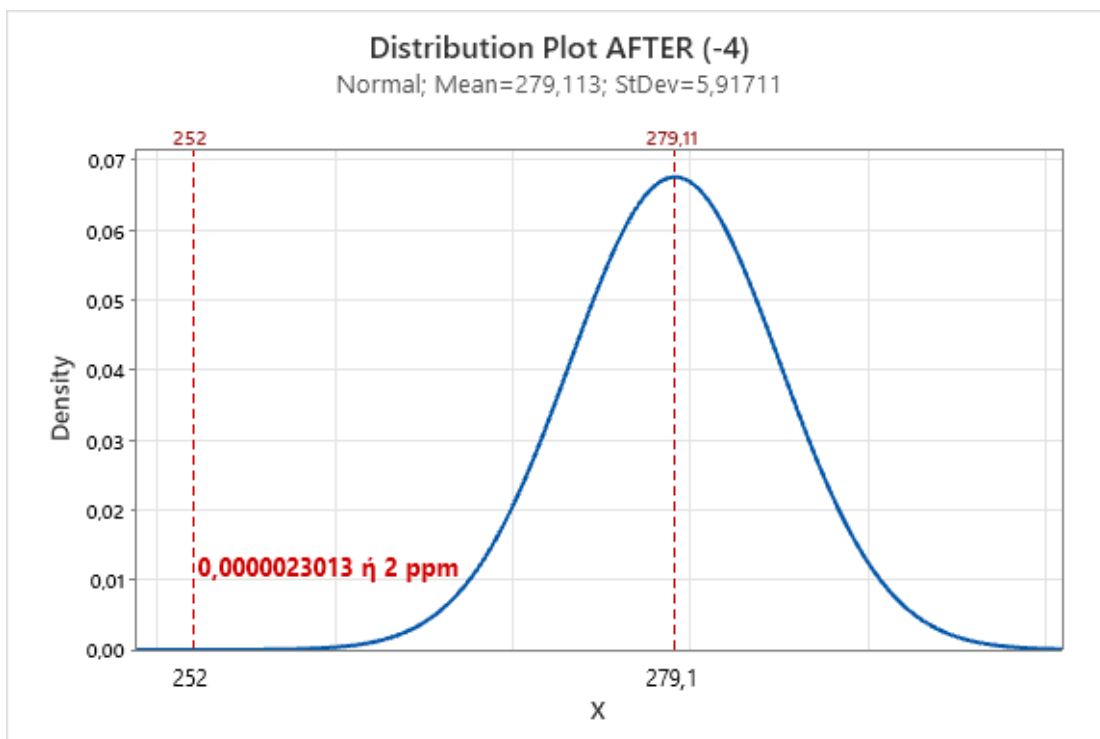
- ΠΡΙΝ (Mean=283,113 StDev=5,9171) Σχήμα 3-122
- ΜΕΤΑ (-7) (Mean=276,113 StDev=5,91711) Σχήμα 3-133
- ΜΕΤΑ (-4) (Mean=279,113 StDev=5,91711) Σχήμα 3-14



Σχήμα 3-12 Καμπύλη κανονικής κατανομής ΠΡΙΝ



Σχήμα 3-13 Καμπύλη κανονικής κατανομής META (-7)



Σχήμα 3-14 Καμπύλη κανονικής κατανομής META (-4)

Παρατηρήσεις προτάσεων:

Για την αρχική πρόταση που εξετάστηκε, η μείωση κατά 7 g του προστιθέμενου λαδιού θα επιφέρει μείωση των δεικτών C_{pk} (1,66→1,13) και P_{pk} (1,25→0,85) το οποίο είναι συνειδητή απόφαση για την μείωση του κόστους διατηρώντας τη συμμόρφωση με τον κανόνα 2.

Η παρέμβαση μείωσης της υπερπλήρωσης κατά 7g οδηγεί σε μια διεργασία που παραμένει εντός των νόμιμων ορίων, αλλά με αυξημένο ρίσκο σε σχέση με την αρχική κατάσταση. Συγκεκριμένα:

Συμμόρφωση Μέσου Όρου: Ο μέσος όρος (276,1) παραμένει 6,1g πάνω από το ονομαστικό βάρος, διασφαλίζοντας τον Κανόνα 1.

Ρίσκο Κανόνα 2: Το ποσοστό των ελαττωματικών τεμαχίων κάτω από το όριο 261g (Q_n-TNE) εκτιμάται σε 0,53%, τιμή που είναι σημαντικά χαμηλότερη από το επιτρεπτό όριο του 2,5%.

Ρίσκο Κανόνα 3 (Απόρριψη Παρτίδας): Το κρίσιμο ρίσκο εντοπίζεται στην πιθανότητα εμφάνισης τεμαχίου κάτω από το όριο των 252g (Q_n-2xTNE). Παρόλο που η πιθανότητα είναι χαμηλή (~23 PPM), η διεργασία πλέον λειτουργεί στα 4,1 σ από το κρίσιμο όριο, γεγονός που απαιτεί αυστηρότερο έλεγχο της μεταβλητότητας του γεμιστικού.

Για την δεύτερη, λιγότερο συμφέρουσα αλλά με σαφές μήνυμα την διασφάλιση της ποιότητας, πρόταση που εξετάστηκε, η μείωση κατά 4 g του προστιθέμενου λαδιού θα επιφέρει μείωση των δεικτών C_{pk} (1,66→1,36>1,33) και P_{pk} (1,25→1,02) το οποίο είναι συνειδητή απόφαση για την μείωση του κόστους διατηρώντας τη συμμόρφωση με τον κανόνα 2 και διατηρώντας τον δείκτη C_{pk} >1,33 και P_{pk} >1.

Η παρέμβαση μείωσης της υπερπλήρωσης κατά 4g οδηγεί σε μια διεργασία που παραμένει εντός των νόμιμων ορίων, αλλά με αυξημένο ρίσκο σε σχέση με την αρχική κατάσταση. Συγκεκριμένα:

Συμμόρφωση Μέσου Όρου: Ο μέσος όρος (279,1) παραμένει 9,1g πάνω από το ονομαστικό βάρος, διασφαλίζοντας τον Κανόνα 1.

Ρίσκο Κανόνα 2: Το ποσοστό των ελαττωματικών τεμαχίων κάτω από το όριο 261g (Qn-TNE) εκτιμάται σε 0,11%, τιμή που είναι σημαντικά χαμηλότερη από το επιτρεπτό όριο του 2,5%.

Ρίσκο Κανόνα 3 (Απόρριψη Παρτίδας): Το κρίσιμο ρίσκο εντοπίζεται στην πιθανότητα εμφάνισης τεμαχίου κάτω από το όριο των 252g (Qn-2xTNE). Η πιθανότητα είναι χαμηλή (~2 PPM), η διεργασία πλέον λειτουργεί στα 4,6 σ από το κρίσιμο όριο.

Συμπερασματικά θα προωθηθεί η πρόταση για μείωση του βάρους του προστιθέμενου λαδιού κατά 4 g στις μηχανές πλήρωσης λαδιού με απαίτηση την παρακολούθηση του των δεικτών και της μεταβλητότητας. Να εντείνεται και απαιτηθεί αυστηρότερος έλεγχος της μεταβλητότητας του γεμιστικού. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό και θα αυξήσει τους δείκτες Ppk Cpk εάν οριζόταν ο στόχος μείωσης την μεταβλητότητας της μηχανής πλήρωσης ώστε να εξαιρεθεί πλήρως ο κίνδυνος της μη συμμόρφωσης στον κανόνα

4. Συμπεράσματα

Αφού ολοκληρώθηκαν οι αναλύσεις για:

- Την κατάταξη των προμηθευτών α' ύλης τυριού με βάση τη μεταβλητότητα των χημικών παραμέτρων pH και αλατότητας.
- Η σύγκριση βαρδιών για το καθαρό και στραγγισμένο βάρος τελικού προϊόντος.
- Πρόταση μείωσης προστιθέμενου λαδιού στην πλήρωση του τελικού προϊόντος με γνώμονα την ορθή εφαρμογή την ευρωπαϊκή οδηγία 76/211/ΕΟΚ, Παράρτημα I, σημείο 1 (1976).

Με χρήση στατιστικών εργαλείων που αναλύθηκαν τα συμπεράσματα συνοψίζονται στα παρακάτω αντιστοίχως:

- Η χρήση του συνδυασμένου συντελεστή μεταβλητότητας οδηγεί με συστηματικό πλέον τρόπο στην κατάταξη της προηγούμενης διαισθητικής άποψης για τον κάθε προμηθευτή, ως προς την μεταβλητότά των τιμών του. Επιπρόσθετα με τα διαγράμματα ελέγχου προσδιορίζεται το σημείο πιθανό σημείο αλλαγής την εικόνας για τον κάθε προμηθευτή οπτικά και εύκολα. Όπως επίσης και τα θηκογράμματα πληροφορούν με άμεσο τρόπο για την μεταβλητότητα του εκάστοτε προμηθευτή.
- Από τη σύγκριση βαρδιών για τον μέσο όρο βάρους καθαρού και στραγγισμένου προκύπτει στατιστικά σημαντική διαφορά η οποία όμως για το είδος που εξετάζεται θεωρείται αμελητέα.
- Με την βοήθεια των εργαλείων ανάλυσης ικανότητας διεργασίας, καθώς επίσης και δοκιμές με σενάρια μείωσης του προστιθέμενου λαδιού. Έχοντας ως οδηγό την εφαρμογή της ισχύουσας νομοθεσίας προσδιορίστηκε ως ασφαλέστερο σενάριο μείωσης, τα 4g, με επιπλέον απαιτήσεις ελέγχου κι επίβλεψής συστηματικά, της διεργασίας ζυγίσεων τελικού προϊόντος.

Ελληνική βιβλιογραφία

- **Αντζουλάκος, Δ. (2010).** *Πανεπιστημιακές σημειώσεις: Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
- **Γεωργακάκος, Γ. (2002),** *Προηγμένα Εργαλεία και Μέθοδοι για τον Έλεγχο της Ποιότητας, Στατιστικός Έλεγχος Διεργασίας, Τόμος Α'.* Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.
- **Γραφανάκης, Δ. (2000),** *Βασικά Εργαλεία και Μέθοδοι για τον Έλεγχο της Ποιότητας, Τόμος Δ', Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας.* Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.
- **Καραγρηγορίου, Α. (2014)** . *Εφαρμοσμένη Στατιστική.* Εκδόσεις Σταμούλη.
- **Κούτρας, Μ. (2008).** *Προηγμένα Εργαλεία και Μέθοδοι για τον Έλεγχο της Ποιότητας, ΔΙΠ60, Τευχίδιο Α', Θέματα Στατιστικού Ελέγχου Διεργασίας.* Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο
- **Κουτρουβέλης, Α. Ι. (1999).** *Πιθανότητες και Στατιστική Ι. Βασικά Εργαλεία και Μέθοδοι για τον Έλεγχο της Ποιότητας, Τόμος Α.* Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο
- **Κουτρουβέλης, Ι. (2000).** *Βασικά Εργαλεία και Μέθοδοι για τον Έλεγχο της Ποιότητας, Τόμος Β', Πιθανότητες και Στατιστική ΙΙ.* Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.
- **Κουτρουβέλης, Ι. (2008).** *Βασικά Εργαλεία και Μέθοδοι για τον Έλεγχο της Ποιότητας, ΔΙΠ50, Τευχίδιο Α', Πιθανοθεωρία και Περιγραφική Στατιστική.* Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο
- **Κυριακίδης, Ν. Β. (2010).** *Έλεγχος Ποιότητας Τροφίμων.* Εκδόσεις Τζιόλα.
- **Λάιος, Α. (2010).** *Διοίκηση Προμηθειών.* Εκδόσεις Σταμούλη.
- **Φωλινάς, Δ., & Βλάχος, Ι. (2018).** *Διαχείριση Προμηθειών και Αποθεμάτων.* Εκδόσεις Τζιόλα.
- Οδηγία 76/211/ΕΟΚ του Συμβουλίου της 20ής Ιανουαρίου 1976 περί προσεγγίσεως των νομοθεσιών των Κρατών μελών των αναφερομένων στην προπαρασκευή σε μάζα ή όγκο ορισμένων προϊόντων σε προσυσκευασία. (1976). *Επίσημη Εφημερίδα των Ευρωπαϊκών Κοινοτήτων*, L 46, 195-211. <http://data.europa.eu/eli/dir/1976/211/oj>

Ξένη βιβλιογραφία

- **Chopra, S., & Meindl, P. (2016).** *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation.* Pearson.
- **Dickson, G. W. (1966).** "An analysis of vendor selection systems and decisions". *Journal of Purchasing*.

- **Ghasemi, A., & Zahediasl, S. (2012).** Normality tests for statistical analysis: A guide for non-statisticians. *International Journal of Endocrinology and Metabolism*, 10(2), 486–489
- **Hui, Y. H. (2012).** *Handbook of Food and Beverage Fermentation Technology*. CRC Press.
- **Kim, H.-Y. (2013).** *Statistical notes for clinical researchers: assessing normal distribution using skewness and kurtosis*. *Restorative Dentistry & Endodontics*, 38(1), 52–54.
- **Kline, R. B. (2016).** *Principles and Practice of Structural Equation Modeling* (4th ed.). Guilford Press.
- **Shaphiro, S., & Wilk, M. B. J. B. (1965).** *An analysis of variance test for normality*. *Biometrika*, 52(3), 591-611.

Παράρτημα Α: Συντελεστές για τα Διαγράμματα Ελέγχου

n	ΔΕ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗΣ			ΔΕ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ						ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΕΥΡΟΥΣ						
				ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΓΙΑ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ		ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΟΡΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ				ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΓΙΑ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ		ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΓΙΑ ΟΕ				
	A	A ₂	A ₃	c ₄	1/c ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₂	1/d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0.000	3.267	0.000	2.606	1.128	0.8865	0.853	0.000	3.686	0.000	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0.000	2.568	0.000	2.276	1.693	0.5907	0.888	0.000	4.358	0.000	2.575
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0.000	2.266	0.000	2.088	2.059	0.4857	0.880	0.000	4.698	0.000	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0.000	2.089	0.000	1.964	2.326	0.4299	0.864	0.000	4.918	0.000	2.115
6	1.225	0.433	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0.000	5.078	0.000	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.284	1.719
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.308	1.692
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.406	0.2936	0.763	1.118	5.696	0.329	1.671
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.423	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.348	1.652
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.364	1.636
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.379	1.621
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.392	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.404	1.596
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.414	1.586
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

Από τις τιμές του A₂, το MS excel και τους κάτωθι τύπους, κατασκευάσαμε τον ανωτέρω πίνακα:

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}}, \quad A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}}, \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}},$$

$$D_1 = d_2 - 3d_3, \quad D_2 = d_2 + 3d_3, \quad D_3 = \max(0, 1 - 3\frac{d_3}{d_2}), \quad D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2},$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{(2n-1)}}, \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{(2n-1)}}, \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2},$$

$$c_4 = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \quad (\text{Η προσέγγιση } c_4 \approx \frac{4(n-1)}{4n-3} \text{ είναι συχνά επαρκής})$$

(Πηγή: Γεωργακάκος, 2002)