



Σχολή Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίας
Μεταπτυχιακή Ειδίκευση Καθηγητών Φυσικών Επιστημών

Διπλωματική Εργασία

Ανάπτυξη διαδικτυακών πολυμεσικών εφαρμογών υποστήριξης της
μάθησης της έννοιας της συμβολής και της περίθλασης.

Χαράλαμπος Μίσιας

Επιβλέπων καθηγητής Α: Λεΐσος Αντώνιος

Επιβλέπων καθηγητής Β: Τσιριγώτης Απόστολος

Πάτρα, 2023

© Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο, 2023

Η παρούσα εργασία αποτελεί πνευματική ιδιοκτησία του Μίσια Χαράλαμπου που την εκκρόνησε . Στο πλαίσιο της πολιτικής ανοικτής πρόσβασης ο Μίσιος Χαράλαμπος εκχωρεί στο ΕΑΠ, μη αποκλειστική άδεια χρήσης του δικαιώματος αναπαραγωγής, προσαρμογής, δημόσιου δανεισμού, παρουσίας στο κοινό και ψηφιακής διάχυσής τους διεθνώς, σε ηλεκτρονική μορφή και σε οποιοδήποτε μέσο, για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς, άνευ ανταλλάγματος και για όλο το χρόνο διάρκειας των δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας. Η ανοικτή πρόσβαση στο πλήρες κείμενο για μελέτη και ανάγνωση δεν σημαίνει καθ' οιονδήποτε τρόπο παραχώρηση δικαιωμάτων διανοητικής ιδιοκτησίας του συγγραφέα ούτε επιτρέπει την αναπαραγωγή, αναδημοσίευση, αντιγραφή, αποθήκευση, πώληση, εμπορική χρήση, μετάδοση, διανομή, έκδοση, εκτέλεση, «μεταφόρτωση» (downloading), «ανάρτηση» (uploading), μετάφραση, τροποποίηση με οποιονδήποτε τρόπο, τμηματικά ή περιληπτικά της εργασίας, χωρίς τη ρητή προηγούμενη έγγραφη συναίνεση του συγγραφέα. Ο Μίσιος Χαράλαμπος διατηρεί το σύνολο των ηθικών και περιουσιακών του δικαιωμάτων..



Ανάπτυξη διαδικτυακών πολυμεσικών εφαρμογών υποστήριξης της
μάθησης της έννοιας της συμβολής και της περίθλασης

Χαράλαμπος Μίσιας

Επιτροπή Επίβλεψης Πτυχιακής / Διπλωματικής Εργασίας

Επιβλέπων Καθηγητής:

Λεΐσος Αντώνιος

«Αναπληρωτής Καθηγητής – Ελληνικό
Ανοικτό Πανεπιστήμιο»

Συν-Επιβλέπων Καθηγητής:

Τσιριγώτης Απόστολος

« Σύμβουλος - Καθηγητής – Ελληνικό
Ανοικτό Πανεπιστήμιο »

Πάτρα, 2023

Ευχαριστίες

« Αφιερώνω την εργασία μου στην γυναίκα μου Δήμητρα χωρίς την βοήθεια και την στήριξη της οποίας δεν θα μπορούσα να ολοκληρώσω το μεταπτυχιακό μου ».

Περίληψη

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι η ανάπτυξη μοντέρνων πολυμεσικών εφαρμογών για την κατανόηση της έννοιας της συμβολής και της περίθλασης στην εκπαίδευση. Η μεθοδολογία περιλαμβάνει την συγκέντρωση του υλικού, την εξερεύνηση των δυνατοτήτων των διαθέσιμων εργαλείων ανάπτυξης πολυμεσικού υλικού καθώς και τη αξιοποίησή τους για την ενίσχυση της εκπαιδευτικής διαδικασίας κεντρίζοντας παράλληλα το ενδιαφέρον των μαθητών.

Λέξεις – Κλειδιά

Περίθλαση – Συμβολή – Περίθλαση Fraunhofer από N οπές .

Abstract

The purpose of the thesis is the development of modern multimedia applications to understand the concept of interference and diffraction in education. The methodology includes gathering material, exploring possibilities of the available tools for the development of multimedia material as well as their utilization to enhance the educational process while stimulating the interest of the students.

Keywords

Diffraction – Interference – Fraunhofer Diffraction from N slit .

Περιεχόμενα

Περίληψη	v
Abstract	vi
Κατάλογος Σχημάτων	viii
Κατάλογος Πινάκων	xi
Συντομογραφίες & Ακρωνύμια	xii
1. Εισαγωγή στην κυματική	13
1.1 Η έννοια του κύματος	13
1.2 Εγκάρσια και διαμήκη κύματα	15
1.3 Εύρεση εξίσωσης του κύματος	17
1.4 Διαφορική εξίσωση κύματος – Ηλεκτρομαγνητικά κύματα	20
1.5 Εξισώσεις Maxwell – Εξίσωση ηλεκτρομαγνητικού κύματος	25
2. Κυματικά φαινόμενα	27
2.1 Συμβολή	27
2.2 Προϋποθέσεις Συμβολής	29
2.3 Διαφορά οπτικού δρόμου – μέγιστα και ελάχιστα	30
2.4 Το πείραμα του Young	37
2.5 Μαθηματική περιγραφή του πειράματος Young	40
3. Περίθλαση	45
3.1 Περίθλαση από λεπτή ορθογώνια σχισμή	46
3.2 Περίθλαση – Συμβολή από N σχισμές	52
3.3 Μέγιστα και ελάχιστα της συμβολής N οπών	55
3.4 Περίθλαση από κυκλικό άνοιγμα	66
4. Διδακτική προσέγγιση	68
4.1 Εφαρμογές για το πείραμα του Young	69
4.2 Εφαρμογή για το πείραμα της περίθλασης	77
4.3 Εφαρμογή για το πείραμα της περίθλασης από μία κυκλική οπή	79
4.4 Εφαρμογή για το πείραμα της περίθλασης N οπών	81
5. Εφαρμογή με φύλλα Excel	85
5.1 Φύλλο excel Young	87
5.2 Φύλλο excel Περίθλαση	91
5.3 Φύλλο excel N οπές	95
6. Website με παρουσίαση της εργασίας	98
6.1 Σελίδα ιστότοπου «Συμβολή»	98
6.2 Σελίδα ιστότοπου «Πείραμα του Young»	100
6.3 Σελίδα ιστότοπου «Περίθλαση από μια οπή»	103
6.4 Σελίδα ιστότοπου «Περίθλαση από N οπές»	106
Βιβλιογραφία	109

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1. 1 – Μόρια του ελαστικού μέσου	13
Σχήμα 1.1. 2 – Κύμα πάνω σε χορδή.....	14
Σχήμα 1.1. 3 – κύμα σε οριζόντιο ελατήριο	15
Σχήμα 1.2. 1 – Εγκάρσια και Διαμήκη κύματα	15
Σχήμα 1.3. 1 – Εγκάρσια ταλάντωση χορδής	17
Σχήμα 1.3. 2 – Στιγμιότυπο κύματος.....	18
Σχήμα 1.4. 1 – Ταλάντωση δύο ετερόνυμων φορτίων.....	21
Σχήμα 1.4. 2 – Μεταβολή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου	22
Σχήμα 1.4. 3 – Επαγόμενο μαγνητικό πεδίο	22
Σχήμα 1.4. 4 – Μεταβολή της έντασης του μαγνητικού πεδίου	23
Σχήμα 1.4. 5 – Το μαγνητικό πεδίο σε τρεις διαστάσεις	23
Σχήμα 1.4. 6 – Το ηλεκτρικό πεδίο συνεχώς κάθετο με το μαγνητικό πεδίο	24
Σχήμα 2. 1. 1 – Διανυσματική πρόσθεση δύο εντάσεων.....	28
Σχήμα 2. 3. 1 – Ένταση ακτινοβολίας που δίνουν δύο ταλαντωτές με απόσταση $\lambda/2$ μεταξύ τους.....	31
Σχήμα 2. 3. 2 – Ένταση ακτινοβολίας δύο ταλαντωτών συναρτήσει της γωνίας.....	33
Σχήμα 2. 3. 3 – Ένταση ακτινοβολίας έξι ταλαντωτών συναρτήσει της γωνίας	34
Σχήμα 2. 3. 4 – Γωνία πρώτου μεγίστου των έξι ταλαντωτών	36
Σχήμα 2.4. 1 – Κυματική και σωματιδιακή φύση του φωτός.....	37
Σχήμα 2.4. 2 – Διάταξη πειράματος Young.....	38
Σχήμα 2.4. 3 – Καμπύλες έντασης σωματιδίων και κυμάτων	39
Σχήμα 2.5. 1 – Γεωμετρική απεικόνιση του πειράματος του Young	40
Σχήμα 2.5. 2 – Ένταση της ακτινοβολίας πάνω στην οθόνη.....	42
Σχήμα 2.5. 3 – Ένταση για απόσταση d μεταξύ των πηγών.....	43
Σχήμα 2.5. 4 – Ένταση για απόσταση $d/2$ μεταξύ των πηγών.....	44
Σχήμα 3.0. 1 – Σημειακή πηγή από οπή	45
Σχήμα 3.0. 2 – Περίθλαση Fresnel και Fraunhofer	46
Σχήμα 3.1. 1 – Διάταξη περίθλασης από ορθογώνια σχισμή	46
Σχήμα 3.1. 2 – Γεωμετρία περίθλασης από ορθογώνια σχισμή.....	47
Σχήμα 3.1. 3 – Διάγραμμα φάσης N πηγών.....	49
Σχήμα 3.1. 4 – Σχέση έντασης ακτινοβολίας με πλάτος σχισμής.....	52

Σχήμα 3.2. 1 – Φράγμα περίθλασης N σχισμών	52
Σχήμα 3.2. 2 – Σταθερή διαφορά φάσης.....	54
Σχήμα 3.3. 1 – Εμφάνιση μεγίστου 1ης τάξης εκατέρωθεν του κεντρικού μεγίστου	57
Σχήμα 3.3. 2 – Δευτερεύοντα μέγιστα και ελάχιστα μεταξύ δύο κυρίων μεγίστων	58
Σχήμα 3.3. 3 – Γεωμετρικό τρικ αλλαγής του $\sin(N\beta)$	59
Σχήμα 3.3. 4 Διαφορά έντασης δευτερευόντων και κυρίων μεγίστων με αύξηση του N ..	61
Σχήμα 3.3. 5 – Σημεία τομής γραφικών παραστάσεων y_1 και y_2	62
Σχήμα 3.3. 6 – Ένταση ακτινοβολίας για $d/a = 2$	63
Σχήμα 3.3. 7– Ένταση ακτινοβολίας για $d/a = 3$	64
Σχήμα 3.3. 8– Ένταση ακτινοβολίας για $d/a = 3$	65
Σχήμα 3.4. 1 – Διάταξη περίθλασης από κυκλική οπή.....	66
Σχήμα 3.4. 2 – Δίσκος του Airy	67
Σχήμα 4.1. 1 – Βίντεο youtube μακρόκοσμος	69
Σχήμα 4.1. 2– Βίντεο youtube μικρόκοσμος	69
Σχήμα 4.1. 3 – Πείραμα Young αλλαγή σε σωματίδια	70
Σχήμα 4.1. 4 – Πείραμα Young αλλαγή πλάτους σχισμών	71
Σχήμα 4.1. 5– Πείραμα Young σχηματισμός κροσσών λόγω αύξησης πλάτους των σχισμών	71
Σχήμα 4.1. 6 – Πείραμα Young αλλαγή απόστασης σχισμών.....	72
Σχήμα 4.1. 7 – Πείραμα Young εικόνα κροσσών λόγω αλλαγής απόστασης σχισμών	72
Σχήμα 4.1. 8 – Πείραμα Young αλλαγή μήκους κύματος.....	73
Σχήμα 4.1. 9 – Πείραμα Young αλλαγή απόστασης της οθόνης.....	73
Σχήμα 4.1. 10 – Πείραμα Young εμφάνιση έντασης της ακτινοβολίας.....	74
Σχήμα 4.1. 11 – Πείραμα Young εμφάνιση χάρακα	74
Σχήμα 4.1. 12 – Οθόνη εισαγωγής PhET	75
Σχήμα 4.1. 13 – PhET αρχικές ρυθμίσεις συμβολής από δύο σχισμές	75
Σχήμα 4.1. 14 – PhET επιλογές εφαρμογής συμβολής από δύο σχισμές.....	76
Σχήμα 4.2. 1 – PhET αρχική σελίδα.....	77
Σχήμα 4.2. 2 – PhET αρχικές ρυθμίσεις για περίθλαση μιας σχισμής.....	77
Σχήμα 4.2. 3 – PhET περίθλαση μιας σχισμής μεταβολή πλάτους σχισμής	78
Σχήμα 4.2. 4 – PhET περίθλαση μιας σχισμής αλλαγή μήκους κύματος.....	78
Σχήμα 4.3. 1 – PhET αρχική σελίδα.....	79
Σχήμα 4.3. 2 – Περίθλαση από κυκλική οπή αρχικές ρυθμίσεις	79
Σχήμα 4.3. 3 – Περίθλαση από κυκλική οπή αλλαγή διαμέτρου οπής	80
Σχήμα 4.4. 1 – Περίθλαση από N οπές αρχική σελίδα.....	81
Σχήμα 4.4. 2 – Περίθλαση από N οπές με 2 σχισμές	82

Σχήμα 4.4. 3 – Περίθλαση από N οπές με 1 σχισμή	82
Σχήμα 4.4. 4 – Περίθλαση από N οπές με 3 σχισμές	83
Σχήμα 4.4. 5 – Περίθλαση από N οπές σχέση του d/a	83
Σχήμα 4.4. 6 – Περίθλαση από N οπές αλλαγή του μήκους κύματος.....	84
Σχήμα 4.4. 7 – Περίθλαση από N οπές 6 οπές.....	84
Σχήμα 5.0. 1 – Αρχική σελίδα excel.....	85
Σχήμα 5.0. 2 – Περιοχή αλλαγής μεταβλητών από καθηγητή.....	85
Σχήμα 5.0. 3 – Απαραίτητη η χρήση του κουμπιού Run.....	86
Σχήμα 5.1. 1 – Φύλλο excel Young σημειακές πηγές.....	87
Σχήμα 5.1. 2– Φύλλο excel Young με δύο οπές	89
Σχήμα 5.2. 1– Φύλλο excel Περίθλαση.....	91
Σχήμα 5.2. 2	91
Σχήμα 5.3. 1	95
Σχήμα 5.3. 2	96
Σχήμα 6. 1	98
Σχήμα 6. 2	99
Σχήμα 6. 3	99
Σχήμα 6. 4.....	100
Σχήμα 6. 5	100
Σχήμα 6. 6	101
Σχήμα 6. 7	102
Σχήμα 6. 8	102
Σχήμα 6. 9	103
Σχήμα 6. 10.....	104
Σχήμα 6. 11	104
Σχήμα 6. 12	105
Σχήμα 6. 13	106
Σχήμα 6. 14.....	107
Σχήμα 6. 15	107
Σχήμα 6. 16	108

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3. 1 – Σχέση τάξης μεγίστου με λόγω εντάσεων και θέση	51
Πίνακας 4. 1 – Εφαρμογές που θα χρησιμοποιηθούν αν πείραμα	68
Πίνακας 5. 1– Μετρήσεις μαθητών σε πείραμα του Young σημειακές πηγές	88
Πίνακας 5. 2 – Μετρήσεις μαθητών σε πείραμα του Young από δύο οπές	89
Πίνακας 5. 3 – Μετρήσεις μαθητών σε πείραμα περίθλασης	92
Πίνακας 5. 4 – Επεξεργασία αποτελεσμάτων του πειράματος της περίθλασης	93
Πίνακας 5. 5 – Μετρήσεις μαθητών σε πείραμα N οπών	96

Συντομογραφίες & Ακρωνύμια

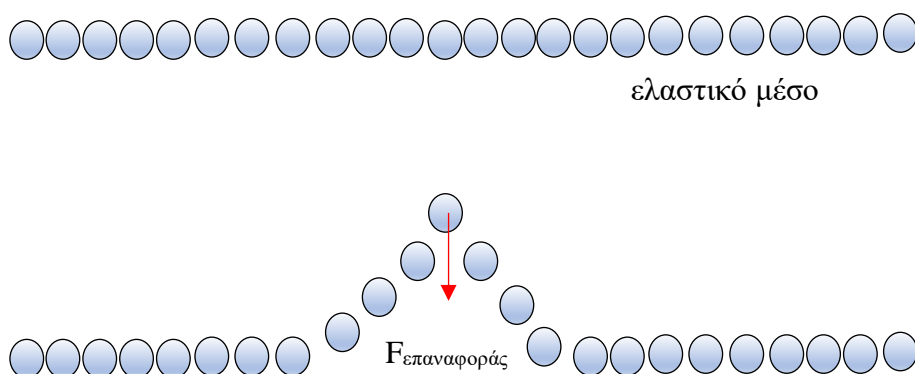
ΔΕ	Διπλωματική Εργασία
ΕΑΠ	Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο
ΘΕ	Θεματική Ενότητα
ΠΕ	Πτυχιακή Εργασία
ΠΣ	Πρόγραμμα Σπουδών
ΣΥΝ	Συντονιστής

1. Εισαγωγή στην κυματική

Η μελέτη των κυματικών φαινομένων αποτελούσε πάντα πολύ σημαντικό κομμάτι της Φυσικής καθώς αυτά εμφανίζονται σε πολλά φαινόμενα. Στην Μηχανική μπορούμε να τα παρατηρήσουμε στους σεισμούς (σεισμικά κύματα), στον ήχο (ηχητικά κύματα) είτε ακόμα στην επιφάνεια των υγρών. Στον Ηλεκτρομαγνητισμό τα κύματα απορρέουν από τις εξισώσεις του Maxwell, ενώ με περεταίρω μελέτη ταυτίζονται πλήρως με τα φωτεινά κύματα. Η ταυτοποίηση αυτή οδήγησε σε ενοποίηση της Οπτικής με τον Ηλεκτρομαγνητισμό. Η κυματική έπαιξε ρόλο και στην θεμελίωση της Κβαντομηχανικής έπειτα από την πρόταση του De Broglie για τον διπλό χαρακτήρα ενός σωματιδίου (είναι ταυτόχρονα κύμα και υλικό σωματίδιο).

1.1 Η έννοια του κύματος

Ας θεωρήσουμε ένα ελαστικό μέσο, δηλαδή ένα σύνολο σωματιδίων τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε αν απομακρύνουμε ένα από τα σωματίδια από την θέση ισορροπίας του τότε τα γειτονικά του σωματίδια του ασκούν δύναμη επαναφοράς προς την θέση ισορροπίας του. Σε ένα τέτοιο μέσο αν διαταράξουμε την ισορροπία ενός από τα σωματίδια τότε η διαταραχή αυτή θα μεταδοθεί, μέσω των ελαστικών δυνάμεων, στα διπλανά σωματίδια εκτρέποντας και αυτά από την θέση ισορροπίας τους (Σχήμα 1.1.1).



Σχήμα 1.1. 1 – Μόρια του ελαστικού μέσου

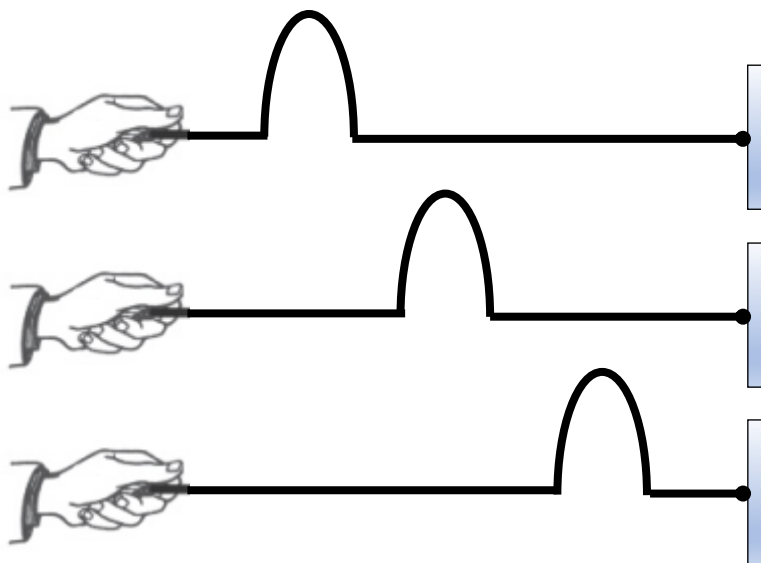
Στη συνέχεια και τα διπλανά αυτά σωματίδια θα εκτρέψουν τα γειτονικά τους σωματίδια και το φαινόμενο θα επεκταθεί σε όλο το ελαστικό μέσο. Η διάδοση αυτή θα μεταδίδεται με κάποια ταχύτητα η οποία θα εξαρτάται από τις δυνάμεις μεταξύ των σωματιδίων, δηλαδή από τη φύση του ελαστικού μέσου.

Τη διάδοση αυτής της διαταραχής, με πεπερασμένη ταχύτητα την ονομάζουμε **κύμα**. Κατά την διάδοση αυτή δεν έχουμε μεταφορά της ύλης του ελαστικού μέσου από μια περιοχή σε μια άλλη παρά μόνο μεταφορά ενέργειας και ορμής.

Η ενέργεια που μεταφέρεται στο ελαστικό μέσο προέρχεται από την ενέργεια που αποδόθηκε στο πρώτο σωματίδιο που είναι η πηγή του κύματος από κάποιο εξωτερικό παράγοντα.

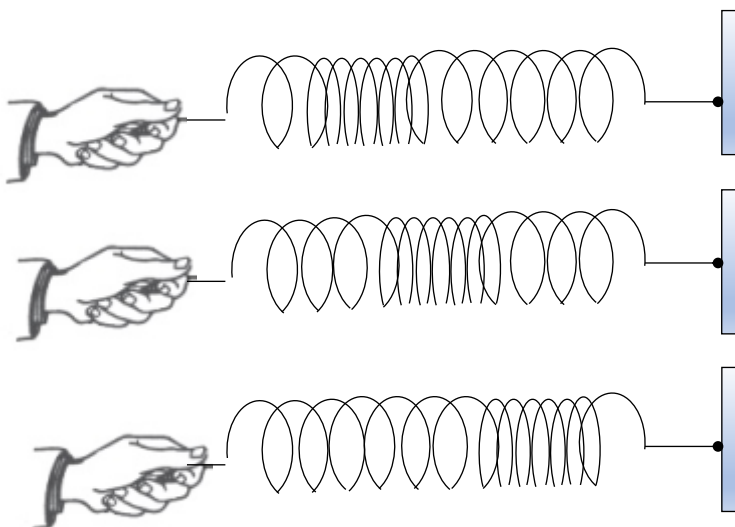
Ας δούμε όμως μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα διάδοσης ενός κύματος.

1) Στο Σχήμα 1.1.2 βλέπουμε ένα τεντωμένο νήμα η μία άκρη του οποίου είναι πακτωμένη σε κατακόρυφο τοίχο με την άλλη άκρη ελεύθερη να κινηθεί μέσω του χεριού μας. Κρατώντας το νήμα τεντωμένο εκτρέπουμε το χέρι μας προς τα πάνω και το επαναφέρουμε στην αρχική του θέση. Παρατηρούμε ότι δημιουργήσαμε μια εγκάρσια διαταραχή η οποία διαδίδεται μέχρι να έρθει σε επαφή με τον τοίχο. Κατά την μεταφορά του δεν υπάρχει αλλαγή στο σχήμα του παλμού που δημιουργήσαμε ούτε προφανώς και μεταφορά ύλης, παρά μόνο μεταφορά ενέργειας και ορμής.



Σχήμα 1.1. 2 – Κύμα πάνω σε χορδή

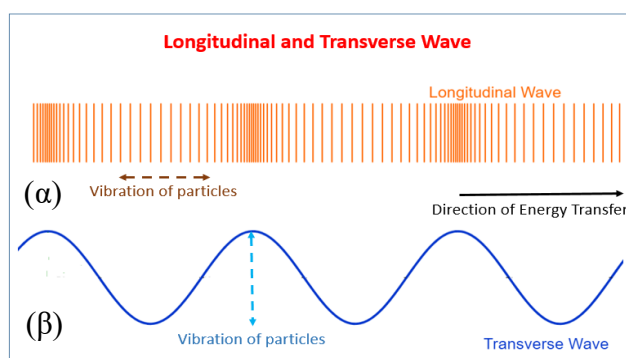
2) Στο Σχήμα 1.1.3 φαίνεται ένα οριζόντιο ελατήριο που η μία του άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη σε κατακόρυφο τοίχο. Αντίθετα με την προηγούμενη περίπτωση τώρα εκτρέπουμε το χέρι μας οριζόντια και προς τα δεξιά ώστε να δημιουργήσουμε ένα πύκνωμα και το επαναφέρουμε στην αρχική του θέση. Διαπιστώνουμε ότι το πύκνωμα διαδίδεται στο ελατήριο χωρίς να αλλάζει η μορφή του μέχρι που θα συναντήσει τον τοίχο. Και εδώ έχουμε μεταφορά ενέργειας και ορμής χωρίς να έχουμε μεταφορά ύλης.



Σχήμα 1.1. 3 – κύμα σε οριζόντιο ελατήριο

1.2 Εγκάρσια και διαμήκη κύματα

Με βάση τα δύο προηγούμενα παραδείγματα προκύπτει ένας τρόπος κατηγοριοποίησης των κυμάτων με βάση τον τρόπο ταλάντωσης των μορίων του μέσου.



Σχήμα 1.2. 1 – Εγκάρσια και Διαμήκη κύματα

Εγκάρσια (transverse wave) θα χαρακτηρίζονται τα κύματα όπου τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Τα μόρια του μέσου στα κύματα αυτά σχηματίζουν όροι και κοιλάδες. Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται μόνο στα στερεά και στις επιφάνειες των υγρών (Σχήμα 1.2.1 β).

Διαμήκη κύματα (longitudinal wave) θα χαρακτηρίζονται τα κύματα όπου τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Τα μόρια του μέσου τώρα θα σχηματίζουν πυκνώματα και αραιώματα. Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται σε όλα τα υλικά μέσα στερεά, υγρά και αέρια (Σχήμα 1.2.1 α).

Τα κύματα μπορούν να διακριθούν επίσης ανάλογα με τις διαστάσεις του μέσου διάδοσης σε :

α) **Γραμμικά** ή μονοδιάστατα κύματα όπου τα μόρια του μέσου έχουν την μία μόνο διάσταση αναπτυγμένη σε σχέση με τις άλλες δύο. Τέτοια για παράδειγμα είναι τα κύματα που δημιουργούνται πάνω σε μία τετρωμένη χορδή όταν αυτή διεγείρεται.

β) **Επιφανειακά** ή δισδιάστατα κύματα όπου τα μόρια του μέσου έχουν αναπτυγμένες δύο από τις τρεις διαστάσεις σε σχέση με την τρίτη. Τέτοια είναι τα κύματα πάνω σε μία μεμβράνη.

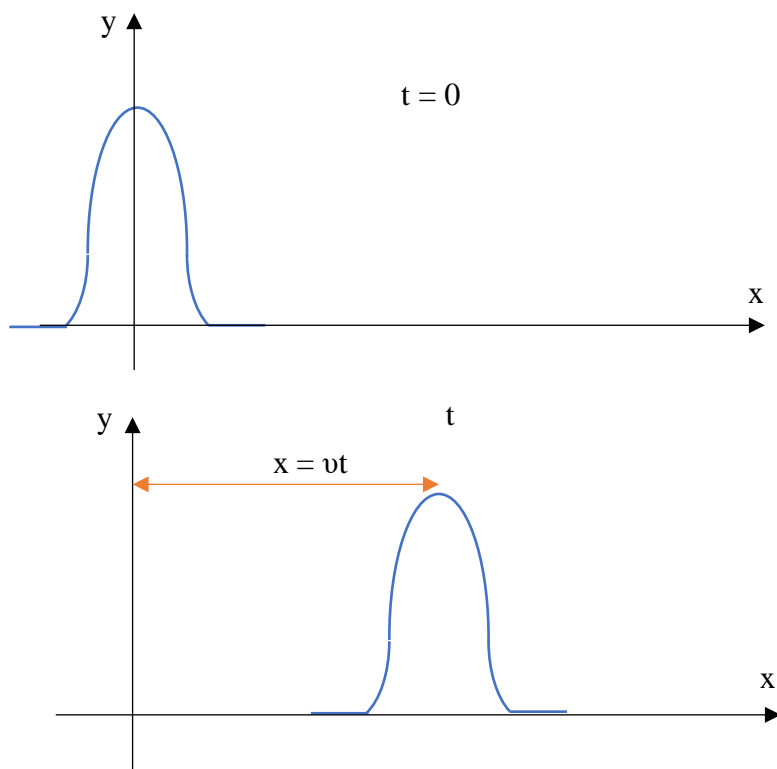
γ) **Τρισδιάστατα** κύματα όπου όλες οι διαστάσεις είναι σημαντικές. Τέτοια είναι για παράδειγμα τα ηχητικά κύματα.

Τέλος τα κύματα που διαδίδονται μέσα σε ένα υλικό μέσο ονομάζονται **μηχανικά** ενώ τα κύματα που διαδίδονται στο κενό με την ταχύτητα του φωτός λέγονται **ηλεκτρομαγνητικά**. Η περιγραφή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι ίδια με αυτή των εγκάρσιων κυμάτων στα μηχανικά κύματα με την διαφορά ότι όλα τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα ανεξαρτήτου συχνότητας έχουν σταθερή ταχύτητα και ίση με την ταχύτητα του φωτός.

1.3 Εύρεση εξίσωσης του κύματος

Για να περιγράψουμε την συμπεριφορά ενός κύματος θα πάρουμε σαν παράδειγμα την ταλάντωση μιας χορδής. Έστω ένα εγκάρσιο κύμα που διαδίδεται λοιπόν κατά μήκος μιας χορδής στην διεύθυνση x και η εγκάρσια μετατόπιση του είναι $y = f(x)$ (Σχήμα 1.3.1). Το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά με ταχύτητα v , και σε χρόνο t διένυσε απόσταση

$$x = v \cdot t.$$



Σχήμα 1.3. 1 – Εγκάρσια ταλάντωση χορδής

Έστω τώρα ότι θέλουμε να ορίσουμε την εξίσωση της καμπύλης μετά από χρόνο t . Η εξίσωση θα είναι της μορφής $y = f(x - vt)$ δηλαδή ακριβώς ίδια κυματομορφή με $t = 0$ και $x = 0$ απλά στη θέση $x = vt$, για χρόνο t .

Όμοια σκεπτόμενοι για ένα κύμα το οποίο διαδίδεται αριστερά η εξίσωση που θα το περιγράφει θα έχει μορφή $y = f(x + vt)$. Το όρισμα μέσα στην συνάρτηση $f(x \pm vt)$ ονομάζεται φάση του κύματος και ισούται με $\phi = x \pm vt$. Για να μπορέσουμε να καταλάβουμε καλύτερα την φάση του κύματος θα εστιάσουμε στην περίπτωση που το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά και την εξίσωση $f(x - vt)$. Έστω δύο παρατηρητές Α και

Β. Ο παρατηρητής Α βρίσκεται διαρκώς ακίνητος στην θέση $x = 0$ ενώ ο Β κινείται με ταχύτητα v προς τα δεξιά. Η εξίσωση που περιγράφει την κυματομορφή του Β θα είναι $f(x')$. Λόγω των μετασχηματισμών του Γαλιλαίου θα ισχύει ότι

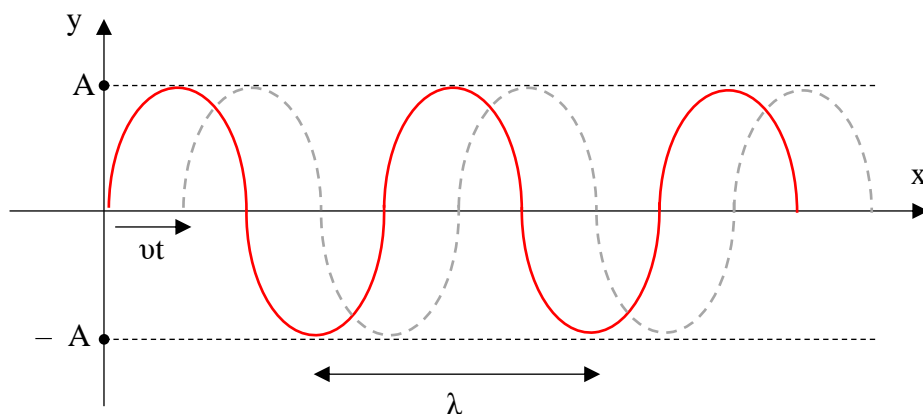
$$x' = x - vt$$

Δηλαδή παρ' όλο που η κυματομορφή μετατοπίζεται με ταχύτητα v προς τα αριστερά η φάση του μένει σταθερή. Επομένως :

$$x - vt = \text{σταθερό} \Rightarrow \frac{d(x - vt)}{dt} = 0 \Rightarrow v = \frac{dx}{dt}$$

Η παραπάνω σχέση μας δείχνει ότι κατά την διάδοση του κύματος διαδίδεται και η φάση του με ταχύτητα $v_p = v = \frac{dx}{dt}$ ίση με την ταχύτητα του κύματος. Η ταχύτητα v_p ονομάζεται **φασική ταχύτητα** και μας δείχνει την ταχύτητα των προβολών των υλικών σωματιδίων πάνω στον άξονα x' .

Έστω τώρα η περίπτωση όπου ένα κύμα διαδίδεται δεξιά και έχουμε θέση την πηγή του κύματος να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση . Το στιγμιότυπο του κύματος θα έχει την μορφή του σχήματος 1.3.2 :



Σχήμα 1.3. 2 – Στιγμιότυπο κύματος

Η μαθηματική έκφραση αυτής της καμπύλης είναι

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

όπου A η μέγιστη τιμή του y , επομένως και η μέγιστη απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης των υλικών σημείων, και λ το μήκος κύματος , δηλαδή η

απόσταση δύο διαδοχικών σημείων με την ίδια φάση. Ο χρόνος που χρειάζεται ένα σωματίδιο του μέσου για να κάνει μία πλήρη ταλάντωση ονομάζεται περίοδος T και ταυτόχρονα η απόσταση που θα διανύει το κύμα σε μία περίοδο θα είναι $\lambda = vT$.

Για μια χρονική στιγμή t θα ισχύει :

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \Rightarrow y = A \sin \left(\frac{2\pi \cdot x}{\lambda} - \frac{2\pi \cdot v \cdot t}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - \frac{2\pi}{T} \cdot t \right) \Rightarrow y = A \sin(kx - \omega t)$$

Ορίζουμε σαν κυματάριθμο το $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ και σαν κυκλική συχνότητα το $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Η ποσότητα αυτή του κυματάριθμου k εκφράζει τον αριθμό των ταλαντώσεων στην μονάδα του μήκους. Δηλαδή μας δείχνει πόσα μήκη κύματος έχουν διαδοθεί σε απόσταση ίση με 1 m. Όπως έχουμε συσχέτιση της συχνότητας με την περίοδο σε μία επανάληψη σε ένα χρονικό διάστημα όμοια σχετίζεται ο κυματάριθμος με το μήκος κύματος. Η μαθηματική έκφραση που συνδέει τον κυματάριθμο με την συχνότητα θα είναι :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{v_p}{f}} = \frac{2\pi f}{v_p} = \frac{\omega}{v_p}$$

όπου

ω : η κυκλική συχνότητα

v_p : η φασική ταχύτητα

k : ο κυματάριθμος

λ : το μήκος κύματος

f : η συχνότητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου

1.4 Διαφορική εξίσωση κύματος – Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Προηγουμένως είδαμε ότι η εξίσωση του κύματος γράφεται $y(x,t) = f(x - vt)$. Θα θέσουμε σαν $h = x - vt$ και θα προσπαθήσουμε να βγάλουμε μια γενικότερη σχέση που περιγράφει το κύμα. Παραγωγίζοντας λοιπόν ως προς x θα προκύψει :

$$y(x,t) = f(h) \Rightarrow \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \frac{df(h)}{dh} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{df(h)}{dh}$$

και ως προς t αντίστοιχα :

$$y(x,t) = f(h) \Rightarrow \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \frac{df(h)}{dh} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = -v \frac{df(h)}{dh}$$

Έτσι έχουμε :

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -v \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

Δηλαδή ο χρονικός ρυθμός μεταβολής ισούται με τον χωρικό ρυθμό μεταβολής πολλαπλασιαζόμενο με $-v$.

Ομοίως σκεπτόμενοι βρίσκουμε και την δεύτερη παράγωγο ως προς x :

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \frac{df(h)}{dh} \Rightarrow \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{d}{dh} \left[\frac{df(h)}{dh} \right] \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{d^2 f(h)}{dh^2}$$

και ως προς t :

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -v \frac{df(h)}{dh} \Rightarrow \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = \frac{d}{dh} \left[-v \frac{df(h)}{dh} \right] \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = -v^2 \frac{d^2 f(h)}{dh^2}$$

Τελικά καταλήγουμε στην διαφορική εξίσωση του κύματος

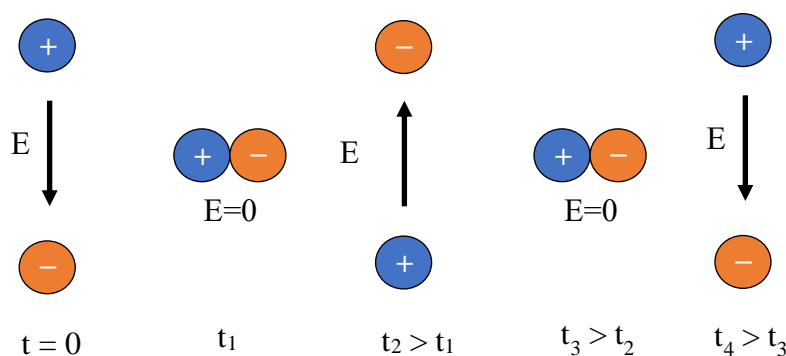
$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

όπου μία ειδική λύση της είναι η εξίσωση του αρμονικού κύματος που βρήκαμε παραπάνω.

Θα επικεντρώσουμε τώρα την προσοχή μας στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Τι είναι όμως τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα και πως παράγονται;

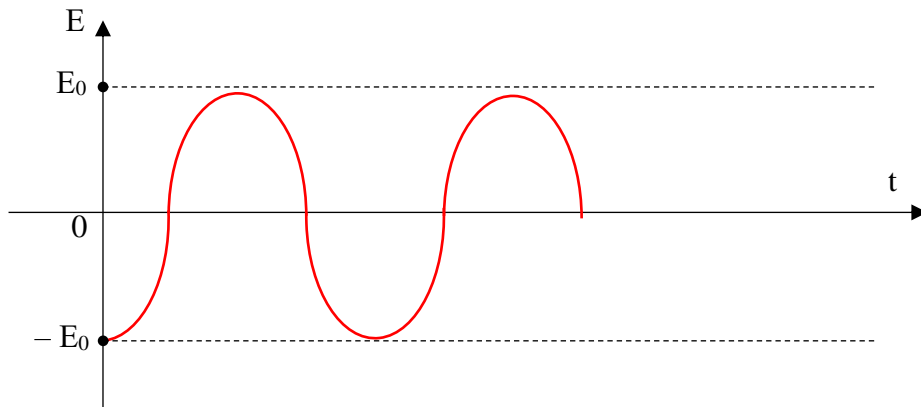
Αρκετά πειράματα μας είχαν δείξει ότι ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να δημιουργήσει ένα μαγνητικό πεδίο, όπως επίσης ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο μπορεί να δημιουργήσει ηλεκτρικό πεδίο.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δύο φορτία, ένα θετικό και ένα αρνητικό, το ένα δίπλα στο άλλο (Σχήμα 1.4.1). Αρχίζουμε τώρα να μετακινούμε και τα δύο φορτία το ένα προς το άλλο.



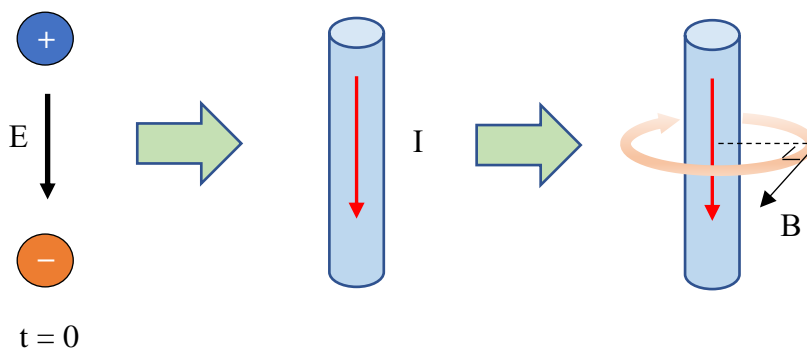
Σχήμα 1.4. 1 – Ταλάντωση δύο ετερόνυμων φορτίων

Κάποια χρονική στιγμή t_1 η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο κατακόρυφο τμήμα θα γίνει μηδέν. Συνεχίζουμε να μετακινούμε τα δύο φορτία ώστε να βρεθούν τη χρονική στιγμή t_2 στην αντίθετη θέση από αυτή που ξεκίνησαν. Τώρα η ένταση του πεδίου έχει αντίθετη φορά από την αρχική. Συνεχίζουμε να εκτελούμε αυτήν την περιοδική κίνηση παρατηρώντας κάθε φορά την αλλαγή της έντασης μεταξύ δύο τιμών. Η αλλαγή της έντασης συμπεριφέρεται όπως η αλλαγή της θέσης ενός αρμονικού ταλαντωτή και μπορούμε να την σχεδιάσουμε συναρτήσει του χρόνου με την παρακάτω καμπύλη (Σχήμα 1.4.2).



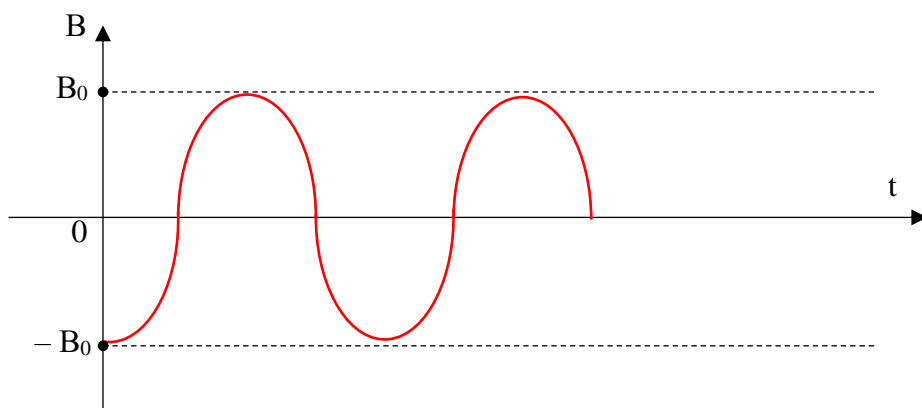
Σχήμα 1.4. 2 – Μεταβολή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου

Ας επανέλθουμε πάλι στο αρχικό σχήμα των δύο φορτίων που ταλαντώνονται. Θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε την κίνηση των φορτίων αυτών ως ένα ρεύμα I που διαρρέει έναν αγωγό. Όμως όταν ρεύμα διαρρέει έναν αγωγό έχουμε εμφάνιση μαγνητικού πεδίου έντασης B που εξαρτάται από την ένταση I .

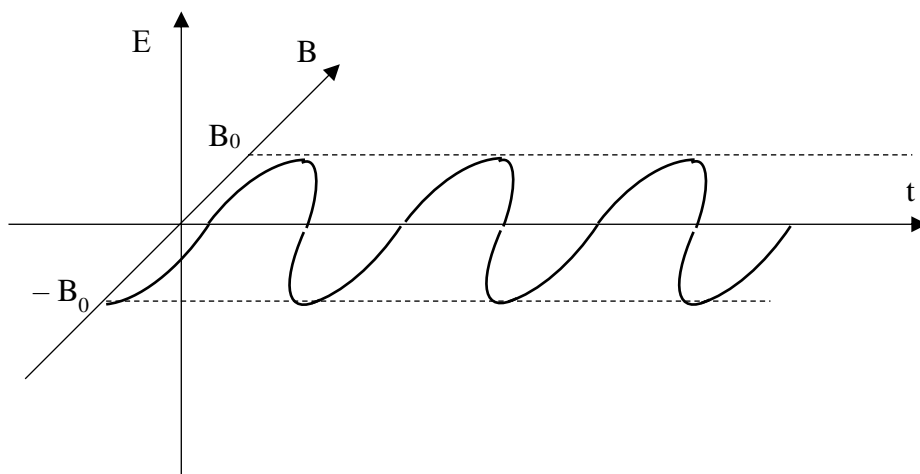


Σχήμα 1.4. 3 – Επαγόμενο μαγνητικό πεδίο

Προφανώς με την ταλάντωση του φορτίου το ρεύμα I αλλάζει περιοδικά την τιμή του και την κατεύθυνση του, παίρνοντας τιμές μεταξύ I_0 και $-I_0$. Σχεδιάζοντας την ένταση του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει του χρόνου θα πάρουμε την καμπύλη του σχήματος 1.4.4 και 1.4.5 :



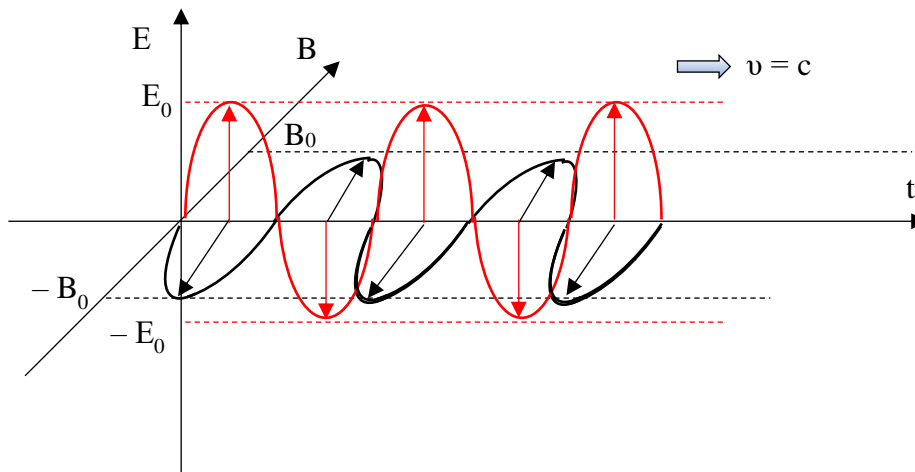
Σχήμα 1.4. 4 – Μεταβολή της έντασης του μαγνητικού πεδίου



Σχήμα 1.4. 5 – Το μαγνητικό πεδίο σε τρεις διαστάσεις

με B_0 την τιμή του μαγνητικού πεδίου που αντιστοιχεί στην μέγιστη τιμή έντασης ρεύματος I_0 .

Έτσι λοιπόν η μεταβολή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου παράγει μαγνητικό πεδίο και η αλλαγή του μαγνητικού πεδίου παράγει ηλεκτρικό πεδίο. Αυτό είναι λοιπόν ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Στο κύμα αυτό η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι συνεχώς κάθετη με την ένταση του μαγνητικού πεδίου και η καμπύλη του φαίνεται στο σχήμα 1.4.6 :



Σχήμα 1.4. 6 – Το ηλεκτρικό πεδίο συνεχώς κάθετο με το μαγνητικό πεδίο

Το ιδιαίτερο που έχει αυτό το κύμα είναι ότι πέρα της αρχικής διαταραχής δεν χρειάζονται πλέον τα φορτία γιατί η μεταβολή του ηλεκτρικού πεδίου προκάλεσε μεταβολή του μαγνητικού πεδίου η μεταβολή του οποίου στην συνέχεια θα προκαλέσει μεταβολή του ηλεκτρικού και πάει λέγοντας. Επειδή το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι εγκάρσιο και η ταχύτητα διάδοσης τους είναι ίση με την ταχύτητα του φωτός $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Αρχικά δεν υπήρχε σύνδεση μεταξύ των δύο φαινομένων και αυτός που κατάφερε να ενοποιήσει τις δύο θεωρίες και να αποδείξει την εξίσωση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος ήταν ο Maxwell.

1.5 Εξισώσεις Maxwell – Εξίσωση ηλεκτρομαγνητικού κύματος

Ο Maxwell έφτιαξε 4 εξισώσεις οι οποίες συνέδεσαν όλα τα φαινόμενα του ηλεκτρισμού και του μαγνητισμού.

1) Η συνολική ηλεκτρική ροή που διέρχεται από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια ισούται με το συνολικό φορτίο που περικλείει η επιφάνεια διά του ϵ_0 .

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{ή} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Η εξίσωση αυτή περιγράφει τον νόμο του Gauss και περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο σε συνάρτηση με την κατανομή του φορτίου που το προκαλεί.

2) Η συνολική μαγνητική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια είναι μηδενική.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Το πλήθος των γραμμών μαγνητικού πεδίου που εισέρχονται σ' έναν κλειστό όγκο πρέπει να είναι ίσο με το πλήθος των γραμμών που εξέρχονται απ' αυτόν. Αν δεν ίσχυε αυτό, τότε θα υπήρχαν στη φύση μαγνητικά μονόπολα. Η εξίσωση αυτή είναι ουσιαστικά η εφαρμογή του νόμου του Gauss στον μαγνητισμό.

3) Μέσω του νόμου αυτού περιγράφεται η δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου από μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{ή} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

4) Ο νόμος αυτός περιγράφει την δημιουργία μαγνητικού πεδίου από μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο.

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_s \vec{J} \cdot d\vec{A} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_s \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \text{ή} \quad c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Ας εφαρμόσουμε τώρα τις εξισώσεις (3) και (4) του Maxwell στην περίπτωση που βρισκόμαστε στο κενό, όπου $q = 0$ και $J = 0$. Θα δώσουν τις διαφορικές εξισώσεις:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \Rightarrow -\nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \Rightarrow \nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Και όμοια σκεπτόμενοι

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \times \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \Rightarrow -\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \Rightarrow$$

$$-\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Οι διαφορικές αυτές εξισώσεις που προέκυψαν μοιάζουν πολύ με την διαφορική εξίσωση ενός κύματος

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

Επομένως φαίνεται να υπάρχει ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα με εξίσωση

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{max} \cdot \sin(kx - \omega t) \text{ και } \mathbf{B} = \mathbf{B}_{max} \cdot \sin(kx - \omega t)$$

το οποίο και διαδίδεται με ταχύτητα

$$\frac{1}{v^2} = \mu_0 \epsilon_0 \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

όπου αν αντικαταστήσουμε τις τιμές του μ_0 και ϵ_0 προκύπτει η ταχύτητα του φωτός. Αυτό οδήγησε τον Maxwell να καταλάβει ότι και το φως είναι μια ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

2. Κυματικά φαινόμενα

Η κυματική φύση του φωτός ήρθε να εξηγήσει τα φαινόμενα της περίθλασης και συμβολής που μέχρι τότε η γεωμετρική οπτική δεν μπορούσε να περιγράψει. Η γεωμετρική οπτική στηρίζεται στην ευθύγραμμη διάδοση του φωτός σαν φωτεινές ακτίνες, και ενώ περιγράφει με μεγάλη ακρίβεια την ανάκλαση και την διάθλαση του φωτός, δεν μπορεί να περιγράψει την κυματική του φύση στα φαινόμενα της συμβολής και της περίθλασης.

Αν και διαφορετικά φαινόμενα είναι δύσκολο να θέσουμε όρια στην εφαρμογή τους και σε πολλές περιπτώσεις εμφανίζονται ταυτόχρονα. Η κύρια ομοιότητα τους ωστόσο είναι η ανακατανομή της έντασης της ακτινοβολίας που οδηγεί σε περιοχές μέγιστης και ελάχιστης έντασης της ακτινοβολίας. Η μελέτη τους στηρίζεται στη αρχή της επαλληλίας επιμέρους κυμάτων που έχουν σταθερό πλάτος και φάση.

2.1 Συμβολή

Το φαινόμενο της συμβολής παρατηρείται σε μια περιοχή όπου συναντιούνται δύο ή περισσότερα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας του Fresnel :

Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της έντασης του συνιστάμενου κύματος αν προσθέσουμε τις εντάσεις των συνιστωσών κυμάτων λαμβάνοντας υπ' όψη τις επιμέρους φάσεις τους.

Έτσι το συνιστάμενο κύμα θα έχει ένταση \vec{E} που θα προέρχεται από την ένταση των συμβαλλόμενων κυμάτων $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots$ και θα ισχύει :

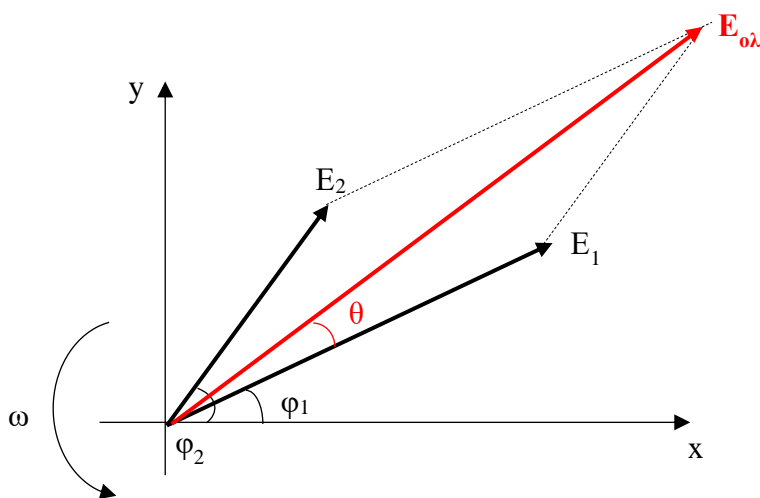
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

Η συμβολή αυτή οδηγεί σε περιοχές όπου έχουμε μέγιστα φωτεινής ισχύς, και ονομάζεται ενισχυτική συμβολή, σε περιοχές με μηδενική φωτεινή ισχύ, που ονομάζεται αποσβεστική συμβολή και σε περιοχές με ενδιάμεση ισχύ (τιμή ανάμεσα σε 0 και ενός μεγίστου φωτεινής ισχύος). Οι περιοχές αυτές ονομάζονται **κροσσοί συμβολής**.

Η ένταση I ενός φωτεινού κύματος (*luminant intensity*) ορίζεται ως η μέση ενέργεια που εκπέμπεται από μια φωτεινή πηγή σε κάποια κατεύθυνση ανά μονάδα επιφανείας

κάθετη στην κατεύθυνση αυτή. Σε κάθε σημείο η ένταση του φωτεινού κύματος είναι ανάλογη προς τη μέση χρονική τιμή του τετραγώνου του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο αυτό. Έτσι για να βρούμε τη φωτεινή ένταση του συνιστάμενου κύματος βρίσκουμε το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο προσθέτοντας τα συνιστώντα πεδία και στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μέση χρονική τιμή του τετραγώνου του μέτρου.

Έτσι λοιπόν σε ένα σημείο του χώρου, μια χρονική στιγμή, για δύο εντάσεις ίδιας γωνιακής συχνότητας ισχύει :



Σχήμα 2. 1. 1 – Διανυσματική πρόσθεση δύο εντάσεων

$$E_1 = E_{0,1} \sin(\omega t + \varphi_1) , E_2 = E_{0,2} \sin(\omega t + \varphi_2)$$

και

$$E_{ολ} = E_{0,ολ} \cdot \sin(\omega t + \theta + \varphi_1)$$

με

$$E_{0,ολ}^2 = E_{0,1}^2 + E_{0,2}^2 + 2 \cdot E_{0,1} \cdot E_{0,2} \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

όπου φ_1 και φ_2 είναι η φάση που έχει το E_1 και E_2 κάθε χρονική στιγμή και $E_{0,1}$, $E_{0,2}$, $E_{0,ολ}$ το πλάτος του ηλεκτρικού πεδίου .

Η ένταση της ακτινοβολίας του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από την σχέση :

$$I = \frac{1}{2c\mu_0} \cdot E_0^2$$

επομένως θα ισχύει :

$$E_{0,1}^2 \propto I_1, E_{0,2}^2 \propto I_2 \text{ και } E_{0,1} \cdot E_{0,2} \propto \sqrt{I_1 \cdot I_2}$$

άρα

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Επομένως φαίνεται ότι η ένταση της ακτινοβολίας δεν ισούται με το άθροισμα των εντάσεων των προσπιπτουσών ακτινοβολιών μόνο αλλά εξαρτάται και από έναν παράγοντα το μέγεθος του οποίου θα καθορίσει αν θα έχουμε φαινόμενα συμβολής ή όχι. Ο όρος αυτός αναφέρεται ως :

$$\text{παράγοντας συμβολής: } 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

2.2 Προϋποθέσεις Συμβολής

Δεν αρκεί απλά η συνύπαρξη δύο κυμάτων σε έναν χώρο ώστε να εμφανιστεί το φαινόμενο της συμβολής. Πρέπει να ικανοποιούνται κάποιες συνθήκες οι οποίες θα προκύψουν μελετώντας καλύτερα τον παράγοντα συμβολής.

1) Πρέπει να έχουμε τουλάχιστον δύο δέσμες μη μηδενικής έντασης ($I_1 \neq 0, I_2 \neq 0$). Είναι προφανές ότι η σχέση

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi)$$

γίνεται $I = I_1$ ή $I = I_2$ αν μία εκ' των δύο γίνει μηδέν.

2) Αν έχουμε κύματα όπου η διαφορά φάση τους $\Delta\varphi$ μεταβάλλεται τυχαία τότε μπορεί να μην έχουμε στάσιμη κατάσταση ώστε να μελετήσουμε τον όρο $\cos(\Delta\varphi)$. Στην περίπτωση αυτή παίρνουμε τη μέση τιμή του $\cos\Delta\varphi$ και επειδή $\langle \cos(\Delta\varphi) \rangle = 0$ βλέπουμε ότι ο παράγοντας συμβολής γίνεται μηδέν, επομένως δεν παρατηρείται το φαινόμενο. Δύο τέτοιες πηγές όπου δεν έχουν σταθερή διαφορά φάσης λέγονται ασύμφωνες πηγές και τα κύματα που διαδίδουν δεν μπορούν να συμβάλλουν.

Βασική προϋπόθεση ώστε να έχουμε το φαινόμενο της συμβολής λοιπόν είναι τα κύματα να είναι σύμφωνα, δηλαδή να έχουν σταθερή διαφορά φάσης.

2.3 Διαφορά οπτικού δρόμου – μέγιστα και ελάχιστα

Εξετάζοντας την εξίσωση της συμβολής

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi)$$

παρατηρούμε ότι οι θέσεις όπου θα παρατηρούμε μέγιστα ή ελάχιστα θα καθορίζονται από το $\cos(\Delta\varphi)$. Το $\cos(\Delta\varphi)$ παίρνει τιμές $-1 \leq \cos(\Delta\varphi) \leq +1$.

- Ελάχιστο έχουμε όταν :

$$\cos(\Delta\varphi) = -1 \Rightarrow \Delta\varphi = (2m + 1)\pi, \text{ με } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Η ελάχιστη τιμή της έντασης θα είναι :

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \Rightarrow I_{min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$$

- Μέγιστο έχουμε όταν :

$$\cos(\Delta\varphi) = 1 \Rightarrow \Delta\varphi = 2m \cdot \pi, \text{ με } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Η μέγιστη τιμή της έντασης θα είναι :

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \Rightarrow I_{max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$$

Αν πρόκειται για κύματα ίσου πλάτους τότε έχουμε :

$$I_{max} = 4 \cdot I_1 \text{ και } I_{min} = 0$$

Πρέπει να αναφερθεί ότι η συνολική ενέργεια ούτε αυξάνεται ούτε ελαττώνεται απλώς ανακατανέμεται.

Μπορούμε τώρα να εκφράσουμε τις συνθήκες μεγίστων και ελαχίστων και με εκφράσεις οπτικού δρόμου. Η γενική σχέση που συνδέει την διαφορά οπτικού δρόμου με την διαφορά φάσης είναι :

$$\frac{\text{Διαφορά φάσης}}{2\pi} = \frac{\text{Διαφορά οπτικού δρόμου}}{\lambda}$$

Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι για κάθε αύξηση διαφοράς οπτικού δρόμου κατά λ η φάση αλλάζει κατά 2π rad. Έτσι λοιπόν αν θεωρήσουμε την διαφορά φάσης $\Delta\varphi = k \cdot \pi$, και την διαφορά οπτικού δρόμου ίση με d έχουμε :

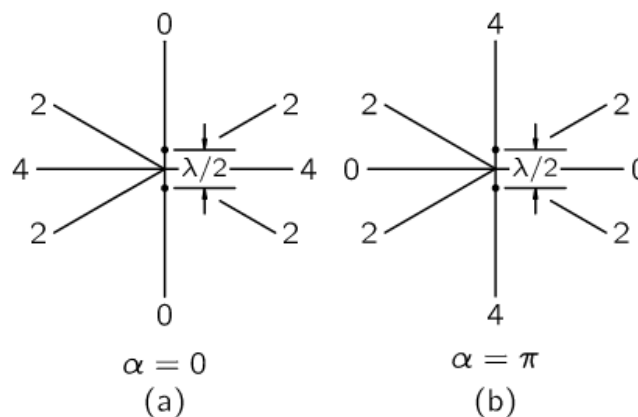
$$\frac{\kappa \cdot \pi}{2\pi} = \frac{d}{\lambda} \Rightarrow d = \kappa \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Αν το κ είναι άρτιος αριθμός, $\kappa = 2m$, με $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ τότε έχουμε μέγιστο ενώ αν το κ είναι περιττός με $\kappa = 2m + 1$ με $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ τότε έχουμε ελάχιστο. Τα ακόλουθα συνοψίζονται στον πίνακα 2.1 :

	Διαφορά φάσης $\Delta\phi$	Διαφορά οπτικού δρόμου d
Μέγιστο	$\Delta\phi = 2m \cdot \pi$	$d = m \cdot \lambda$
Ελάχιστο	$\Delta\phi = (2m + 1)\pi$	$d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

Πίνακας 2. 1 – Σχέση μεγίστου και ελαχίστου με διαφορά φάσης και οπτικό δρόμο

Ας δούμε μερικά παραδείγματα συμβολής δύο ταλαντωμένων κερατιών.



Σχήμα 2. 3. 1 – Ένταση ακτινοβολίας που δίνουν δύο ταλαντωτές με απόσταση $\lambda/2$ μεταξύ τους

Στο σχήμα (2.3.1.a) έχουμε δύο ταλαντωτές όπου έχουν την ίδια φάση, ίδιο πλάτος και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\lambda/2$. Η συνολική διαφορά φάσης οφείλεται τόσο στην διαφορά φάσης που έχουν στην ταλάντωση τους όσο και στην διαφορά φάσης λόγω διαφοράς οπτικού δρόμου και ισούται με :

$$\Delta\phi = a + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta$$

Η ένταση της ακτινοβολίας θα δίνεται από την σχέση :

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi) \xrightarrow{I_1=I_2} I = 2 \cdot I_1 + 2 \cdot I_1 \cdot \cos(\Delta\varphi) \Rightarrow$$

$$I = 2 \cdot I_1 \cdot (1 + \cos\Delta\varphi) \Rightarrow I = 2 \cdot I_1 \cdot \left[2 \cdot \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \right] \Rightarrow$$

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \cos^2\left(\frac{a + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta}{2}\right) \Rightarrow$$

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \cos^2\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta\right)$$

Στο παράδειγμα μας έχουμε $a = 0$ και $d = \lambda/2$ επομένως η ένταση θα δίνεται από την σχέση :

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \sin\theta\right)$$

Ανάλογα με την γωνία που τοποθετούμε τον ανιχνευτή έχουμε τιμές :

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \sin\theta\right) \left\{ \begin{array}{l} \theta = 0, I = 4 \cdot I_1 \\ \theta = \frac{\pi}{6}, I = 2 \cdot I_1 \\ \theta = \frac{\pi}{2}, I = 0 \\ \theta = \frac{5\pi}{6}, I = 2 \cdot I_1 \\ \theta = \pi, I = 4 \cdot I_1 \\ \theta = \frac{7\pi}{6}, I = 2 \cdot I_1 \\ \theta = \frac{3\pi}{2}, I = 0 \\ \theta = -\frac{\pi}{6}, I = 2 \cdot I_1 \end{array} \right.$$

Στο σχήμα (2.3.1.b) έχουμε δύο ταλαντωτές ίδιου πλάτους που έχουν διαφορά φάσης $a = \pi$ rad , και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\lambda/2$. Με την αντίστοιχη λογική έχουμε:

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \cos^2\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta\right)$$

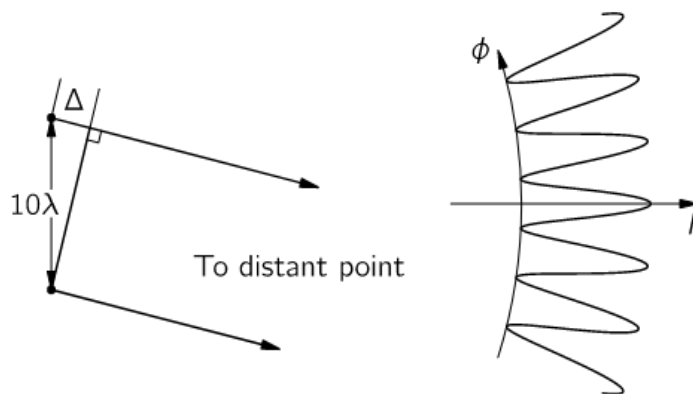
Τώρα θα ισχύει $a = \pi$ rad και $d = \lambda/2$ επομένως η ένταση θα δίνεται από την σχέση :

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \sin\theta\right) \Rightarrow I = 4 \cdot I_1 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \sin\theta\right)$$

Ανάλογα με την γωνία που τοποθετούμε τον ανιχνευτή έχουμε τιμές :

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \cdot \sin \theta \right) \left\{ \begin{array}{l} \theta = 0, I = 0 \\ \theta = \frac{\pi}{6}, I = 2 \cdot I_1 \\ \theta = \frac{\pi}{2}, I = 4 \cdot I_1 \\ \theta = \frac{5\pi}{6}, I = 2 \cdot I_1 \\ \theta = \pi, I = 0 \\ \theta = \frac{7\pi}{6}, I = 2 \cdot I_1 \\ \theta = \frac{3\pi}{2}, I = 4 \cdot I_1 \\ \theta = -\frac{\pi}{6}, I = 2 \cdot I_1 \end{array} \right.$$

Ας δούμε τώρα ένα άλλο παράδειγμα . Έστω δύο κεραίες (Σχήμα 2.3.2) που εκπέμπουν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους και μήκους κύματος λ . Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η ένταση της ακτινοβολίας (σε μεγάλη απόσταση) συναρτήσει της γωνίας από τη μεσοκάθετο του τμήματος που έχει άκρα τις δύο κεραίες. Οι κεραίες απέχουν κατά 10λ .



Σχήμα 2. 3. 2 – Ένταση ακτινοβολίας δύο ταλαντωτών συναρτήσει της γωνίας

Σε σύνδεση με τα προηγούμενα παραδείγματα έχουμε καταλήξει

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \cos^2 \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \theta \right)$$

Το $d = 10\lambda$ και το $a = 0$, επομένως έχουμε

$$I = 4 \cdot I_1 \cdot \cos^2(10\pi \cdot \sin \theta)$$

Μελετώντας την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι για $\theta = 0$ έχουμε το πρώτο (κεντρικό) μέγιστο. Το επόμενο μέγιστο θα είναι όταν το $\cos^2(10\pi \cdot \sin\theta) = \pm 1$. Δηλαδή όταν :

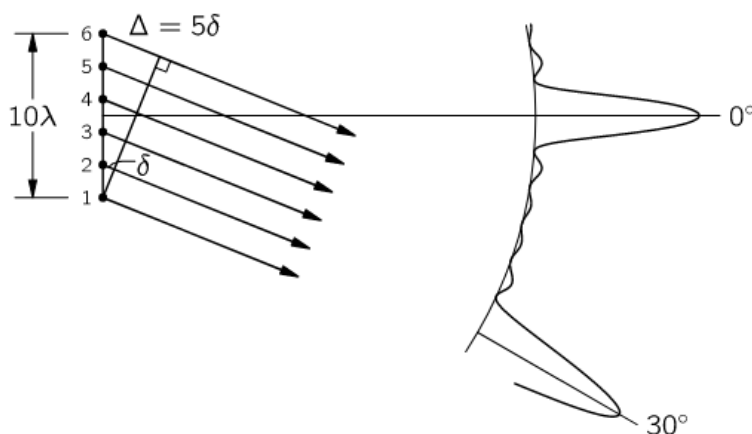
$$10\pi \cdot \sin\theta = \pi \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{10} \Rightarrow \theta = 5,74^\circ$$

Δηλαδή κάθε $5,74^\circ$ έχουμε μέγιστη τιμή στην ένταση.

Ένα ενδιαφέρον ερώτημα είναι τι θα γίνει στην περίπτωση όπου έχουμε παραπάνω από δύο πηγές. Θα προσπαθήσουμε να απαντήσουμε το ερώτημα χρησιμοποιώντας ένα παράδειγμα.

Στην προηγούμενη περίπτωση που είχαμε δύο κεραίες που μεταξύ τους είχαν απόσταση 10λ θα προσθέσουμε 4 επιπλέον κεραίες μεταξύ τους ίδιες με τις προηγούμενες (Σχήμα 2.3.3). Το πεδίο θα παρουσιάζει τώρα στην διεύθυνση της ευθείας εξαπλάσια ένταση και η ακτινοβολία θα είναι 36 φορές πιο ισχυρή (αφού μεταβάλλεται με το τετράγωνο του πλάτους της έντασης του πεδίου).

Εξετάζοντας γειτονικά σημεία της ευθείας αυτής βρίσκουμε μηδενική ένταση, όπως και πριν, αλλά πηγαίνοντας πιο μακριά εκεί που αναμέναμε την ύπαρξη ενός μεγάλου σχετικά τοπικού μέγιστου, διαπιστώνουμε τώρα ότι αυτό είναι πολύ μικρότερου μεγέθους.



Σχήμα 2. 3. 3 – Ένταση ακτινοβολίας έξι ταλαντωτών συναρτήσει της γωνίας

Για n ισαπέχοντες ταλαντωτές ίδιου πλάτους A και ίδιας γωνιακής ταχύτητας ω , με διαφορά φάσης φ το άθροισμά τους λαμβάνει την μορφή:

$$y_{ολ} = y_1 + y_2 + \dots + y_n \Rightarrow$$

$$y_{ολ} = A \sin \omega t + A \sin(\omega t + \varphi) + \dots + A \sin[\omega t + (n-1)\varphi] \Rightarrow$$

$$y_{ολ} = A \cdot \{ \sin \omega t + \sin(\omega t + \varphi) + \dots + \sin[\omega t + (n-1)\varphi] \}$$

Όμως ξέρουμε για την σειρά αθροίσματος των ημιτόνων ότι :

$$\sum_{k=0}^{N-1} \sin(a + kd) = \frac{\sin\left(N \cdot \frac{d}{2}\right)}{\sin\left(\frac{d}{2}\right)} \cdot \sin\left[\frac{2a + (N-1)d}{2}\right]$$

Κατά συνέπεια έχουμε :

$$y_{ολ} = A \cdot \frac{\sin\left(n \frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \cdot \sin\left[\omega t + (N-1) \frac{\varphi}{2}\right] \Rightarrow$$

$$y_{ολ} = A_R \cdot \sin\left[\omega t + (N-1) \frac{\varphi}{2}\right]$$

Όπου A_R το πλάτος της συνιστάμενης ταλάντωσης με :

$$A_R = A \cdot \frac{\sin\left(n \frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Και όπου φ η διαφορά φάσης ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς ταλαντωτές με :

$$\varphi = a + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta$$

Η ένταση της ακτινοβολίας είναι , όπως έχουμε ήδη πει , ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους οπότε έχουμε :

$$I_R = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(n \frac{\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Στο παράδειγμά μας έχουμε $a=0$, $d=2\lambda$ και $n=6$ επομένως η διαφορά φάσης είναι :

$$\varphi = 4\pi \cdot \sin\theta$$

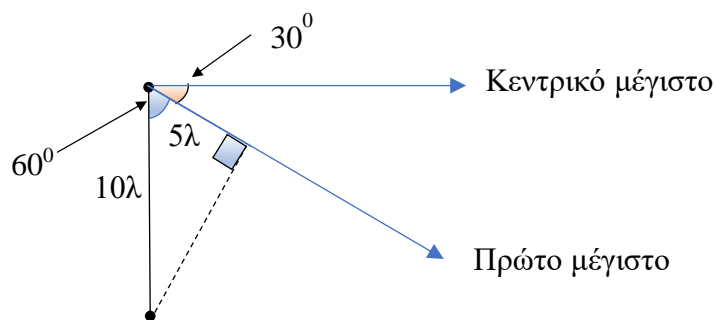
και η ένταση στην ευθεία των n ταλαντωτών ($\theta=0$) θα είναι :

$$I_R = I_0 \cdot \frac{\sin^2(6 \cdot 0)}{\sin^2(0)} \Rightarrow I_R = 36I_0$$

για $\varphi = 0$ ο λόγος των δύο ημιτόνων $\frac{\sin^2\left(n\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$ ισούται με n^2 .

Το επόμενο μέγιστο θα εμφανιστεί όταν όλες οι πηγές έχουν διαφορά φάσης ακέραιο μήκος κύματος μεταξύ τους. Σε αντίθετη περίπτωση κάποιες από αυτές θα ακυρώνονται ενώ κάποιες να ενισχύονται ή και να ακυρώνονται όλες μαζί. Η επόμενη γωνία για την οποία έχουμε συμβολή όλων των πηγών είναι όταν η διαφορά του οπτικού δρόμου $\delta = \lambda$ και προφανώς θα έχουμε $\Delta = 5\lambda$ (Σχήμα 2.3.4).

Έτσι λοιπόν ισχύει :

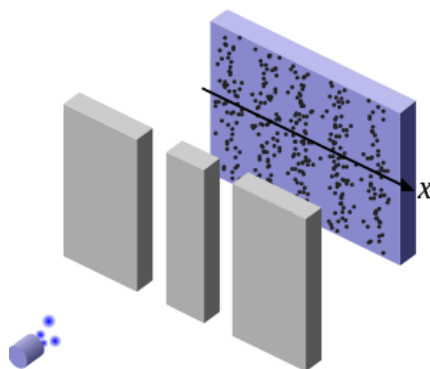


Σχήμα 2. 3. 4 – Γωνία πρώτου μεγίστου των έξι ταλαντωτών

Και η γωνία που εμφανίζεται το πρώτο μέγιστο μετά το κεντρικό σημείο είναι 30°

2.4 Το πείραμα του Young

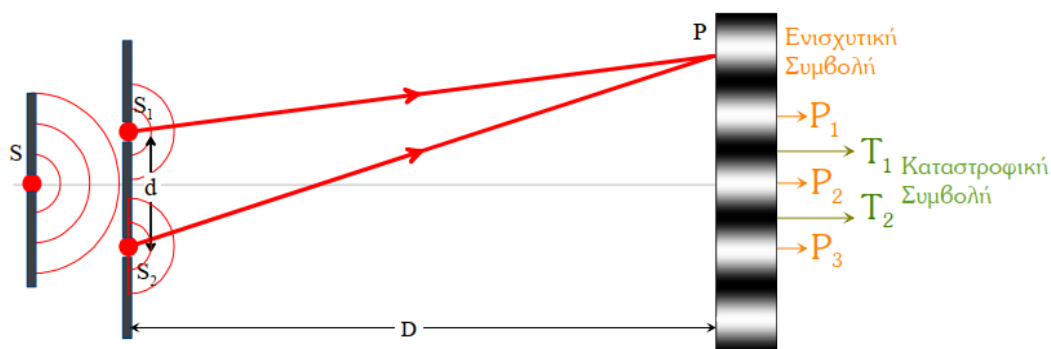
Το πείραμα του Young ήταν η πρώτη απόδειξη πως τα σωματίδια της ύλης (π.χ. ηλεκτρόνια) και η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (φωτόνια), έχουν διττή συμπεριφορά (κυματική και σωματιδιακή). Το πείραμα αυτό πραγματοποιήθηκε το 1801 χρησιμοποιώντας φως που έπεφτε πάνω σε δύο σχισμές και κατέρριψε την μέχρι τότε εντύπωση που υπήρχε για το φως, ότι είναι ρεύμα σωματιδίων, που είχε διατυπωθεί από τον Νεύτωνα.



Σχήμα 2.4. 1 – Κυματική και σωματιδιακή φύση του φωτός

Το πείραμα έχει ως εξής:

Για να έχουμε φαινόμενα συμβολής πρέπει να έχουμε δύο σύμφωνες πηγές. Ο μόνος τρόπος να πετύχουμε αυτό είναι να ξεκινήσουμε από μία αρχική πηγή S . Έχουμε ένα αδιάφανο διάφραγμα επάνω στο οποίο έχουμε δύο οπές S_1 και S_2 που απέχουν απόσταση d μεταξύ τους (Σχήμα 2.4.2). Πίσω από το διάφραγμα έχουμε μία πηγή μονοχρωματικού φωτός (ο Young χρησιμοποίησε ηλιακό φως που πέρναγε από μια πολύ μικρή οπή) μήκους κύματος λ και μετά το διάφραγμα έχουμε μία οθόνη παρατήρησης P σε απόσταση D από το διάφραγμα.



Σχήμα 2.4. 2 – Διάταξη πειράματος Young

Η πηγή παράγει σφαιρικά κύματα τα οποία φτάνοντας στις οπές S_1 και S_2 τις μετατρέπουν, λόγω της αρχής του Huygens, να γίνουν με την σειρά τους πηγές δευτερευόντων σφαιρικών κυμάτων όμοιες με την πηγή S . Στο πέτασμα παρατηρούμε κροσσούς συμβολής, δηλαδή μια σταθερή κατανομή με περιοδικά εναλλασσόμενα σημεία μέγιστης έντασης και σημείων μηδενικής έντασης. Οι φωτεινοί κροσσοί P_1 , P_2 , P_3 , ... προέρχονται από συμβολή δύο κυμάτων σε συμφωνία φάσης ενώ οι σκοτεινοί κροσσοί T_1 , T_2 , ... προέρχονται από συμβολή δύο κυμάτων σε αντίθεση φάσης.

Το ερώτημα που τέθηκε εδώ είναι πώς είναι δυνατόν να υπάρχουν σημεία με διαφορά φάσης αφού οι πηγές που παράγουν τα κύματα είναι σε φάση; Ας πάρουμε για παράδειγμα το σημείο P_2 απ' όπου οι πηγές απέχουν ίσες αποστάσεις $r_1 = r_2$. Τα κύματα διανύουν τον ίδιο οπτικό δρόμο και φτάνουν έχοντας τον ίδιο αριθμό μηκών κύματος το καθένα. Έτσι φτάνουν πάντοτε σε φάση τα κύματα και έχουμε ενίσχυση.

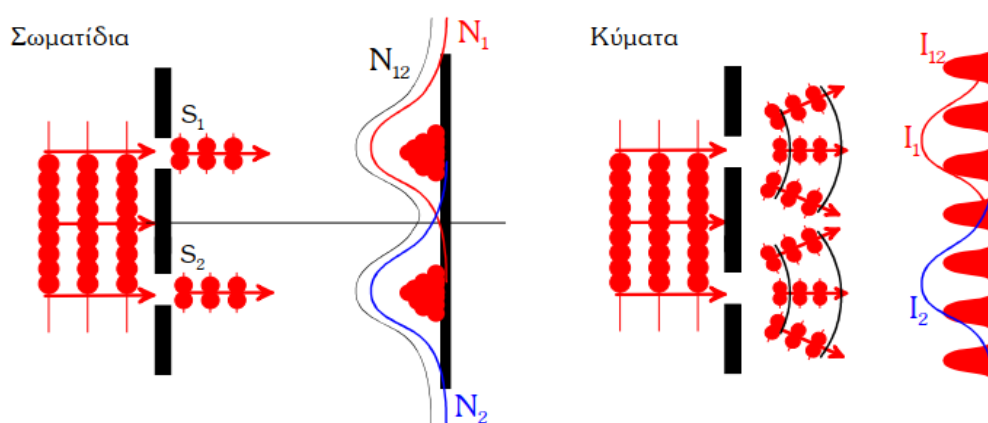
Υπάρχουν όμως και άλλα σημεία που έχουμε ενίσχυση όπως το P_1 και το P_3 . Σε αυτά τα κύματα δεν διανύουν τον ίδιο οπτικό δρόμο αλλά η διαφορά των αποστάσεων είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, δηλαδή $r_1 - r_2 = m\lambda$. Έτσι τα κύματα φτάνουν με διαφορά φάσης ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π οπότε συμβάλουν εποικοδομητικά. Ο ακέραιος αριθμός m λέγεται τάξη της συμβολής και έχει τιμές $0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Στις αποστάσεις όπου τα κύματα φτάνουν έχοντας διαφορά οπτικού δρόμου $\lambda/2$ έχουμε διαφορά φάσης $(m + 1/2) \cdot 2\pi$ και η συμβολή τους είναι καταστρεπτική. Τέτοια σημεία είναι το T_1 και το T_2 .

Το πείραμα του Young έδειξε την φύση του φωτός

Η εμφάνιση των κροσσών συμβολής αποδεικνύει την κυματική φύση του φωτός. Πώς είναι όμως αυτό δυνατό να έχει κυματική και σωματιδιακή φύση αφού μέχρι τότε γνωρίζαμε την σωματιδιακή φύση των φωτονίων;

Ας υποθέσουμε ότι το φως έχει μόνο σωματιδιακή φύση. Τότε αν τοποθετήσουμε έναν ανιχνευτή στην οθόνη θα πρέπει να μπορεί να μετρήσει τον αριθμό των φωτονίων στην μονάδα του χρόνου του χτυπάνε πάνω του σε διάφορα σημεία της οθόνης. Ο αριθμός αυτός μπορεί να χαρακτηριστεί ως πιθανότητα άφιξης και η καμπύλη που θα δίνει θα πρέπει να έχει μέγιστο ακριβώς στην προέκταση της ευθείας που διέρχεται μέσα από τις οπές. Όσο μετακινούμαστε πλάγια της ευθείας αυτής τόσο λιγότερα φωτόνια φτάνουν. Αν τώρα θεωρήσουμε N_1 την καμπύλη που προκύπτει από την πηγή S_1 και N_2 την καμπύλη από την πηγή S_2 τότε η N_{12} είναι το άθροισμα τους.



Σχήμα 2.4. 3 – Καμπύλες έντασης σωματιδίων και κυμάτων

Έτσι λοιπόν θα καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι ο συνολικός αριθμός των φωτονίων που φτάνουν στον ανιχνευτή είναι το άθροισμα των φωτονίων που πέρασαν από τις σχισμές S_1 και S_2 . Άρα $N_{12} = N_1 + N_2$ (σύνθεση μόνο λόγω σωματιδιακής φύσης).

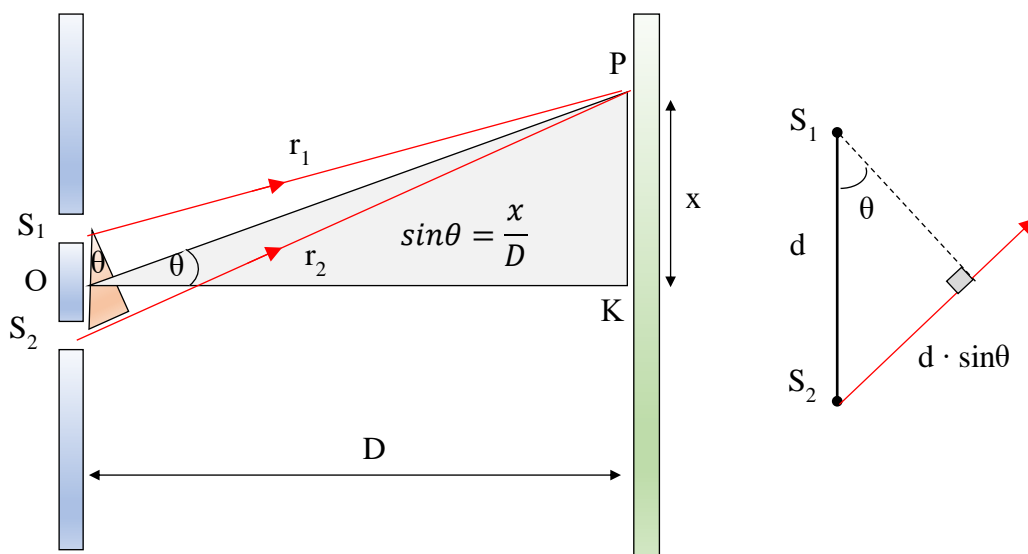
Έστω τώρα ότι το φως έχει μόνο κυματική φύση. Τοποθετούμε πάλι στην οθόνη παρατήρησης έναν ανιχνευτή που μετράει την συνιστάμενη κυματική διαταραχή σε διάφορα σημεία. Η ένταση της ακτινοβολίας I_1 λόγω της οπής S_1 και I_2 λόγω της οπής S_2 φαίνονται στο Σχήμα 2.4.3. Αν προσθέσουμε τις δύο καμπύλες προκύπτει η καμπύλη I_{12} που επίσης φαίνεται στο σχήμα.

Η καμπύλη I_1 μοιάζει με την N_1 και επίσης η I_2 μοιάζει με την N_2 . Η καμπύλη N_{12} όμως δεν μοιάζει καθόλου με την I_{12} . Ο λόγος είναι ότι στην I_{12} έχουμε να συμβαίνει και το φαινόμενο της συμβολής. Αυτό λοιπόν μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το φως συμπεριφέρεται και σαν σωματίδιο και σαν κύμα.

2.5 Μαθηματική περιγραφή του πειράματος Young

Ας υποθέσουμε ότι σε μία θέση που απέχει x από το κέντρο της οθόνης στην οποία οι δύο δέσμες συμβάλλουν εποικοδομητικά.

Όπως έχουμε δει η συνθήκη για να έχουμε εποικοδομητική συμβολή είναι η διαφορά οπτικού δρόμου να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος



Σχήμα 2.5. 1 – Γεωμετρική απεικόνιση του πειράματος του Young

Η διαφορά οπτικού δρόμου στο σχήμα μας είναι :

$$\text{Διαφορά οπτικού δρόμου} = d \cdot \sin\theta$$

Και με βάση τα προηγούμενα πρέπει :

$$d \cdot \sin\theta = m\lambda$$

όπου $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ είναι η τάξη της συμβολής.

Η γωνία θ θα ισούται με :

$$\sin\theta = \frac{PK}{OP} = \frac{x}{D}$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η απόσταση D είναι μεγάλη σε σχέση με την απόσταση d , και άρα η γωνία θ είναι σχετικά μικρή, και μπορούμε να θέσουμε προσεγγιστικά $OP \approx OK = D$, οπότε προκύπτει :

$$\sin\theta = \frac{PK}{OP} = \frac{x}{D}$$

Από προηγούμενο κεφάλαιο είχαμε καταλήξει στην σχέση της έντασης :

$$I = 4 \cdot I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

Τώρα θα έχουμε όμως διαφορά φάσης λόγω διαφοράς οπτικού δρόμου ίση με :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta$$

Επομένως έχουμε :

$$I = 4 \cdot I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta}{2}\right) \Rightarrow$$

$$I = 4 \cdot I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi \cdot d \cdot \sin\theta}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$I = 4 \cdot I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi \cdot d \cdot x}{\lambda \cdot D}\right)$$

Η θέση των μεγίστων x_{max} θα δίνεται από την σχέση :

$$d \cdot \sin\theta = m\lambda \Rightarrow d \cdot \frac{x_{max}}{D} = m\lambda \Rightarrow x_{max} = m \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

Για να βρούμε τις θέσεις των ελαχίστων (x_{min}) όμοια σκεπτόμενοι πρέπει η διαφορά οπτικού δρόμου να είναι περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος. Άρα θα ισχύει :

$$d \cdot \sin\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow d \cdot \frac{x_{min}}{D} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow x_{min} = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda \cdot D}{2d}$$

Και στις δύο σχέσεις ο ακέραιος m εκφράζει την **τάξη συμβολής**, και έχει τιμές $0, \pm 1, \pm 2$ κοκ. Η απόσταση ανάμεσα σε δύο οποιαδήποτε διαδοχικά μέγιστα ή δύο οποιαδήποτε διαδοχικά ελάχιστα είναι :

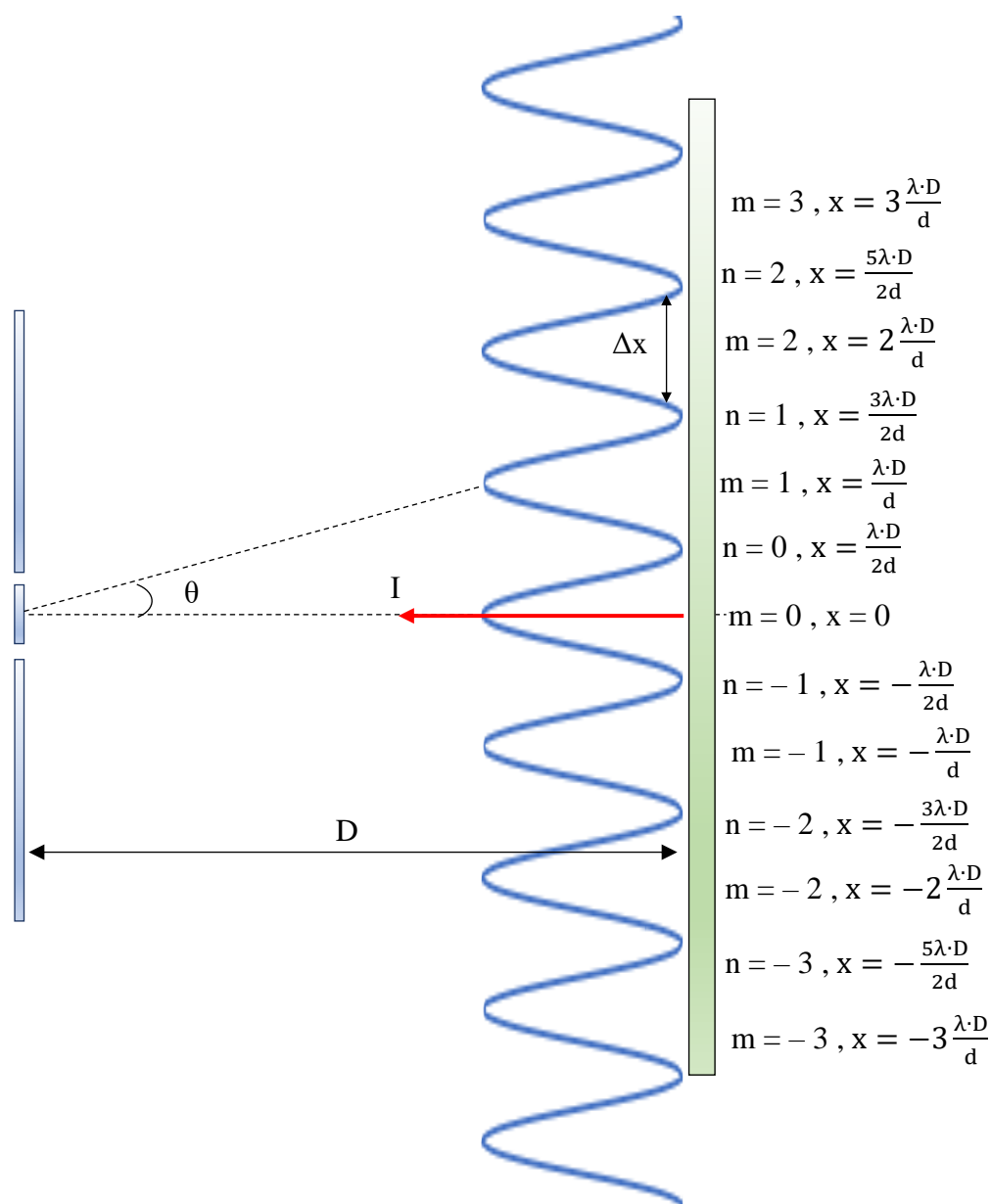
$$\Delta x = x_{max,m+1} - x_{max,m} = (m + 1) \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} - m \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

Η σχέση αυτή είναι πολύ σημαντική γιατί καθορίζει το πάχος κάθε λοβού και μέσα από την μέτρηση της απόστασης μεταξύ δύο μεγίστων μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος κύματος λ της πηγής.

$$\lambda = \frac{\Delta x \cdot d}{D} \quad (\text{πειραματική μέτρηση } \lambda)$$

Μια εικόνα της έντασης της ακτινοβολίας είναι αυτή του Σχήματος 2.5.2



Σχήμα 2.5. 2 – Ένταση της ακτινοβολίας πάνω στην οθόνη

Η γωνία παρατήρησης θ ενός μεγίστου θα δίνεται από την σχέση :

$$\theta \cong \sin\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow \theta_m = m \cdot \frac{\lambda}{d}$$

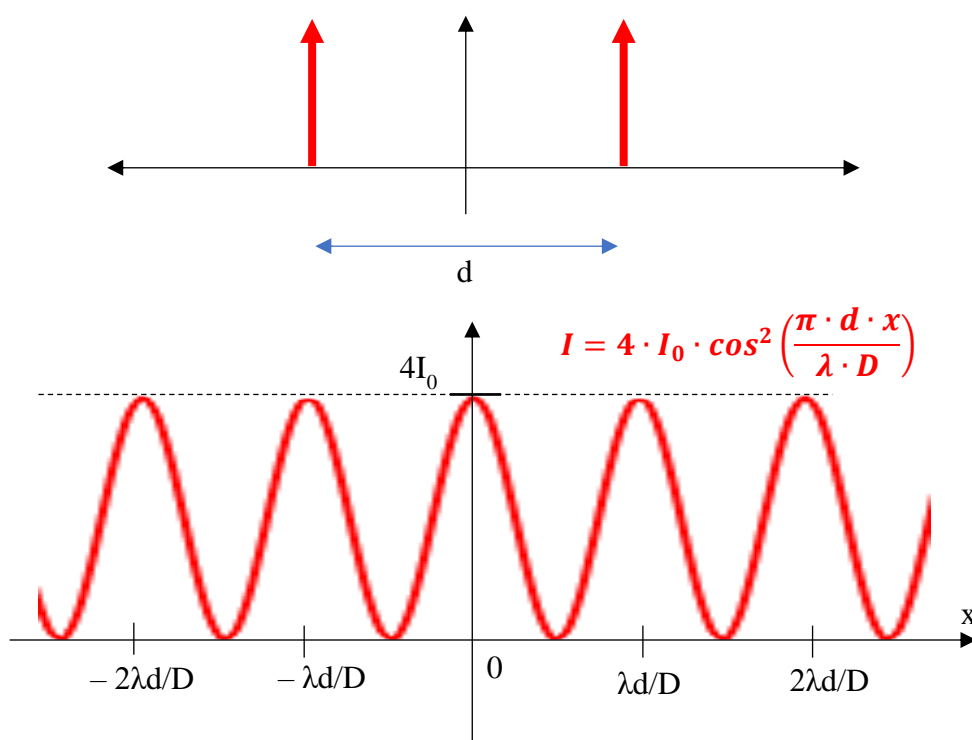
Ενώ η γωνία θ ενός ελαχίστου θα είναι :

$$\theta \cong \sin\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow \theta_n = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2d}$$

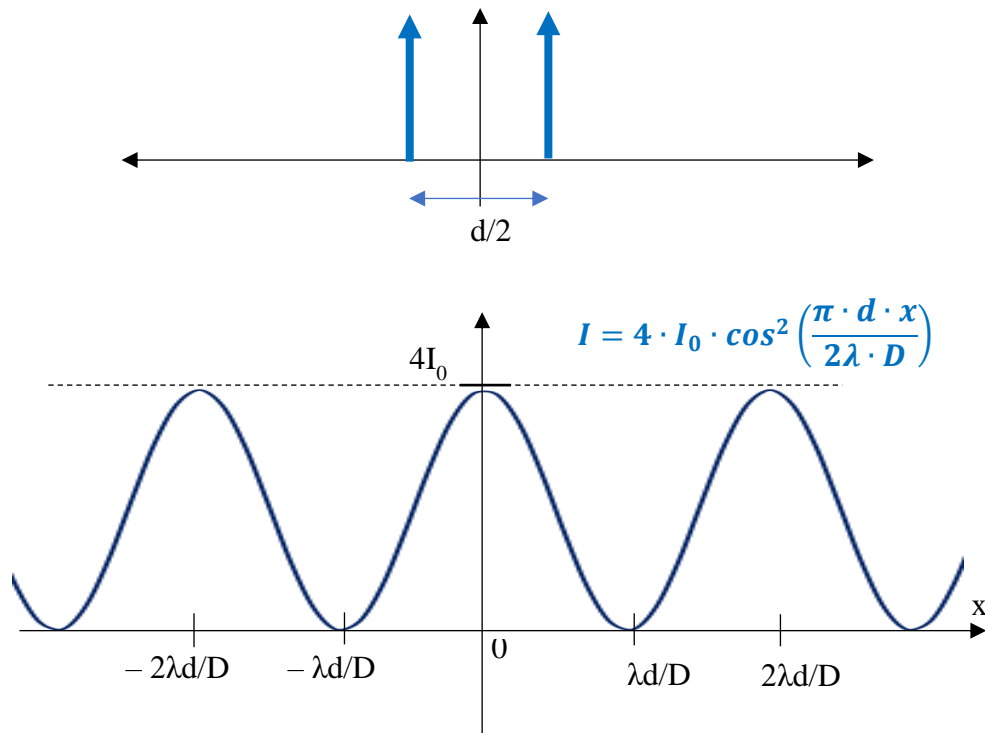
Οι γωνίες είναι ανεξάρτητες από την απόσταση παρατήρησης D , έτσι η διαμόρφωση της φωτεινής έντασης του σχηματισμού είναι σταθερή και απλώς μεγεθύνεται για μεγαλύτερες αποστάσεις παρατήρησης

Η ένταση της ακτινοβολίας εξαρτάται και από την απόσταση d μεταξύ των δύο πηγών.

Επειδή $\Delta x = \frac{\lambda \cdot D}{d}$ αν μειώσουμε την απόσταση των δύο πηγών στο μισό, δηλαδή γίνει $d' = \frac{d}{2}$ το πάχος των κροσσών γίνεται διπλάσιο (Σχήμα 2.5.3 – Σχήμα 2.5.4).



Σχήμα 2.5. 3 – Ένταση για απόσταση d μεταξύ των πηγών



Σχήμα 2.5. 4 – Ένταση για απόσταση $d/2$ μεταξύ των πηγών

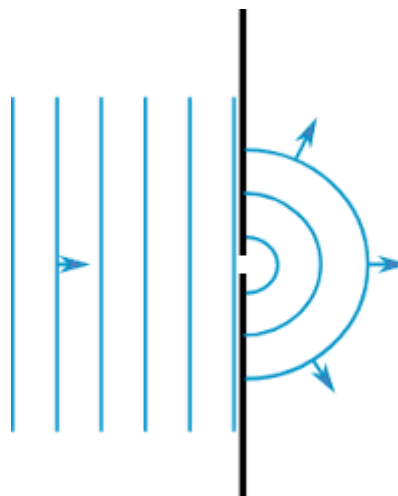
Οι παρατηρήσεις συνοψίζονται ως εξής :

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

- Για συγκεκριμένα D , d όσο μικρότερο λ τόσο πυκνότεροι κροσσοί
- Για συγκεκριμένα D , λ όσο μικρότερο το d τόσο αραιότεροι κροσσοί

3. Περίθλαση

Περίθλαση είναι το φαινόμενο της απόκλισης μιας δέσμης φωτός όταν αυτή συναντήσει μία μικρή οπή σε ένα αδιάφανο διάφραγμα. Προκαλείται καμπύλωση των κυμάτων πίσω από το διάφραγμα και διάδοση μέσα στην περιοχή δεξιά της οπής. Το φαινόμενο αυτό είναι καθαρά κυματικό και μαζί με την συμβολή ήταν αυτά που οδήγησαν στην αποδοχή της διττής φύσης του φωτός. Φαινόμενα περίθλασης δεν είναι εύκολο να παρατηρήσουμε στην καθημερινή μας ζωή γιατί οι περισσότερες πηγές φωτός δεν είναι ούτε μονοχρωματικές ούτε σημειακές. Το φαινόμενο παρατηρείται έντονα όταν το μέγεθος της οπής είναι περίπου ίσο με το μήκος κύματος του φωτός.



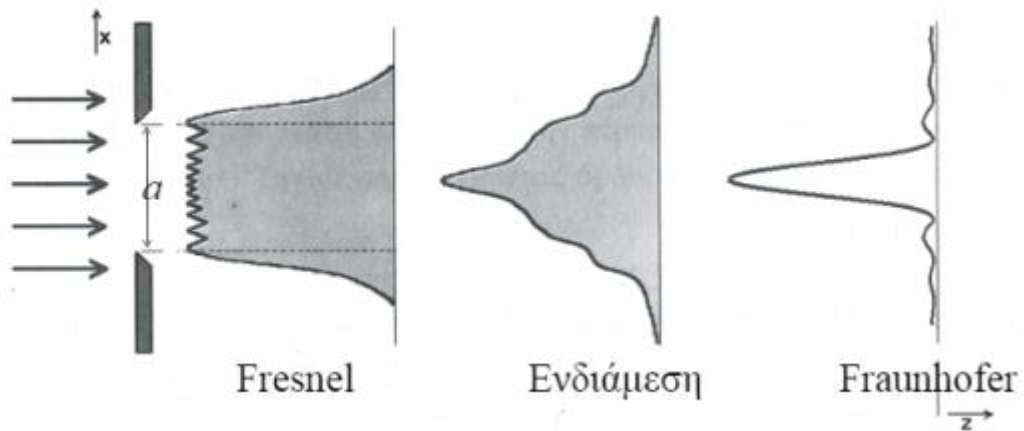
Σχήμα 3.0. 1 – Σημειακή πηγή από οπή

ο φαινόμενο παρατηρείται έντονα όταν το μέγεθος της οπής είναι περίπου ίσο με το μήκος κύματος του φωτός.

Πίσω από την οπή έχουμε ανακατανομή της έντασης με εμφάνιση μεγίστων και ελαχίστων σε διάφορες διευθύνσεις του χώρου σε σχέση με την αρχική διεύθυνση της δέσμης και την θέση του εμποδίου. Αυτές οι φωτεινές και σκοτεινές περιοχές που δημιουργούνται ονομάζονται κροσσοί περίθλασης.

Έχουμε δύο κατηγορίες περίθλασης :

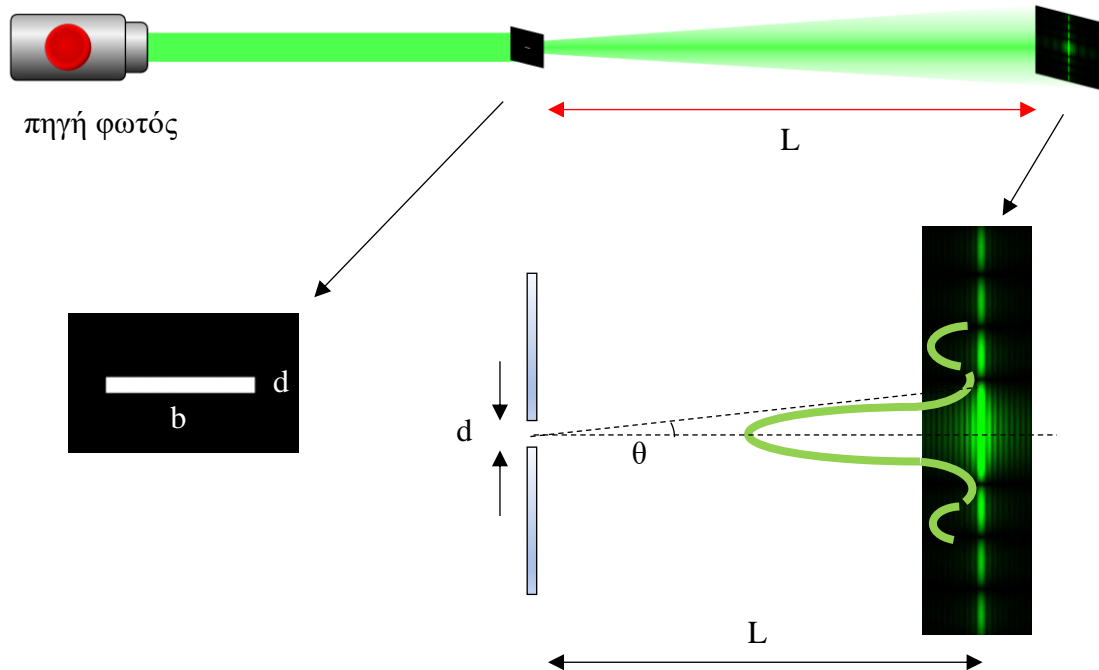
- 1) Περίθλαση Fresnel όπου η φωτεινή πηγή και το σημείο παρατήρησης είναι πολύ κοντά μεταξύ τους. Η μελέτη αυτής της περίπτωσης είναι αρκετά δύσκολο να περιγραφεί μαθηματικά.
- 2) Περίθλαση Fraunhofer όπου η φωτεινή πηγή και το σημείο παρατήρησης βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους. Εάν ο χώρος που έχουμε στην διάθεση μας είναι περιορισμένος (όπως τις περισσότερες φορές σε ένα εργαστήριο) γίνεται χρήση φακών



Σχήμα 3.0. 2 – Περίθλαση Fresnel και Fraunhofer

3.1 Περίθλαση από λεπτή ορθογώνια σχισμή

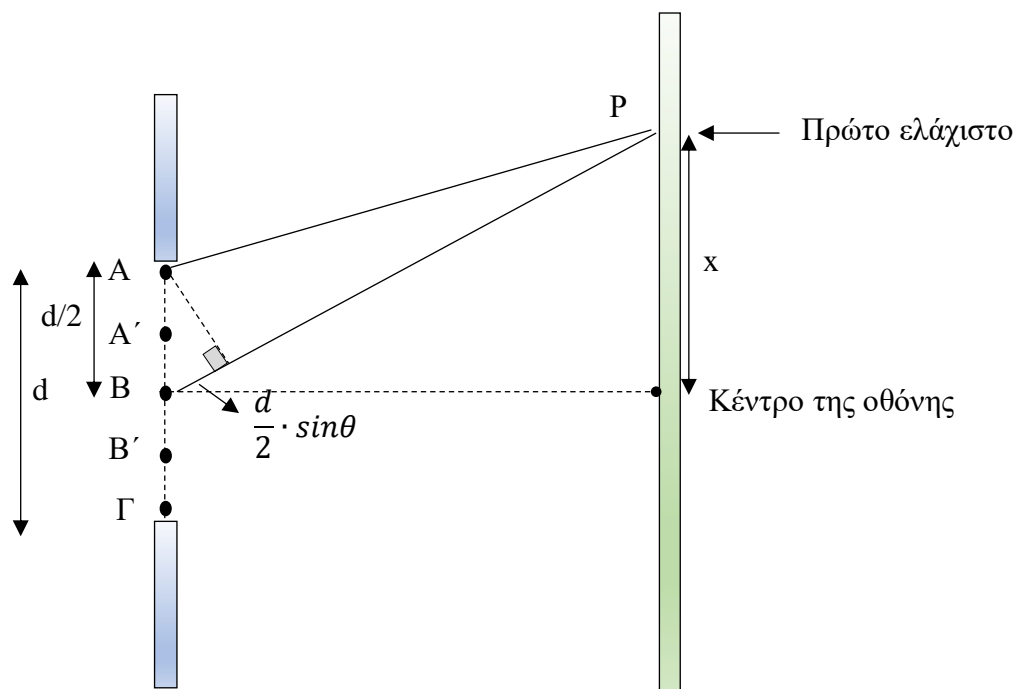
Έστω μια ορθογώνια σχισμή πλάτους d ($d > \lambda$) και μήκους b ($b \gg d$). Σε οθόνη που απέχει απόσταση L από τη σχισμή έχουμε την εμφάνιση φωτεινών και σκοτεινών περιοχών.



Σχήμα 3.1. 1 – Διάταξη περίθλασης από ορθογώνια σχισμή

Σύμφωνα με την αρχή του Huygens κάθε σημείο ενός μετώπου κύματος συμπεριφέρεται σαν πηγή ενός δευτερεύοντος σφαιρικού κύματος που προχωράει με ταχύτητα και συχνότητα ίσες με εκείνες του πρωτεύοντος κύματος.

Με βάση την αρχή αυτή θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε την θέση του πρώτου ελάχιστού.



Σχήμα 3.1. 2 – Γεωμετρία περίθλασης από ορθογώνια σχισμή

Η οπή μπορεί να θεωρηθεί σαν n πηγές που βρίσκονται ανάμεσα της. Χάρην ευκολίας θα θεωρήσουμε πέντε πηγές ωστόσο η λογική είναι η ίδια όσες πηγές και αν πάρουμε. Η συνθήκη ώστε να έχουμε στο σημείο P ελάχιστο είναι όλες οι εντάσεις των κυμάτων που φτάνουν σε αυτό να καταστρέφονται. Έστω δύο σημεία το A που βρίσκεται στο πάνω μέρος της οπής και το B που βρίσκεται ακριβώς στο μέσο. Για να συμβάλλουν τα δύο σημεία καταστροφικά πρέπει η διαφορά οπτικού δρόμου που έχουν να είναι πολλαπλάσιο του $\lambda/2$. Έτσι έχουμε :

$$\frac{d}{2} \cdot \sin\theta = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda$$

Όταν ισχύει αυτό τότε μπορούμε να βρούμε για κάθε σημειακή πηγή ανάμεσα στο ΑΓ ένα άλλο σημείο – πηγή που η μεταξύ τους διαφορά οπτικού δρόμου θα είναι $\lambda/2$ όπως στο παράδειγμα μας τα σημεία A' με το B'. Έτσι λοιπόν όλα τα σημεία θα αναιρούν το

ένα το άλλο και θα έχουμε καταστροφική συμβολή με την σχέση που θα δίνει τους σκοτεινούς κροσσούς να είναι η :

$$d \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda$$

όπου n η τάξη του σκοτεινού κροσσού και παίρνει τιμές $\pm 1, \pm 2, \dots$

Μπορούμε εδώ να επισημάνουμε ότι :

- Η σχέση μοιάζει πολύ με αυτήν της συμβολής από δύο οπές ωστόσο είναι διαφορετική η φυσική της σημασία
- Για $n = 0$ δεν έχουμε το πρώτο ελάχιστο, αντίθετα έχουμε το κεντρικό μέγιστο και παρακάτω θα εξηγήσουμε τον λόγο που συμβαίνει αυτό.

Με την ίδια λογική μπορούμε να εκφράσουμε την σχέση για τα δευτερεύοντα μέγιστα όπου θα είναι :

$$d \cdot \sin\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$

με $n = \pm 1, \pm 2, \dots$

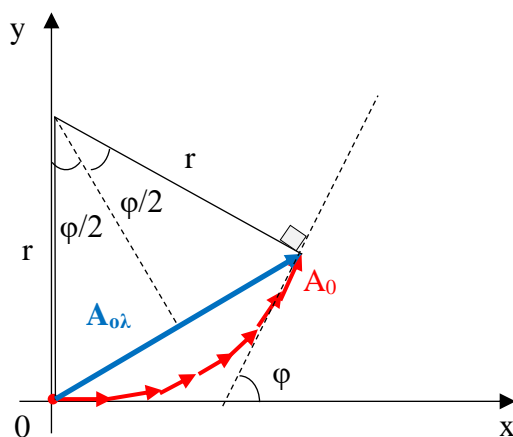
Επειδή και πάλι η γωνία θ είναι πολύ μικρή μπορούμε να πάρουμε την προσέγγιση

$$\theta \cong \sin\theta = \frac{x}{L}$$

Έτσι οι θέσεις των ελαχίστων στη οθόνη δίνονται από την σχέση :

$$x_{min} = n \cdot \frac{\lambda \cdot L}{d}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την ένταση της ακτινοβολίας που διέρχεται από την οπή. Για να το κάνουμε αυτό θα βρούμε πρώτα πόσο είναι το πλάτος του κύματος που προκύπτει από την συμβολή N πηγών (αρχή Huygens) όπου το $N \rightarrow \infty$. Όλες οι δευτερεύουσες αυτές N πηγές έχουν το ίδιο πλάτος και την ίδια φάση, επομένως η μόνη διαφορά φάσης στο συνιστάμενο πλάτος θα οφείλεται στην διαφορά του οπτικού δρόμου. Έστω λοιπόν ότι κάθε πηγή με την αμέσως επόμενη έχουν μια σταθερή διαφορά φάσης $\Delta\phi$. Τότε μπορούμε να σχεδιάσουμε το διάγραμμα φάσης του Σχήματος 3.1.3.



Σχήμα 3.1. 3 – Διάγραμμα φάσης N πηγών

Κάθε κόκκινο διάνυσμα αντιστοιχεί στο πλάτος μίας σημειακής πηγής και σχηματίζει γωνία $\Delta\varphi$ (όσο η διαφορά της φάσης) με το επόμενο του. Όσο το $N \rightarrow \infty$ τα διανύσματα αυτά θα είναι τμήμα ενός κύκλου ακτίνας r με επίκεντρη γωνία φ , όσο η διαφορά της φάσης φ μεταξύ των δύο ακραίων σημειακών πηγών της οπής, και χορδή που θα δίνει το συνισταμένο πλάτος που ζητάμε.

Το άθροισμα $N \cdot A_0$ θα είναι ίσο με το μήκος του τόξου που σχηματίζεται άρα :

$$N \cdot A_0 = \varphi \cdot r$$

Από το τρίγωνο που σχηματίζεται μπορούμε να εξαγάγουμε τη σχέση :

$$\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{A_{o\lambda}}{2r} \Rightarrow A_{o\lambda} = 2r \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

Όμως μπορούμε να συνδυάσουμε τις δύο προηγούμενες χέσεις οπότε και έχουμε :

$$A_{o\lambda} = 2 \cdot \frac{N \cdot A_0}{\varphi} \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \Rightarrow A_{o\lambda} = 2 \cdot N \cdot A_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\varphi}$$

Και επειδή $I \propto A^2$ καταλήγουμε ότι η ένταση της ακτινοβολίας θα δίνεται από την σχέση :

$$I_n = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}$$

Και όπου φ η διαφορά φάσης ανάμεσα σε δύο διαδοχικές πηγές με :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta$$

Τελικά γράφουμε :

$$I_n = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta\right)^2}$$

Ελάχιστα έχουμε όταν μηδενίζεται ο αριθμητής δηλαδή όταν :

$$\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta = n \cdot \pi \Rightarrow d \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda$$

Η σχέση που καταλήξαμε πριν. Όταν τώρα βάλουμε $n = 0$, δηλαδή $\theta = 0$ προκύπτει απροσδιοριστία $\frac{0}{0}$ και εφαρμόζουμε τον κανόνα του L' Hospital.

$$I_n = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta\right)^2} \Rightarrow I_n = I_0 \cdot \left(\frac{\sin 0}{0}\right)^2 \Rightarrow I_n = I_0$$

Αν τώρα θελήσουμε να βρούμε τις τιμές των δευτερευόντων μεγίστων τότε πολύ απλά θα αντικαταστήσουμε στην σχέση της έντασης την σχέση που δίνει τα μέγιστα :

$$d \cdot \sin\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$

και θα προκύψει :

$$I_n = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \pi\right)}{\left(\left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \pi\right)^2} \text{ με } n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Τελικά τα δευτερεύοντα μέγιστα θα παίρνουν τιμές

Τάξη δευτερευόντως μεγίστου (n)	Σχέση εντάσεων $\frac{I_n}{I_0}$	Θέση (x)
1	0,045	$\frac{3\lambda \cdot L}{2d}$
2	0,016	$\frac{5\lambda \cdot L}{2d}$
3	0,008	$\frac{7\lambda \cdot L}{2d}$

Πίνακας 3. 1 – Σχέση τάξης μεγίστου με λόγω εντάσεων και θέση

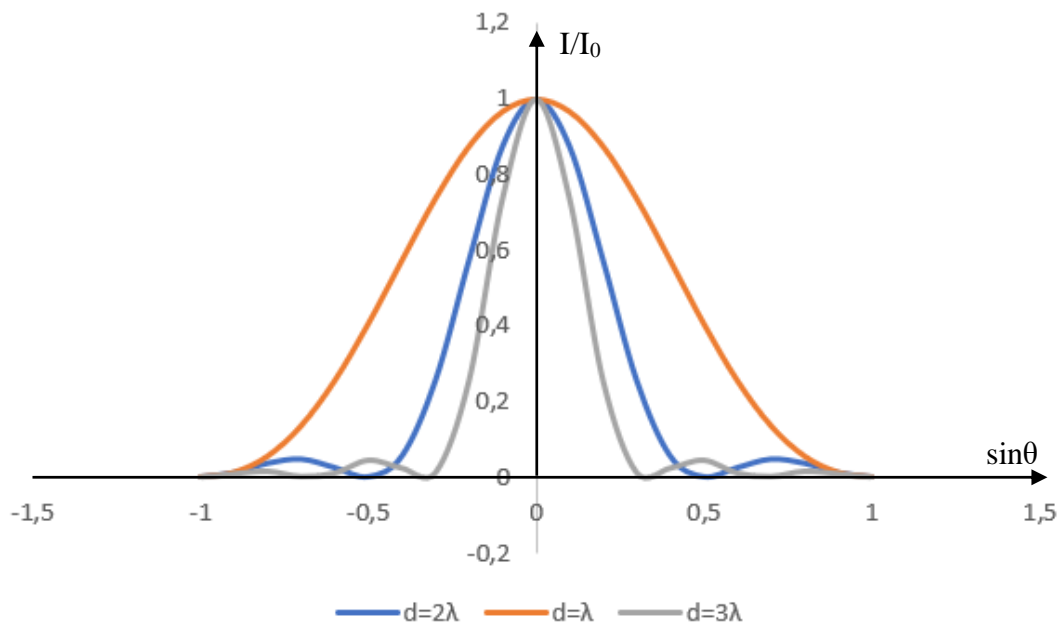
Ας επανέλθουμε τώρα πάλι στην σχέση

$$d \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda$$

Αν θεωρήσουμε τον λόγο $\frac{d}{\lambda}$ δεδομένο (δηλαδή το d και το λ να μην μεταβάλλονται στο πείραμα που εκτελούμε) και λόγω του γεγονότος ότι $|\sin\theta| \leq 1$ δεν μπορούμε να έχουμε άπειρους κροσσούς περίθλασης. Συγκεκριμένα ο μέγιστος αριθμός κροσσών είναι :

$$|n| \leq \frac{d}{\lambda} \Rightarrow n_{max} = \frac{d}{\lambda}$$

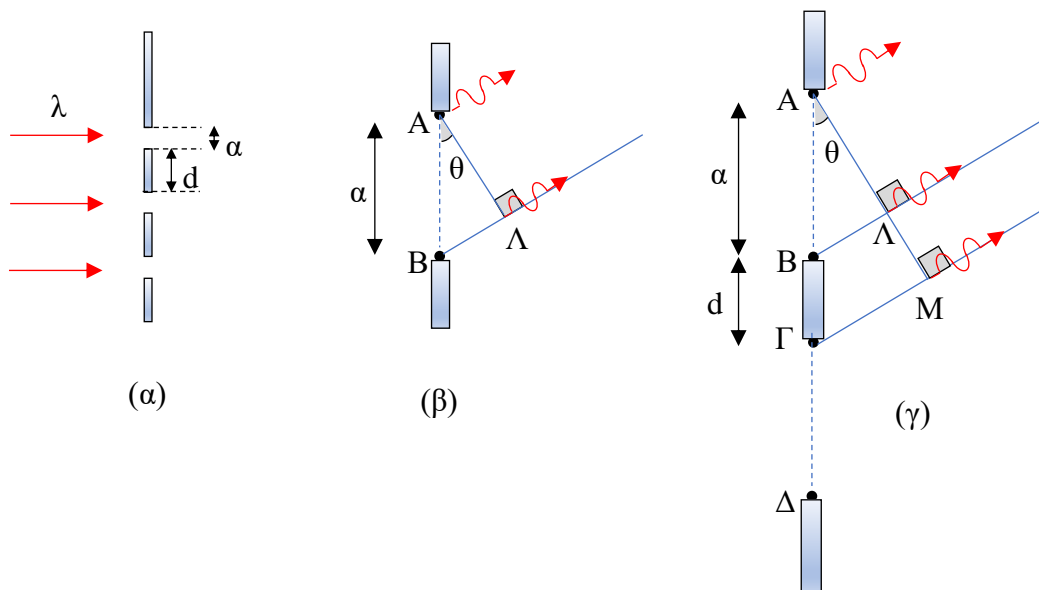
Επίσης φαίνεται από την παραπάνω σχέση ότι αν $\lambda > d$ δεν εμφανίζονται φωτεινές και σκοτεινές περιοχές άλλα μόνο ένα κύριο μέγιστο το οποίο φθίνει καθώς μεγαλώνει η γωνία παρατήρησης από 0 έως $\pi/2$. Με την ίδια λογική φαίνεται ότι με την αύξηση του d το κεντρικό μέγιστο γίνεται οξύτερο (Σχήμα 3.1.4).



Σχήμα 3.1. 4 – Σχέση έντασης ακτινοβολίας με πλάτος σχισμής

3.2 Περίθλαση – Συμβολή από N σχισμές

Έστω τώρα μία φωτεινή δέσμη μήκους κύματος λ προσπίπτει σε γραμμική διάταξη N παράλληλων ορθογώνιων σχισμών, πλάτους a , που η ισαπέχουν μεταξύ τους απόσταση d όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.2.1(α).



Σχήμα 3.2. 1 – Φράγμα περίθλασης N σχισμών

Σε κάθε μία από τις οπές θα εμφανίζεται το φαινόμενο της περίθλασης. Έτσι θα έχουμε για κάθε οπή τελικά ότι :

Η διαφορά οπτικού δρόμου θα είναι ΒΛ (Σχήμα 3.2.1 β) :

$$\sin\theta = \frac{BL}{AB} \Rightarrow \sin\theta = \frac{BL}{\alpha} \Rightarrow \mathbf{BL = \alpha \cdot \sin\theta}$$

Και η διαφορά φάσης :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot BL \Rightarrow \mathbf{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta}$$

Για να εμφανιστεί το φαινόμενο της συμβολής πρέπει να έχουμε τουλάχιστον δύο οπές. Από την περίπτωση των η αρμονικών ταλαντωτών είδαμε ότι για να βρούμε την συνισταμένη ένταση εργαζόμαστε ως εξής :

Η διαφορά οπτικού δρόμου είναι ΓΜ (Σχήμα 3.2.1 γ):

$$\sin\theta = \frac{GM}{AG} \Rightarrow \sin\theta = \frac{GM}{\alpha + d} \Rightarrow$$

$$\mathbf{GM = (\alpha + d) \cdot \sin\theta}$$

Ενώ η διαφορά φάσης είναι :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot GM \Rightarrow \mathbf{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\alpha + d) \cdot \sin\theta} \Rightarrow$$

$$\mathbf{\Delta\varphi = 2\beta}$$

Η κάθε οπή λοιπόν θα δίνει ένα κύμα της μορφής :

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \Delta\varphi)$$

όπου το πλάτος θα είναι :

$$A = A_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta}$$

λόγω της περίθλασης που πραγματοποιείται.

Έστω λοιπόν y_1, y_2, \dots, y_N τα κύματα που προκύπτουν από την 1η, 2η, ... N οπή τότε :

$$y_1 = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

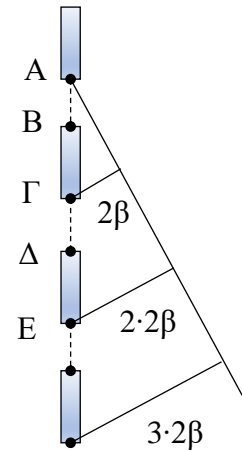
$$y_2 = A \cdot \sin(\omega \cdot t + 2\beta)$$

$$y_3 = A \cdot \sin[\omega \cdot t + 2(2\beta)]$$

$$y_4 = A \cdot \sin[\omega \cdot t + 3(2\beta)]$$

⋮

$$y_N = A \cdot \sin[\omega \cdot t + (N - 1)(2\beta)]$$



Σχήμα 3.2. 2 – Σταθερή
διαφορά φάσης

Το αποτέλεσμα που προκύπτει λόγω όλων των $N - \sigma$ χισμών είναι :

$$y_{ολ} = y_1 + y_2 + \dots + y_N \Rightarrow$$

$$y_{ολ} = A \cdot \sin(\omega \cdot t) + A \cdot \sin(\omega \cdot t + 2\beta) + \dots + A \cdot \sin[\omega \cdot t + (N - 1)(2\beta)] \Rightarrow$$

$$y_{ολ} = A \cdot \{ \sin(\omega \cdot t) + \sin(\omega \cdot t + 2\beta) + \dots + \sin[\omega \cdot t + (N - 1)(2\beta)] \}$$

Όμως ξέρουμε για την σειρά αθροίσματος των ημιτόνων ότι :

$$\sum_{k=0}^{N-1} \sin(a + kd) = \frac{\sin\left(N \cdot \frac{d}{2}\right)}{\sin\left(\frac{d}{2}\right)} \cdot \sin\left[\frac{2a + (N - 1)d}{2}\right]$$

Κατά συνέπεια έχουμε :

$$y_{ολ} = A_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta} \cdot \frac{\sin(N\beta)}{\sin(\beta)} \cdot \sin[\omega t + (N - 1)\beta]$$

Επειδή η ένταση της ακτινοβολίας $I \propto A^2$ η ένταση θα δίνεται από τον τύπο

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(N \cdot \frac{\pi}{\lambda} \cdot (\alpha + d) \cdot \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot (\alpha + d) \cdot \sin\theta\right)} \right)^2$$

Παρατηρούμε ότι η ένταση της ακτινοβολίας εξαρτάται από δύο όρους.

Ο πρώτος είναι ο :

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta}$$

που ονομάζεται **παράγοντας περίθλασης** και από τον δεύτερο όρο :

$$\frac{\sin\left(N \cdot \frac{\pi}{\lambda} \cdot (\alpha + d) \cdot \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot (\alpha + d) \cdot \sin\theta\right)}$$

όπου λέγεται **παράγοντας συμβολής**. Όταν ο αριθμός των οπών είναι πολύ μεγάλος δηλαδή $N \rightarrow \infty$ τότε η διάταξη λέγεται φράγμα περίθλασης και η σταθερά d λέγεται σταθερά φράγματος.

3.3 Μέγιστα και ελάχιστα της συμβολής N οπών

Θα θέσουμε χάριν ευκολίας $\left(\frac{\sin(N\beta)}{\sin(\beta)}\right)^2 = z$. Για να βρούμε τα ακρότατα της συνάρτησης θα την παραγωγίσουμε, έτσι :

$$\frac{dz}{d\beta} = \frac{\sin^2(\beta) \cdot 2\sin(N\beta) \cdot \cos(N\beta) \cdot N - \sin^2(N\beta) \cdot 2\sin(\beta) \cdot \cos(\beta)}{\sin^4(\beta)} \Rightarrow$$

$$\frac{dz}{d\beta} = \frac{2\sin^2(N\beta) \cdot \sin^2(\beta)}{\sin^4(\beta)} \cdot \left[N \cdot \frac{\cos(N\beta)}{\sin(N\beta)} - \frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta)} \right] \Rightarrow$$

$$\frac{dz}{d\beta} = \frac{2\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)} \cdot [N \cdot \cot(N\beta) - \cot(\beta)]$$

Για να έχουμε μέγιστο ή ελάχιστο (ακρότατο) πρέπει $\frac{dz}{d\beta} = 0$. Έτσι οδηγούμαστε στη σχέση :

$$\frac{2\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)} \cdot [N \cdot \cot(N\beta) - \cot(\beta)] = 0$$

Για να είναι το παραπάνω γινόμενο μηδέν πρέπει

$$\frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)} = 0 \quad (1)$$

ή

$$N \cdot \cot(N\beta) - \cot(\beta) = 0 \quad (2)$$

Θα εργαστούμε στην εξίσωση (1). Έστω $\sin(\beta) = 0$ δηλαδή :

$$\sin(\beta) = 0 \Rightarrow \sin(\beta) = \sin(n\pi) \Rightarrow \beta = \pm n\pi$$

Αφού $\sin\beta = 0$ τότε θα ισχύει και $\sin N\beta = 0$. Έτσι οδηγούμαστε στην απροσδιοριστία $\frac{0}{0}$ και από θεώρημα d' Hospital έχουμε :

$$\frac{\sin(N\beta)}{\sin(\beta)} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{\beta \rightarrow \pm n\pi} \frac{\frac{d\sin(N\beta)}{d\beta}}{\frac{d\sin(\beta)}{d\beta}} = \lim_{\beta \rightarrow \pm n\pi} \frac{N\cos(N\beta)}{\cos(\beta)} = \frac{N\cos(\pm Nn\pi)}{\cos(\pm n\pi)} = \pm N$$

Έτσι η ένταση θα είναι ανάλογη τελικά του N^2 .

$$I(\theta) = N^2 \cdot I_0 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta} \right)^2$$

Οι θέσεις των κυρίων μεγίστων θα δίνονται από την σχέση :

$$\beta = \pm n\pi \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} \cdot (\alpha + d) \cdot \sin\theta = \pm n\pi \Rightarrow (\alpha + d) \cdot \sin\theta = \pm n\lambda \Rightarrow$$

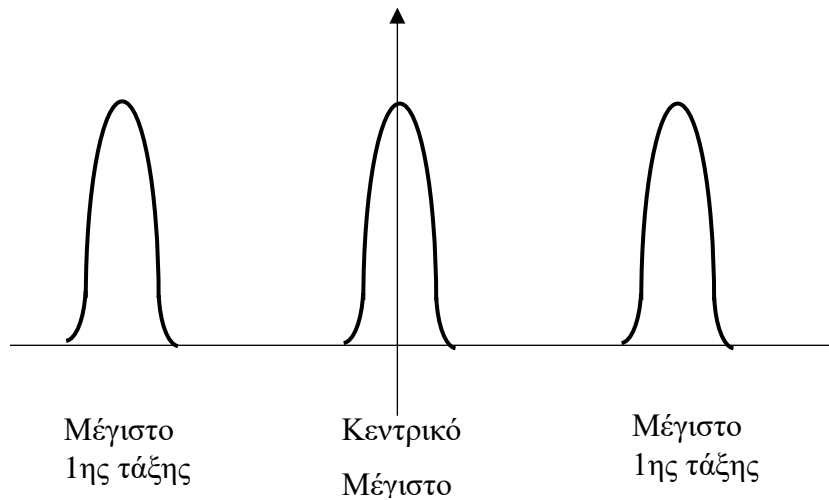
$$\sin\theta = \frac{\pm n\lambda}{(\alpha + d)}$$

Επειδή θ είναι πολύ μικρή θα ισχύει η προσέγγιση $\theta \cong \sin(\theta)$.

Για $n = 0$ έχουμε $\theta_0 = 0$ που είναι το κεντρικό κύριο μέγιστο .

Για $n = 1$ έχουμε $\theta_1 = \frac{\pm\lambda}{(\alpha+d)}$ που είναι το κύριο μέγιστο πρώτης τάξης.

Για $n = 2$ έχουμε $\theta_2 = \frac{\pm 2\lambda}{(\alpha+d)}$ που είναι το κύριο μέγιστο δεύτερης τάξης.



Σχήμα 3.3. 1 – Εμφάνιση μεγίστου 1ης τάξης εκατέρωθεν του κεντρικού μεγίστου

Για να έχουμε ελάχιστο πρέπει η ένταση να γίνει ίση με το 0. Έτσι πρέπει :

$$\frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)} = 0 \Rightarrow \sin(N\beta) = 0 \Rightarrow N\beta = \pm k\pi$$

Προσοχή όμως το k μπορεί να πάρει όλες τις ακέραιες τιμές εκτός των τιμών :

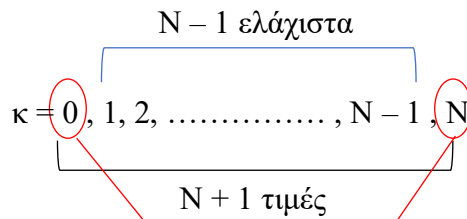
$$k \neq 0, N, 2N, 3N, \dots, nN$$

Ο λόγος είναι ότι για τις τιμές αυτές θα έχουμε :

$$N\beta = \pm nN\pi \Rightarrow \beta = \pm n\pi$$

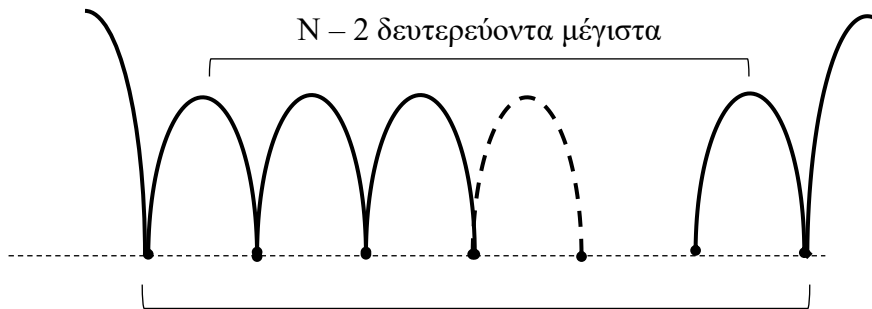
που μόλις είδαμε ότι οδηγεί σε απροσδιοριστία 0/0 και τελικά σε κυρίως μέγιστο.

Μπορούμε επίσης να συμπεράνουμε ότι το n μπορεί να πάρει $N - 1$ τιμές , δηλαδή να έχουμε $N - 1$ ελάχιστα ανάμεσα σε δύο κυρίως μέγιστα και $N - 2$ δευτερεύοντα μέγιστα.



Κόρια μέγιστα

(α)



$N - 1$ ελάχιστα

(β)

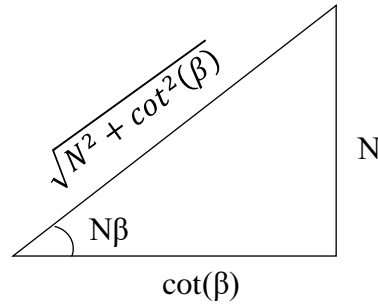
Σχήμα 3.3. 2 – Δευτερεύοντα μέγιστα και ελάχιστα μεταξύ δύο κυρίων μεγίστων

Η συνθήκη για τα δευτερεύοντα θα δίνεται από την εξίσωση (2) :

$$N \cdot \cot(N\beta) - \cot(\beta) = 0 \quad (\text{εκτός της τιμής } \beta = \pm n\pi)$$

$$\cot(N\beta) = \frac{\cot(\beta)}{N}$$

Επομένως μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές τις $\cot(\beta)$ και N , γωνία την $N\beta$ και υποτείνουσα $\sqrt{N^2 + \cot^2(\beta)}$ τις οποίας η συνεφαπτομένη είναι η σχέση που αποδείξαμε.



Σχήμα 3.3. 3 – Γεωμετρικό τρικ αλλαγής του $\sin(N\beta)$

Ο λόγος που κάναμε αυτό το τρίγωνο είναι για να εκφράσουμε το ημίτονο της γωνίας $N\beta$, που εμφανίζεται στον τύπο της έντασης της ακτινοβολίας, με διαφορετικό τρόπο.

Έτσι έχουμε :

$$\sin(N \cdot \beta) = \frac{N}{\sqrt{N^2 + \cot^2(\beta)}}$$

Άρα :

$$\left(\frac{\sin(N \cdot \beta)}{\sin(\beta)}\right)^2 = \frac{N^2}{(N^2 + \cot^2(\beta)) \cdot \sin^2(\beta)} = \frac{N^2}{N^2 \cdot \sin^2(\beta) + \cot^2(\beta) \cdot \sin^2(\beta)} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\sin(N \cdot \beta)}{\sin(\beta)}\right)^2 = \frac{N^2}{N^2 \cdot \sin^2(\beta) + \frac{\cos^2(\beta)}{\sin^2(\beta)} \cdot \sin^2(\beta)} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\sin(N \cdot \beta)}{\sin(\beta)}\right)^2 = \frac{N^2}{N^2 \cdot \sin^2(\beta) + \cos^2(\beta)} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\sin(N \cdot \beta)}{\sin(\beta)}\right)^2 = \frac{N^2}{N^2 \cdot \sin^2(\beta) + (1 - \sin^2(\beta))} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\sin(N \cdot \beta)}{\sin(\beta)}\right)^2 = \frac{N^2}{(N^2 - 1)\sin^2(\beta) + 1}$$

Επομένως η ένταση που δίνουν τα δευτερεύοντα μέγιστα γράφεται :

$$I_{\Delta\epsilon\upsilon\tau M} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N \cdot \beta)}{\sin(\beta)} \right)^2 \Rightarrow$$

$$I_{\Delta\epsilon\upsilon\tau M} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta} \right)^2 \cdot \left(\frac{N^2}{(N^2 - 1)\sin^2(\beta) + 1} \right) \Rightarrow$$

Η σχέση ανάμεσα στην ένταση των κυρίων και δευτερευόντων μεγίστων θα είναι :

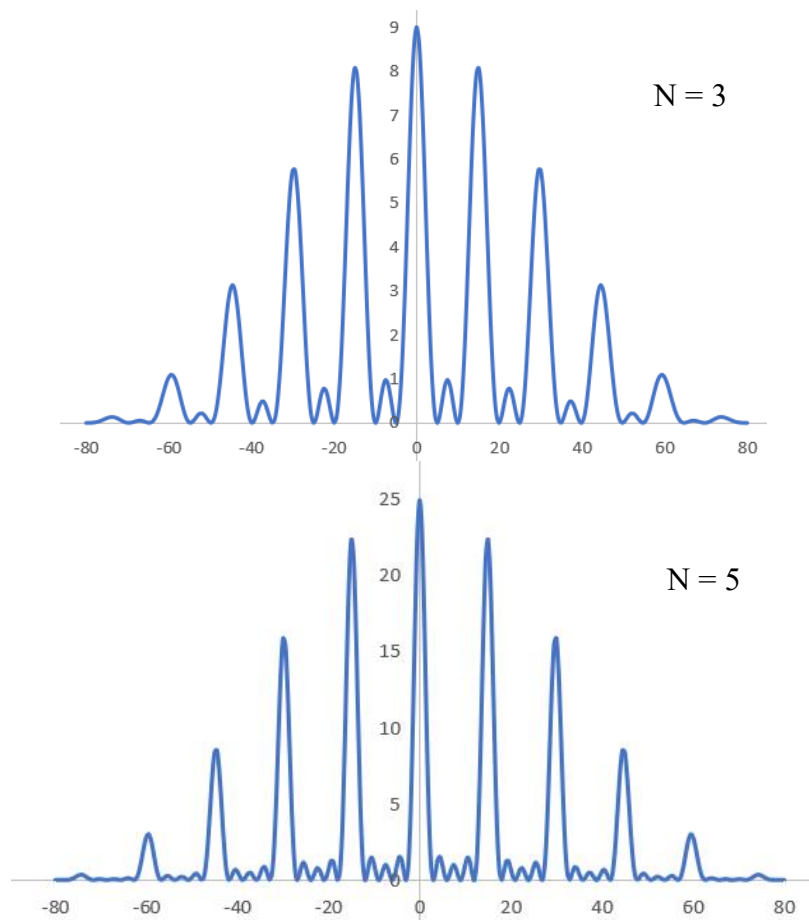
$$\left\{ \begin{array}{l} I(\theta) = N^2 \cdot I_0 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta} \right)^2 \\ I_{\Delta\epsilon\upsilon\tau M} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \alpha \cdot \sin\theta} \right)^2 \cdot \left(\frac{N^2}{(N^2 - 1)\sin^2(\beta) + 1} \right) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\frac{I(\theta)}{I_{\Delta\epsilon\upsilon\tau M}} = \frac{N^2}{\frac{N^2}{(N^2 - 1)\sin^2(\beta) + 1}} \Rightarrow$$

$$\frac{I(\theta)}{I_{\Delta\epsilon\upsilon\tau M}} = (N^2 - 1)\sin^2(\beta) + 1 \Rightarrow$$

$$I_{\Delta\epsilon\upsilon\tau M} = \frac{I(\theta)}{(N^2 - 1)\sin^2(\beta) + 1}$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι όσο το N αυξάνει , δηλαδή όσο περισσότερες οπές έχουμε, τόσο ελαττώνεται η ένταση των δευτερευόντων μεγίστων σε σχέση με την ένταση του κυρίως μεγίστου.



Σχήμα 3.3. 4 Διαφορά έντασης δευτερευόντων και κυρίων μεγίστων με αύξηση του N

Οι θέσεις των δευτερευόντων μεγίστων μπορούν να βρεθούν με τη βοήθεια της εξίσωσης (2) :

$$N \cdot \cot(N\beta) - \cot(\beta) = 0 \Rightarrow$$

$$N \cdot \frac{1}{\tan(N\beta)} - \frac{1}{\tan(\beta)} = 0 \Rightarrow$$

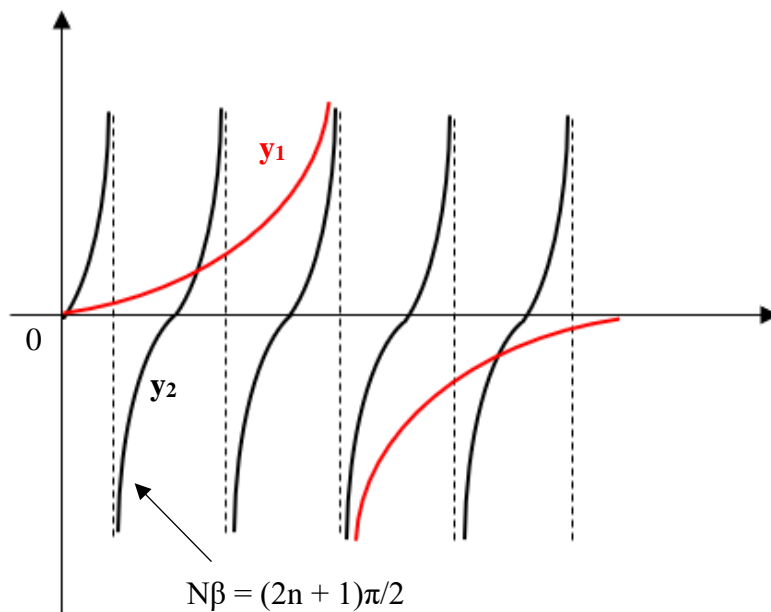
$$\frac{N}{\tan(N\beta)} = \frac{1}{\tan(\beta)} \Rightarrow$$

$$N \cdot \tan(\beta) = \tan(N\beta)$$

Έστω $y_1 = N \cdot \tan(\beta)$ και $y_2 = \tan(N \cdot \beta)$

Οι θέσεις θα δοθούν αν βρούμε τα σημεία τομής των δύο γραφικών παραστάσεων.

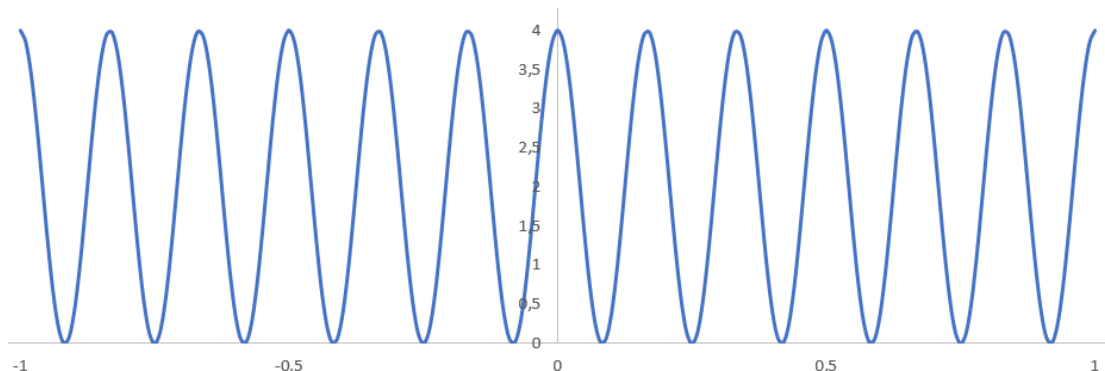
Η y_1 δίνει δύο καμπύλες ασύμπτωτες στην ευθεία $\beta = \pi/2$. Η y_2 δίνει μια ομάδα καμπύλων που είναι ασύμπτωτες στις ευθείες $N\beta = (2n + 1)\pi/2$



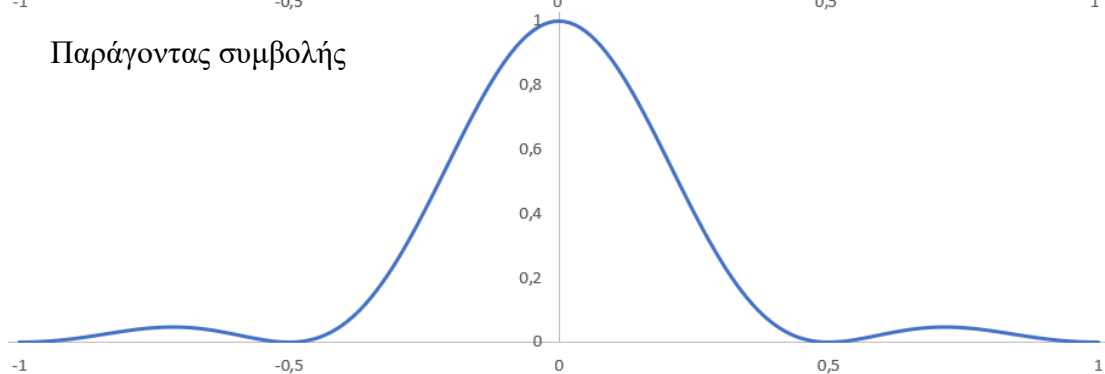
Σχήμα 3.3. 5 – Σημεία τομής γραφικών παραστάσεων y_1 και y_2

Θα εξετάσουμε τώρα πώς επηρεάζει ο λόγος d/a την εικόνα της έντασης της ακτινοβολίας. Παρακάτω δίνονται οι γραφικές παραστάσεις για 2 οπές ($N = 2$) και $d/a = 2$, $d/a = 3$ και $d/a = 4$ (Σχήματα 3.3.6 – 3.3.7 – 3.3.8).

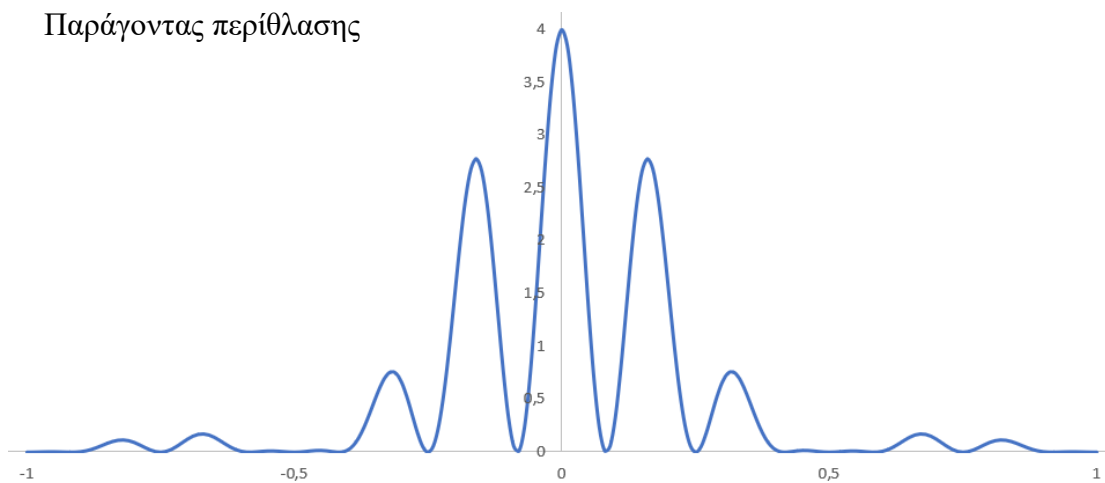
$$N = 2, d/a = 2$$



Παράγοντας συμβολής

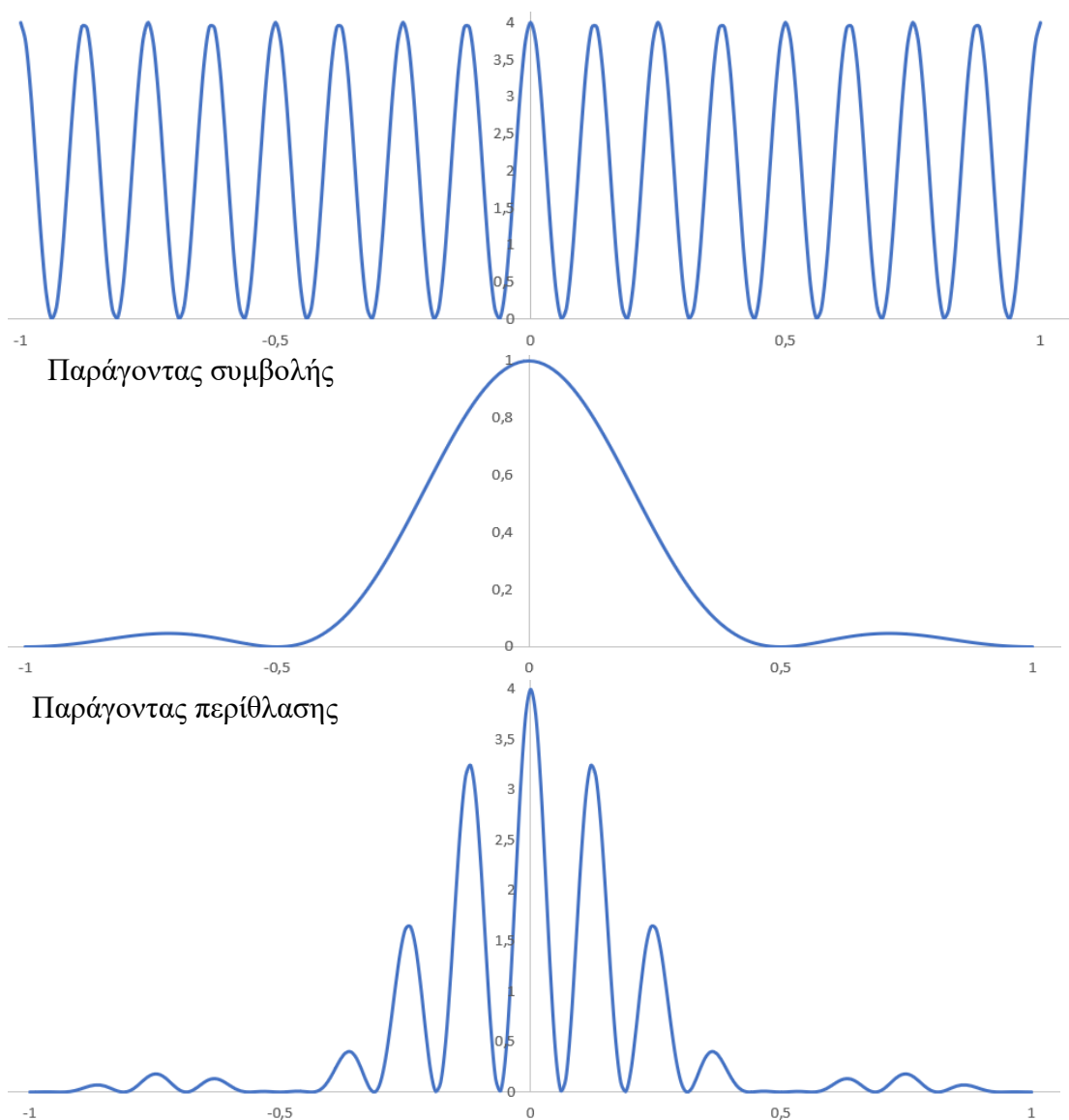


Παράγοντας περίθλασης



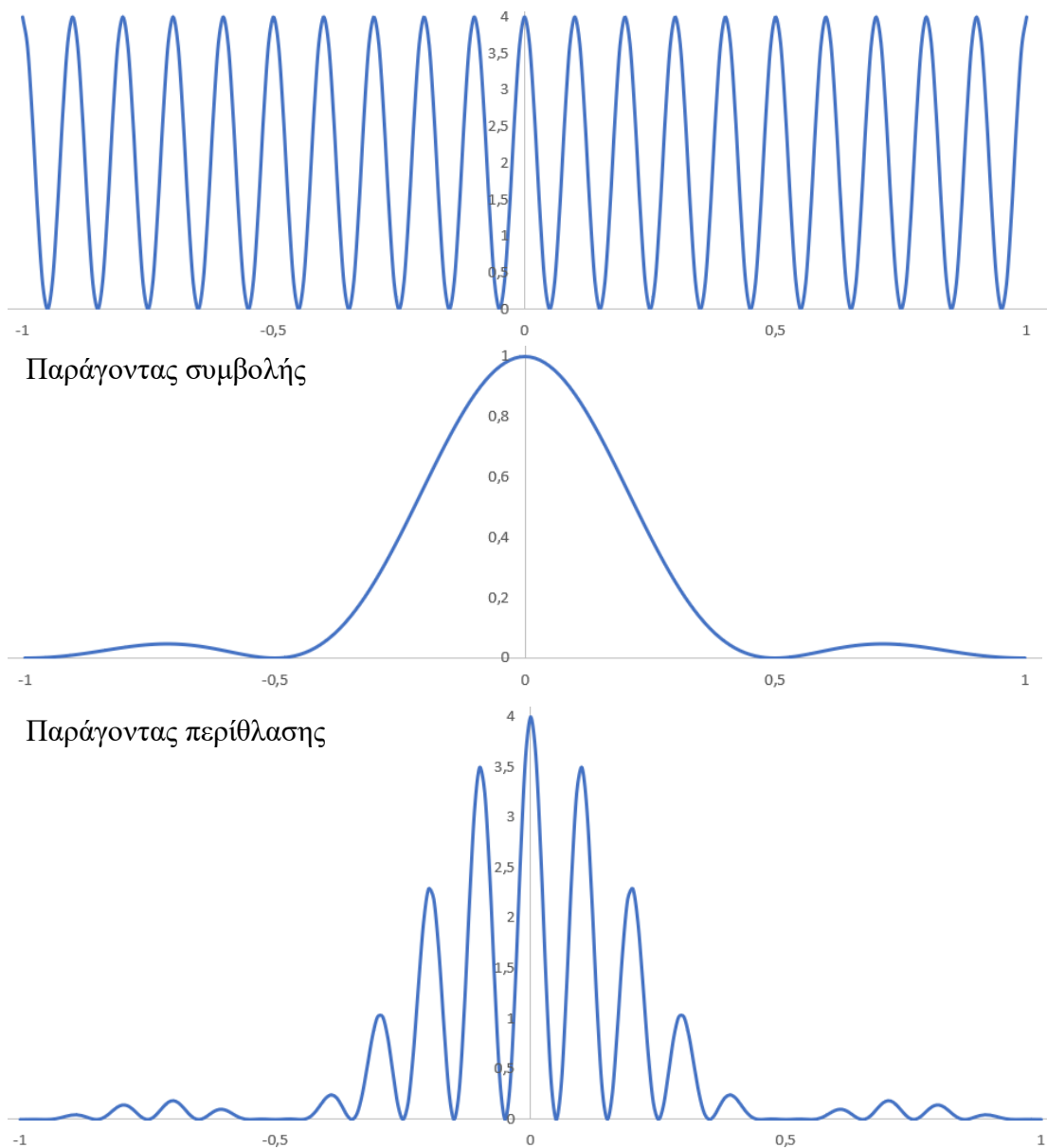
Σχήμα 3.3. 6 – Ένταση ακτινοβολίας για $d/a = 2$

$$N = 2, d/a = 3$$



Σχήμα 3.3. 7- Ένταση ακτινοβολίας για $d/a = 3$

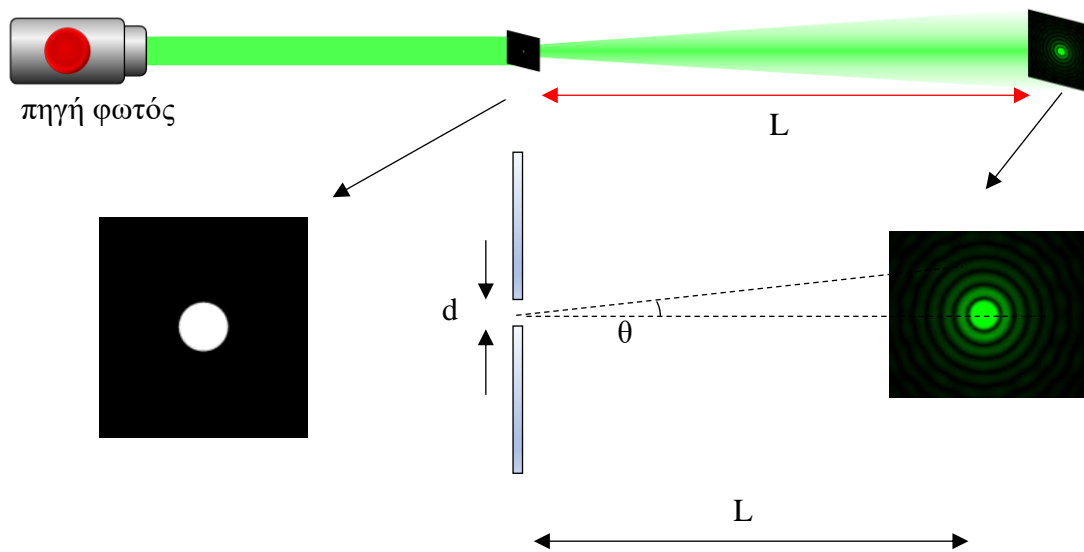
$$N = 2, d/a = 4$$



Σχήμα 3.3. 8- Ένταση ακτινοβολίας για $d/a = 3$

Παρατηρούμε ότι στον κεντρικό λοβό περίθλασης σε κάθε περίπτωση, βρίσκονται $2(d/a)+1$ κύρια μέγιστα συμβολής.

3.4 Περίθλαση από κυκλικό άνοιγμα



Σχήμα 3.4. 1 – Διάταξη περίθλασης από κυκλική οπή

Μια πολύ σημαντική διάταξη περίθλασης είναι αυτή που προκαλείται από ένα κυκλικό άνοιγμα d . Η ένταση της ακτινοβολίας σε αυτήν την διάταξη δίνεται από την σχέση :

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{2J_1(\gamma)}{\gamma} \right)^2$$

όπου $J_1(\gamma)$ είναι η συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης και όπου γ :

$$\gamma = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta$$

Οι σκοτεινοί κροσσοί θα εμφανίζονται εκεί όπου η συνάρτηση Bessel θα μηδενίζεται, δηλαδή όταν :

$$\gamma = 0, 1,22\pi, 2,23\pi, 3,24\pi, 4,24\pi, \dots$$

Κατά συνέπεια θα έχουμε :

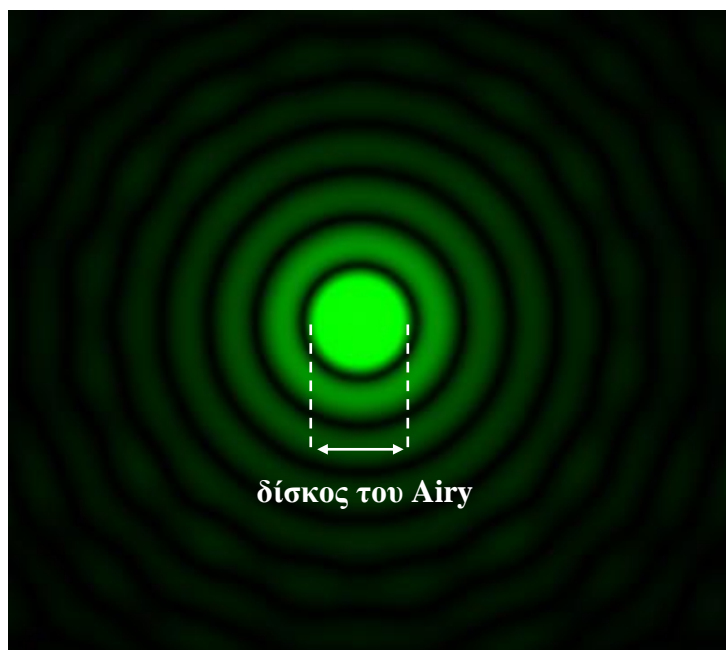
$$\sin\theta = 1,22 \frac{\lambda}{d}, 2,23 \frac{\lambda}{d}, 3,24 \frac{\lambda}{d}, \dots$$

Το $\gamma = 0$ δεν δίνει ελάχιστο διότι έχουμε απροσδιοριστία $0/0$ που καταλήγει στο κεντρικό μέγιστο.

Τα αντίστοιχα μέγιστα θα βρίσκονται στις γωνίες :

$$\sin\theta = 0,163\frac{\lambda}{d}, 2,68\frac{\lambda}{d}, 3,70\frac{\lambda}{d}, \dots$$

Ο κεντρικός λοβός λέγεται δίσκος του Airy και περιέχει το 85% του φωτός ενώ το υπόλοιπο 15% βρίσκεται στους φωτεινούς δακτυλίους που αντιστοιχούν στα μέγιστα της έντασης. Το γωνιακό του άνοιγμα είναι ίσο με **$2,44\lambda/d$** .



Σχήμα 3.4. 2 – Δίσκος του Airy

4. Διδακτική προσέγγιση

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι να δώσει στους εκπαιδευτικούς κατάλληλη καθοδήγηση μέσω διαθέσιμων εφαρμογών και φύλλων αξιολόγησης στην όσο τον δυνατόν καλύτερη διδασκαλία των εννοιών της περίθλασης και της συμβολής. Οι εφαρμογές αυτές θα δώσουν την οπτική αναπαράσταση των φαινομένων καθώς και το πώς επηρεάζουν την εικόνα παράγοντες όπως το μέγεθος της οπής, η απόσταση μεταξύ των οπών, το μήκος κύματος και η απόσταση από το πέτασμα.

Αρχικά πρέπει να προηγηθεί μια θεωρητική μελέτη των φαινομένων σύμφωνα με την ανάπτυξη που γίνεται στα τρία πρώτα κεφάλαια. Στη συνέχεια θα γίνει χρήση των διαθέσιμων εφαρμογών που παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα

Πείραμα	Εφαρμογή
Πείραμα Young	<ol style="list-style-type: none"> https://javalab.org/en/double_slit_en/ https://phet.colorado.edu/el/simulations/wave-interference https://www.youtube.com/watch?v=GnK_RfhlRRI&ab_channel=VideoTranslations Εφαρμογή με φύλλα Excel
Πείραμα Περίθλασης μιας ορθογώνιας οπής	<ol style="list-style-type: none"> https://phet.colorado.edu/el/simulations/wave-interference Εφαρμογή με φύλλα Excel
Πείραμα Περίθλασης κυκλικής οπής	https://phet.colorado.edu/el/simulations/wave-interference
Πείραμα Περίθλασης από Ν οπές	<ol style="list-style-type: none"> https://www.seilias.gr/index.php?option=com_content&task=view&id=442&Itemid=63 Εφαρμογή με φύλλα Excel

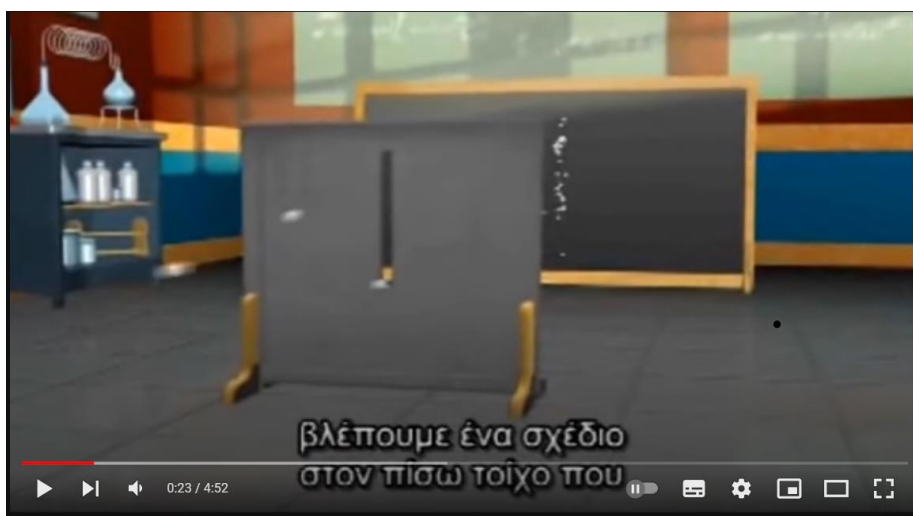
Πίνακας 4. 1 – Εφαρμογές που θα χρησιμοποιηθούν αν πείραμα

4.1 Εφαρμογές για το πείραμα του Young

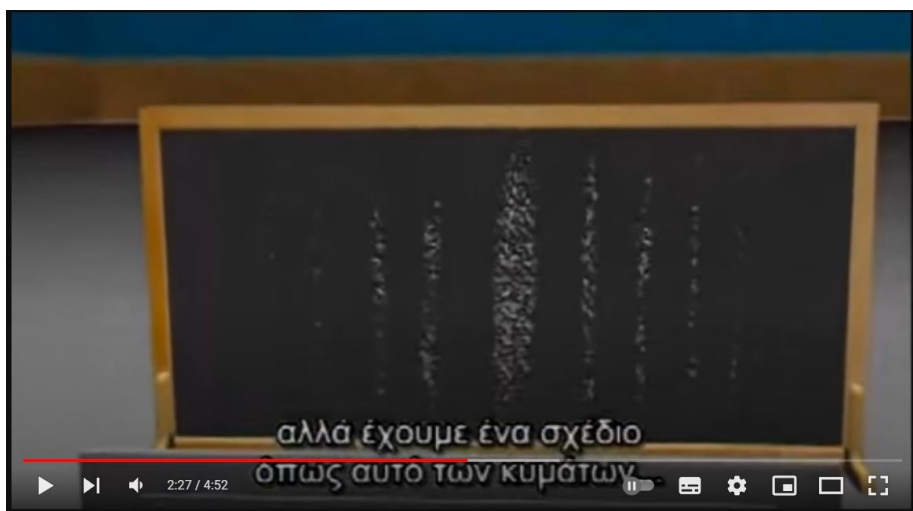
Όπως ειπώθηκε πρέπει να προηγηθεί η θεωρητική μελέτη των φαινομένων. Κατά την διάρκεια περιγραφής του πειράματος του Young στο κεφάλαιο 2 αναφέραμε ότι το πείραμα ήταν σημαντικό για την κατανόηση της διπλή φύσης του φωτός.

Σαν πρώτη εικόνα λοιπόν αξίζει να δείξουμε το παρακάτω video όπου περιγράφει ένα πείραμα δύο σχισμών στον μακρόκοσμο και στον μικρόκοσμο.

https://www.youtube.com/watch?v=GnK_RfhlRRI&ab_channel=VideoTranslations



Σχήμα 4.1. 1 – Βίντεο youtube μακρόκοσμος

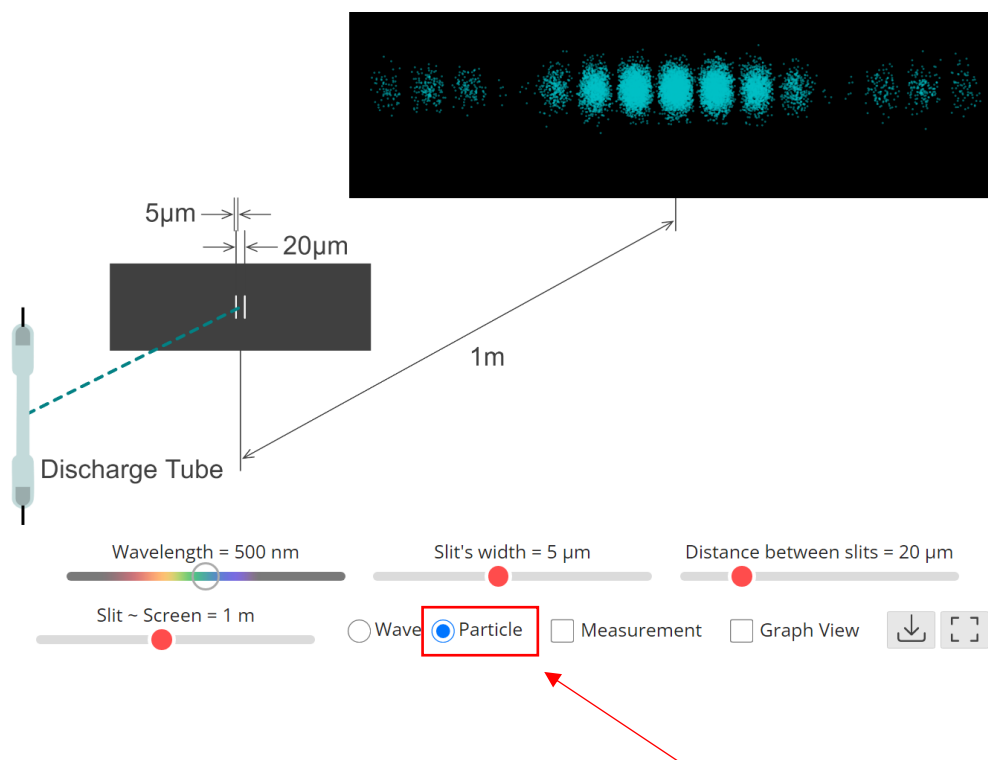


Σχήμα 4.1. 2– Βίντεο youtube μικρόκοσμος

Αφού παρακολουθήσουμε το video αυτό μεταφερόμαστε στην διεύθυνση

https://javalab.org/en/double_slit_en/

Η πρώτη εικόνα που δείχνουμε στους μαθητές είναι εκείνη του Σχήματος 4.1.3. όπου έχουμε επιλέξει στο πέτασμα της σχισμής να φαίνεται το φως σαν σωματίδια ώστε να οι μαθητές να αποκτήσουν μια ποιο διαδραστική εμπειρία.



Σχήμα 4.1. 3 – Πείραμα Young αλλαγή σε σωματίδια

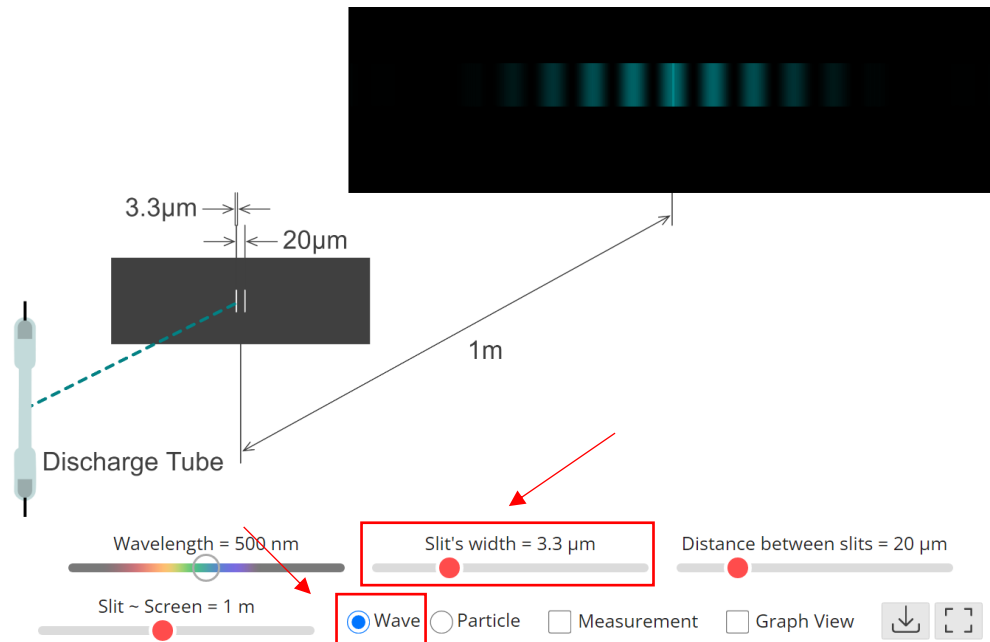
Κατόπιν κάνουμε μια σύντομη αναφορά στα αποτελέσματα που είχαμε καταλήξει στο κεφάλαιο 2.5. Ιδιαίτερη έμφαση δίνουμε στις θέσεις των μεγίστων καθώς και στην σχέση :

$$\lambda = \Delta x \cdot \frac{d}{D}$$

καθώς είναι η σχέση πειραματικής μέτρησης του μήκους κύματος.

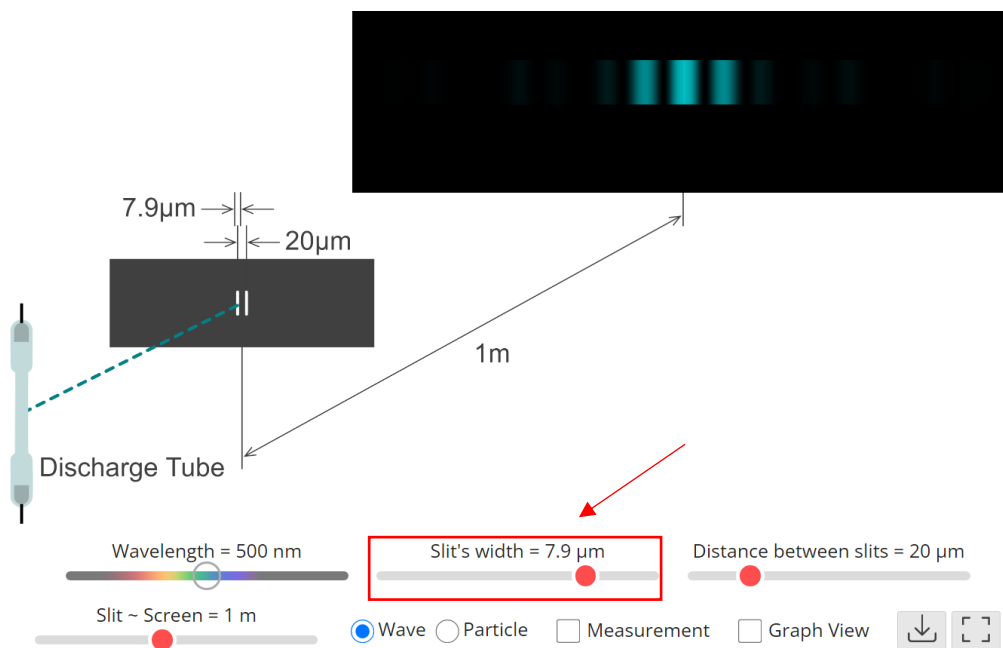
Αρχίζουμε τώρα να μεταβάλλουμε τους παράγοντες d (απόσταση μεταξύ των σχισμών), D (απόσταση οθόνης) , λ (μήκος κύματος) και a (πλάτος σχισμών).

Πρώτα θα αλλάξουμε το πλάτος a των σχισμών.



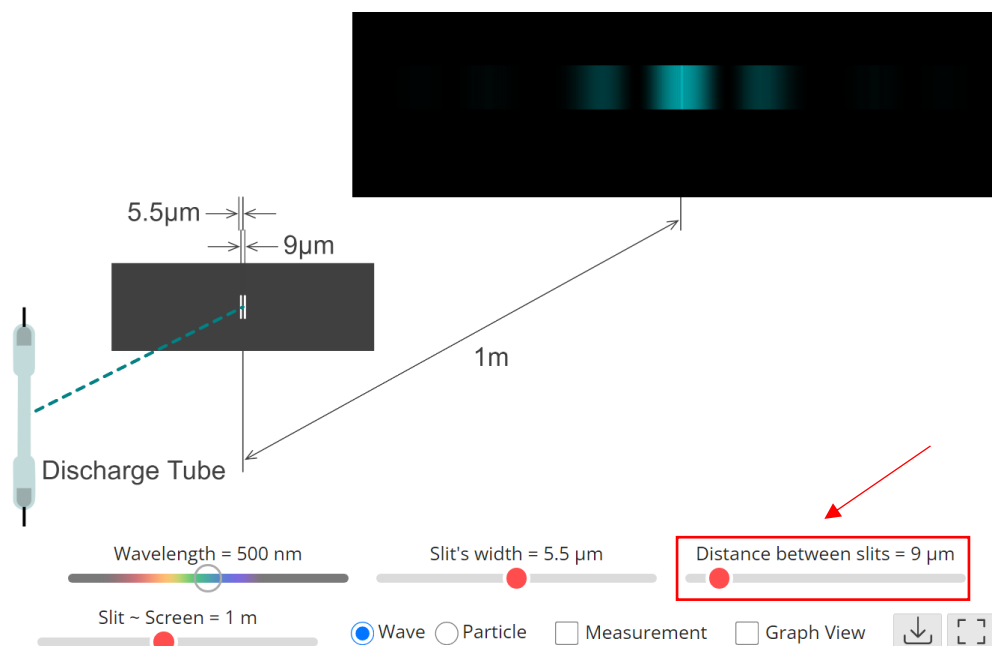
Σχήμα 4.1. 4 – Πείραμα Young αλλαγή πλάτους σχισμών

Έχοντας αναφέρει στο θεωρητικό μέρος την συσχέτιση μεταξύ συμβολής και περίθλασης δείχνουμε την εικόνα που έχει η αλλαγή του αριθμού των κροσσών (Σχήματα 4.1.4 – 4.1.5) που σχηματίζονται και ζητούμε από τους μαθητές να το σχολιάσουν.

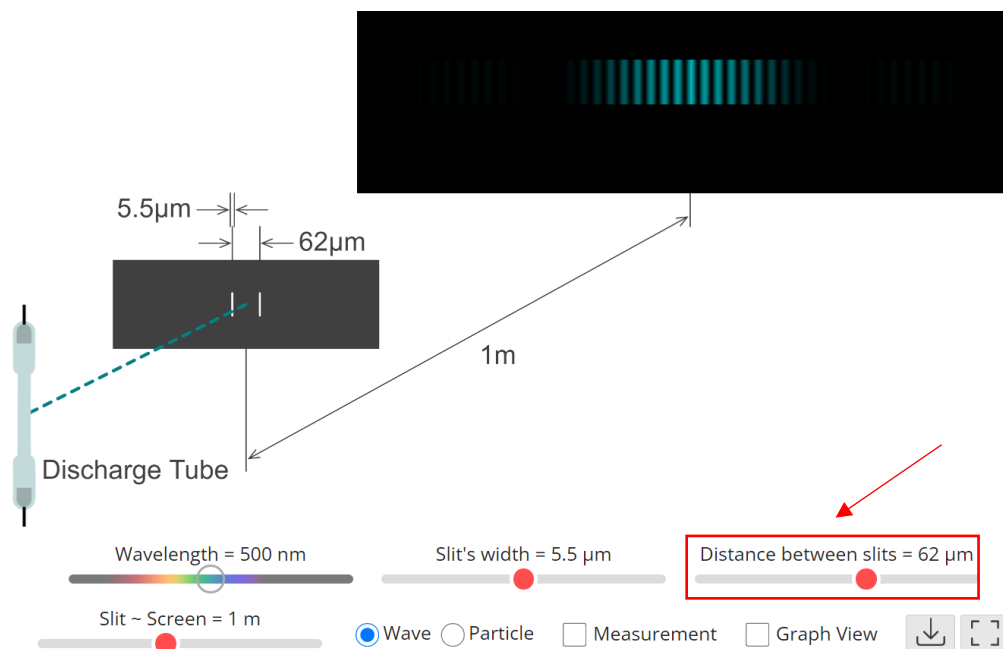


Σχήμα 4.1. 5– Πείραμα Young σχηματισμός κροσσών λόγω αύξησης πλάτους των σχισμών

Η επόμενη αλλαγή μεταβλητής είναι η απόσταση d μεταξύ των σχισμών (Σχήματα 4.1.6 – 4.1.7). Ζητάμε από τους μαθητές να προβλέψουν την εικόνα.



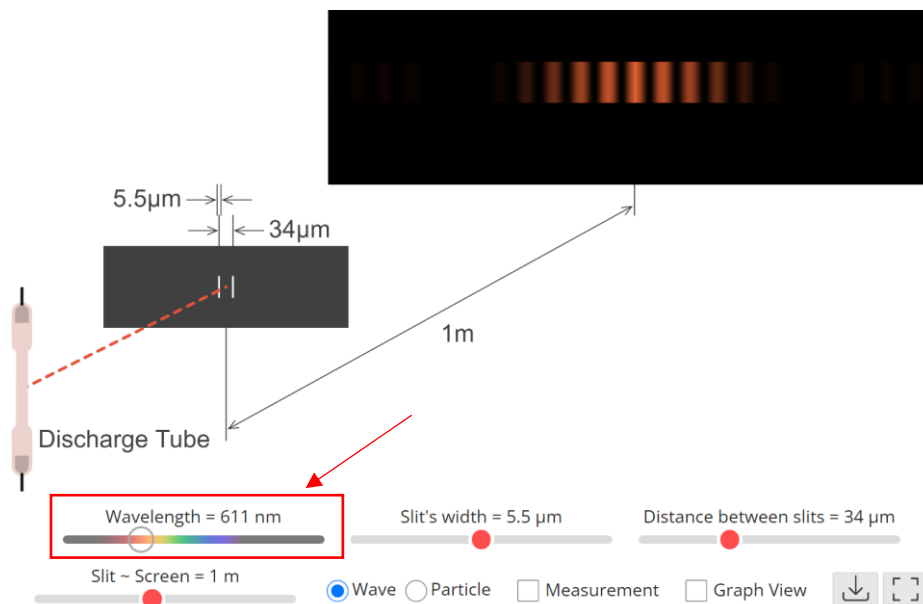
Σχήμα 4.1. 6 – Πείραμα Young αλλαγή απόστασης σχισμών



Σχήμα 4.1. 7 – Πείραμα Young εικόνα κροσσών λόγω αλλαγής απόστασης σχισμών

Αφού δούμε την μεταβολή σχολιάζουμε το αποτέλεσμα.

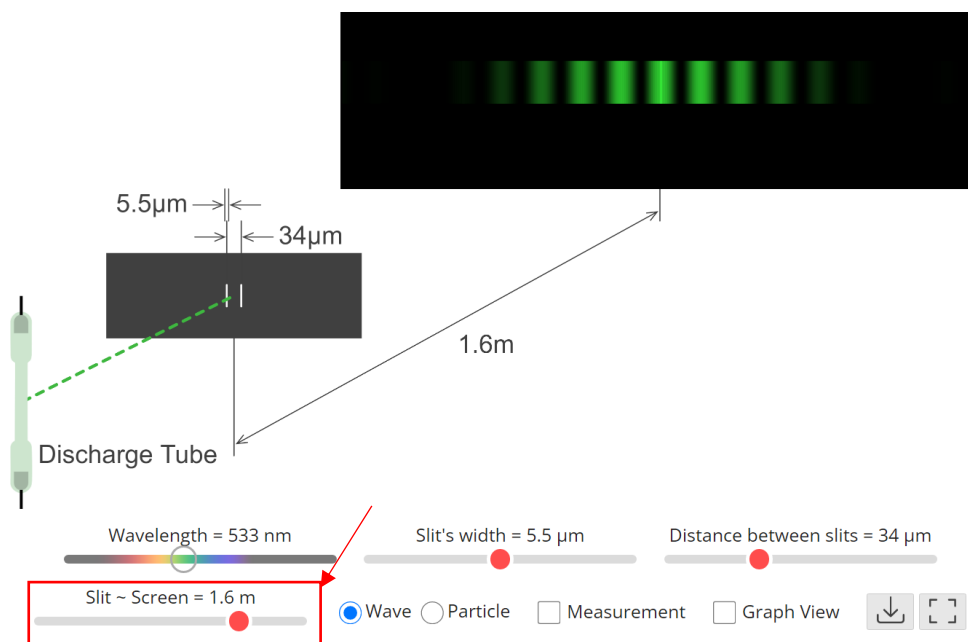
Σειρά τώρα έχει το μήκος κύματος. Ζητούμε πρόβλεψη και προχωρούμε στην αλλαγή (Σχήμα 4.1.8).



Σχήμα 4.1. 8 – Πείραμα Young αλλαγή μήκους κύματος

Σχολιάζουμε το αποτέλεσμα.

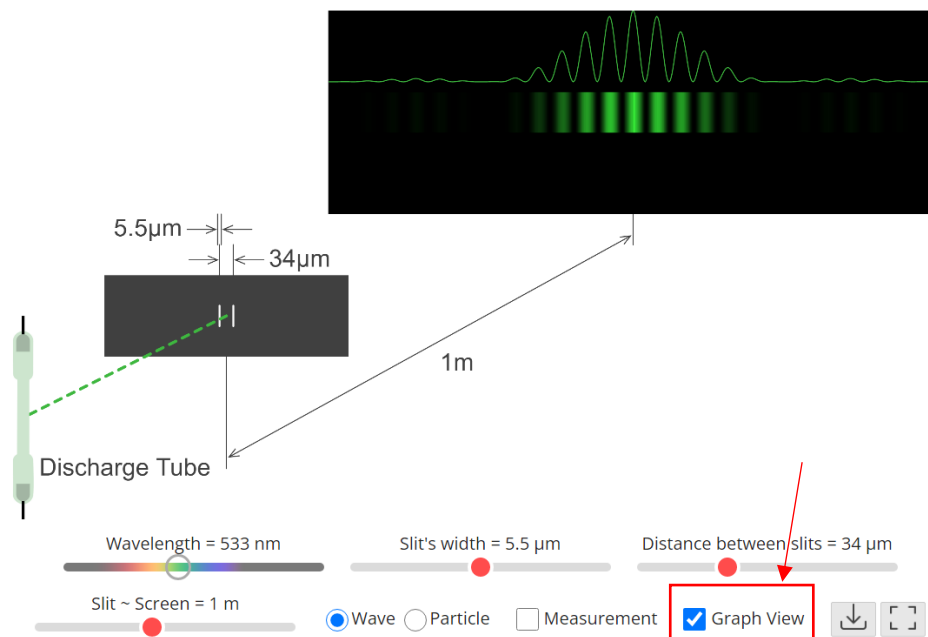
Η τελευταία αλλαγή μεταβλητής είναι η απόσταση D της οθόνης (Σχήμα 4.1.9). Ζητάμε εκ νέου πρόβλεψη και προχωρούμε.



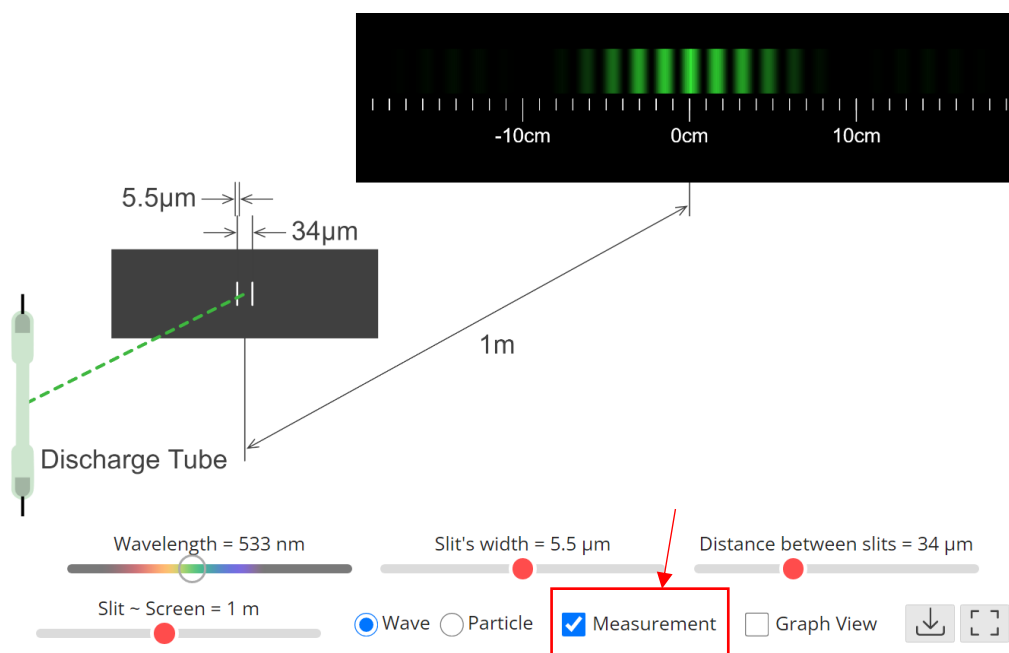
Σχήμα 4.1. 9 – Πείραμα Young αλλαγή απόστασης της οθόνης

Σχολιάζουμε το αποτέλεσμα.

Στο τέλος δείχνουμε στους μαθητές την επιλογή της εφαρμογής να φαίνεται το γράφημα της έντασης (Σχήμα 4.1.10) και η απόσταση x από το κέντρο της οθόνης (Σχήμα 4.1.11)



Σχήμα 4.1. 10 – Πείραμα Young εμφάνιση έντασης της ακτινοβολίας

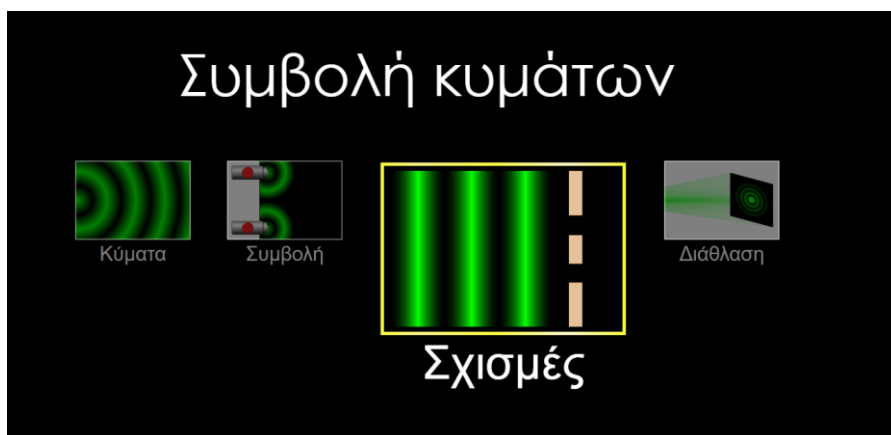


Σχήμα 4.1. 11 – Πείραμα Young εμφάνιση χάρακα

Μια αντίστοιχη εφαρμογή είναι και αυτή του PhET interactive simulations όπου βρίσκεται στην σελίδα

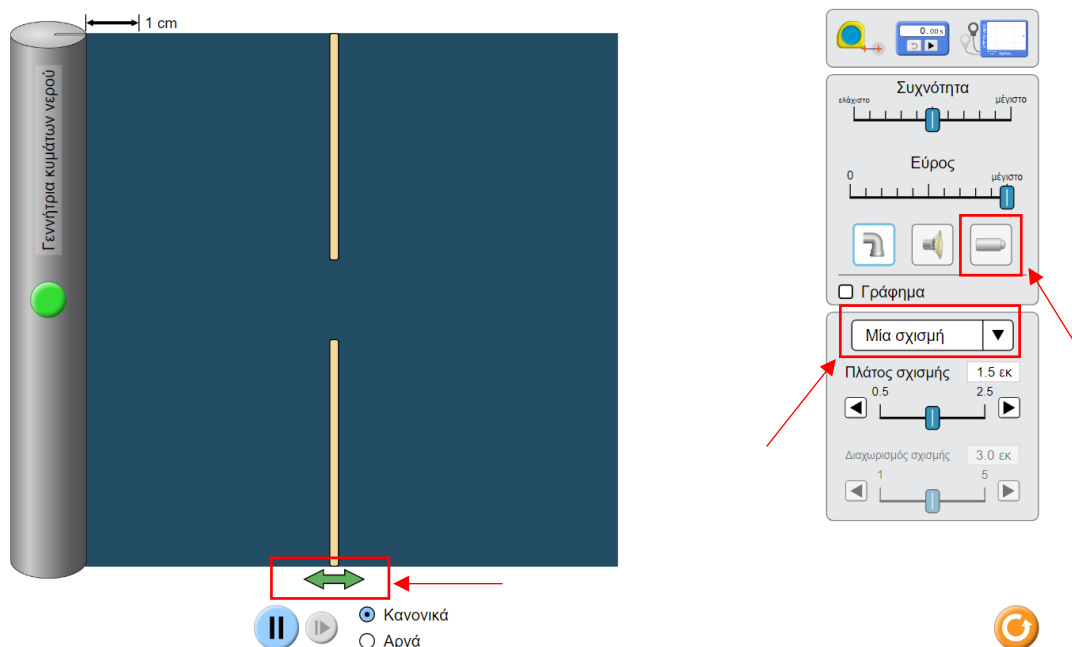
<https://phet.colorado.edu/el/simulations/wave-interference>

Ανοίγουμε την εφαρμογή και επιλέγουμε την ενότητα σχισμές (Σχήμα 4.1.12)



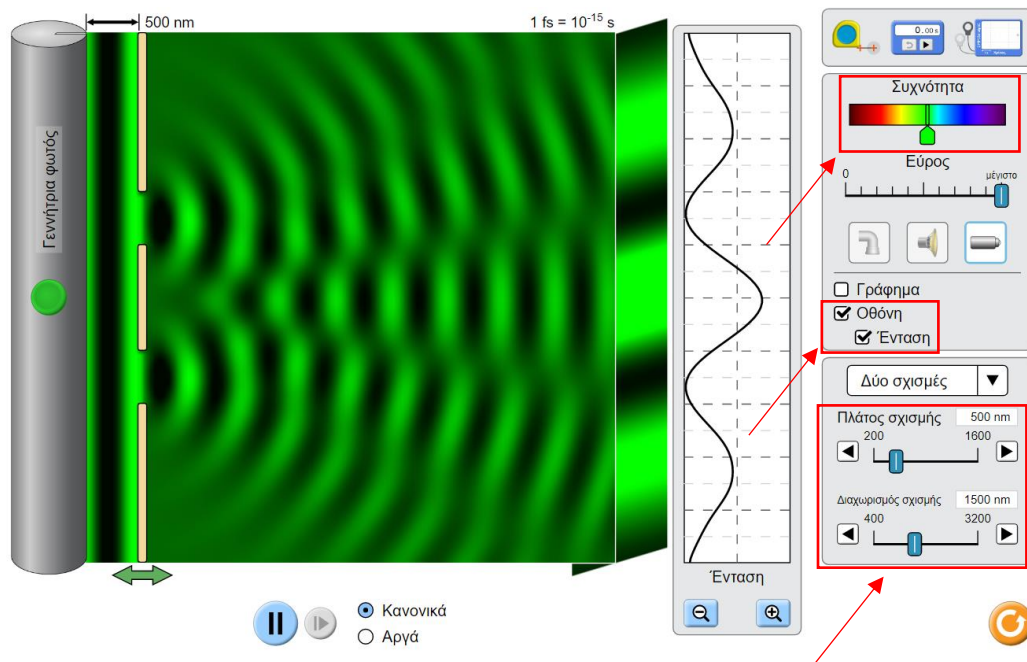
Σχήμα 4.1. 12 – Οθόνη εισαγωγής PhET

Επιλέγουμε να έχουμε γεννήτρια φωτός, μετακινούμε το πέτασμα στην τελευταία θέση αριστερά για να έχουμε καλύτερη εικόνα και επιλέγουμε δύο σχισμές (Σχήμα 4.1.13)



Σχήμα 4.1. 13 – PhET αρχικές ρυθμίσεις συμβολής από δύο σχισμές

Επιλέγουμε να βλέπουμε την οθόνη και το διάγραμμα της έντασης. Μπορούμε να μεταβάλλουμε την συχνότητα του φωτός, το πλάτος των σχισμών και τον διαχωρισμό των σχισμών (Σχήμα 4.1.14). Συζητάμε με τους μαθητές τις εικόνες από τις δύο εφαρμογές.



Σχήμα 4.1. 14 – ΡhET επιλογές εφαρμογής συμβολής από δύο σχισμές

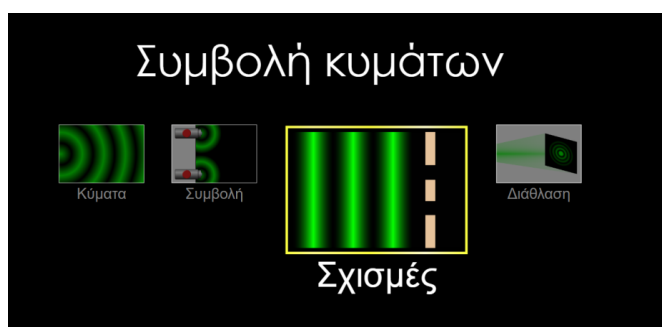
Στην συνέχεια δίνουμε στους μαθητές το φύλλο του excel που έχουμε ετοιμάσει το οποίο θα περιγράψουμε στο κεφάλαιο 5

4.2 Εφαρμογή για το πείραμα της περίθλασης

Εισερχόμαστε στην σελίδα του PhET interactive simulations

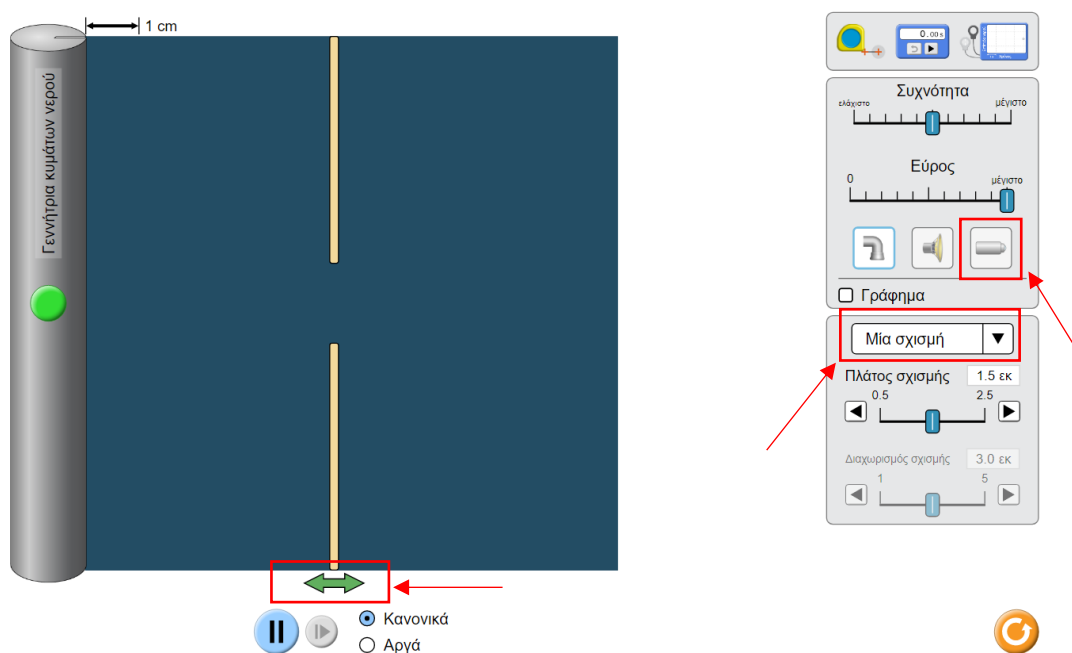
<https://phet.colorado.edu/el/simulations/wave-interference>

Ανοίγουμε την εφαρμογή και επιλέγουμε την ενότητα σχισμές



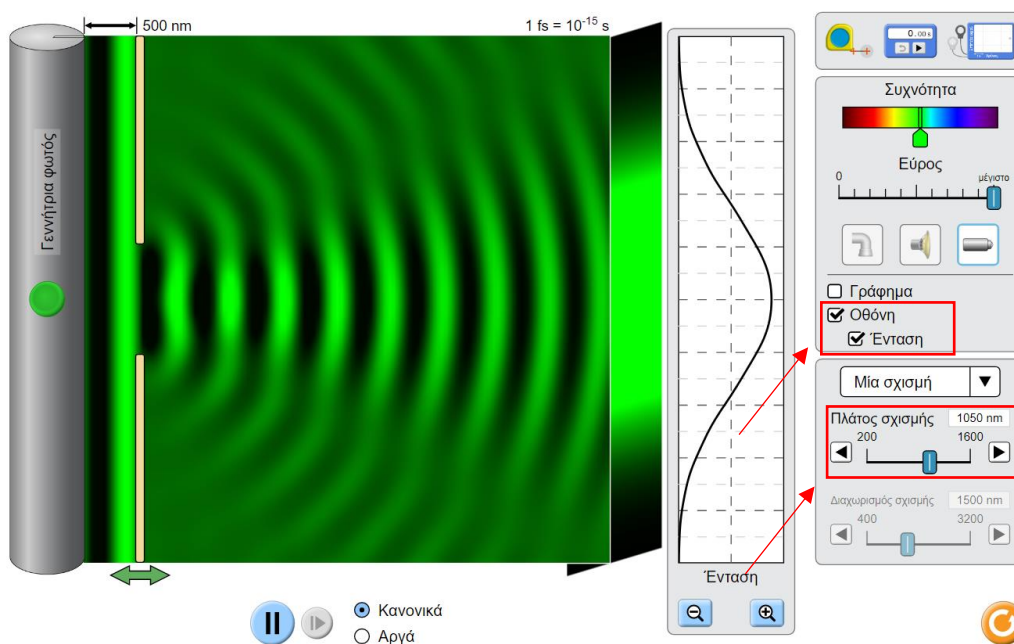
Σχήμα 4.2. 1 – PhET αρχική σελίδα

Επιλέγουμε να έχουμε γεννήτρια φωτός , μετακινούμε το πέτασμα στην τελευταία θέση αριστερά για να έχουμε καλύτερη εικόνα και επιλέγουμε μία σχισμή (Σχήμα 4.2.2)



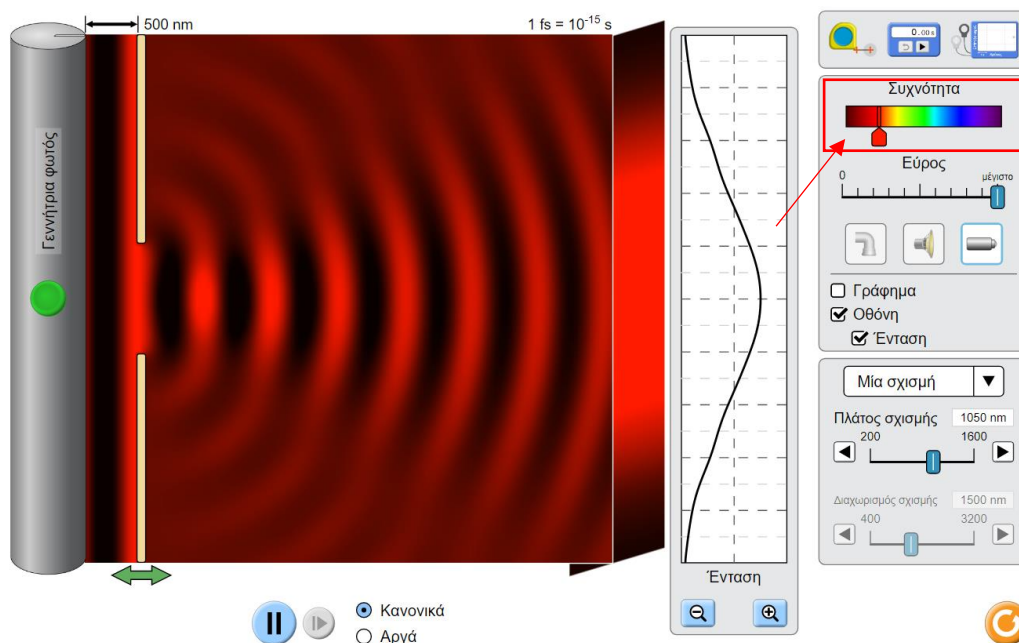
Σχήμα 4.2. 2 – PhET αρχικές ρυθμίσεις για περίθλαση μιας σχισμής

Επιλέγουμε και πάλι να βλέπουμε την οθόνη και το διάγραμμα της έντασης. Ζητάμε μια πρόβλεψη από τους μαθητές και στην συνέχεια μεταβάλλουμε το πλάτος της σχισμής (Σχήμα 4.2.3)



Σχήμα 4.2. 3 – PhET περίθλαση μιας σχισμής μεταβολή πλάτους σχισμής

Αφού συζητήσουμε το αποτέλεσμα ζητάμε μια πρόβλεψη για την αλλαγή του μήκους κύματος (Σχήμα 4.2.4)



Σχήμα 4.2. 4 – PhET περίθλαση μιας σχισμής αλλαγή μήκους κύματος

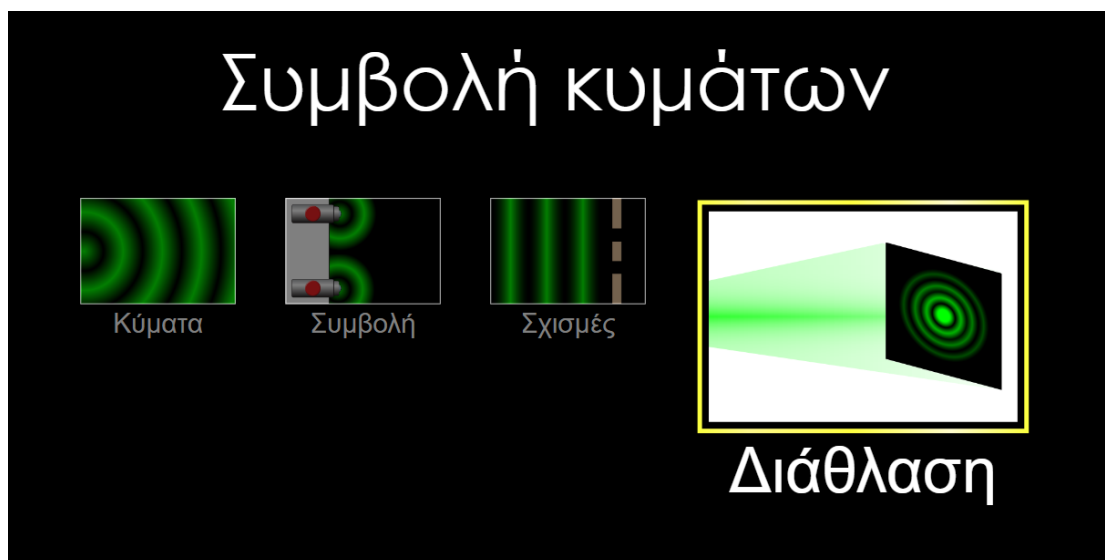
Στην συνέχεια δίνουμε στους μαθητές το φύλλο του excel

4.3 Εφαρμογή για το πείραμα της περίθλασης από μία κυκλική οπή

Εισερχόμαστε στην σελίδα του PhET interactive simulations

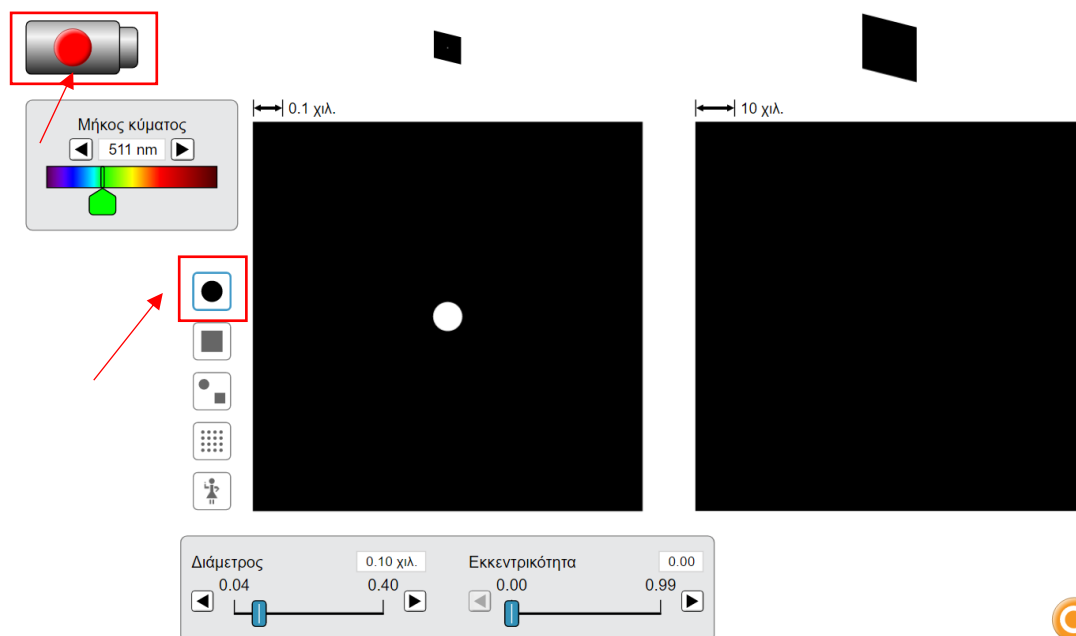
<https://phet.colorado.edu/el/simulations/wave-interference>

Ανοίγουμε την εφαρμογή και επιλέγουμε την ενότητα διάθλαση



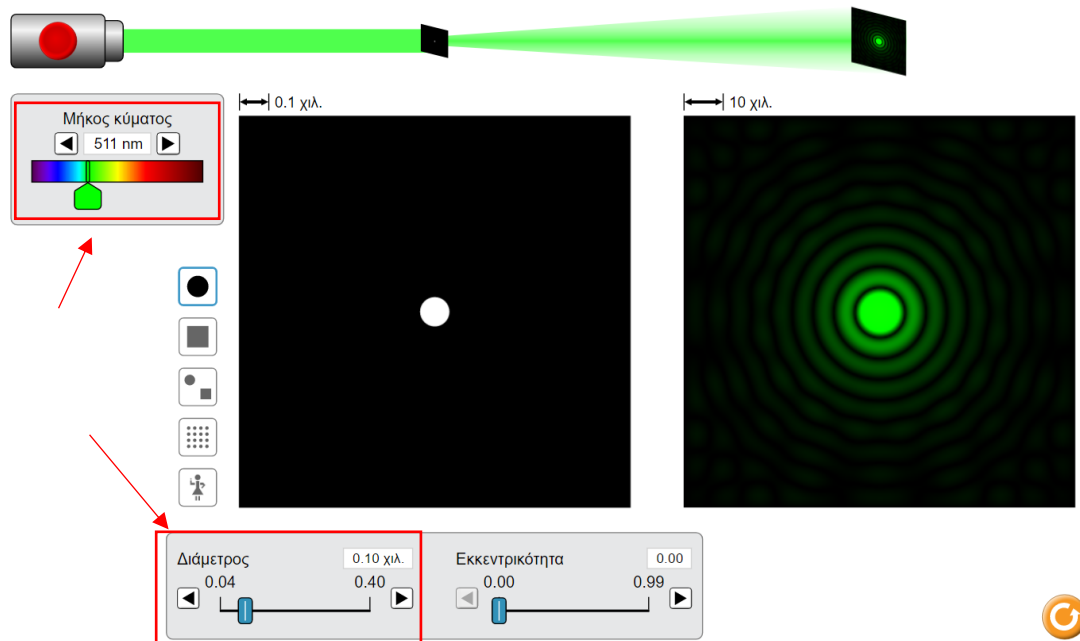
Σχήμα 4.3. 1 – PhET αρχική σελίδα

Επιλέγουμε την κυκλική οπή και πατάμε το κουμπί του λέιζερ (Σχήμα 4.3.2)



Σχήμα 4.3. 2 – Περίθλαση από κυκλική οπή αρχικές ρυθμίσεις

Εμφανίζεται η εικόνα της συμβολής. Μετά ζητάμε από τους μαθητές μια πρόβλεψη για την αλλαγή της ακτίνας της οπής και την αλλαγή του μήκους κύματος (Σχήμα 4.3.3)



Σχήμα 4.3. 3 – Περίθλαση από κυκλική οπή αλλαγή διαμέτρου οπής

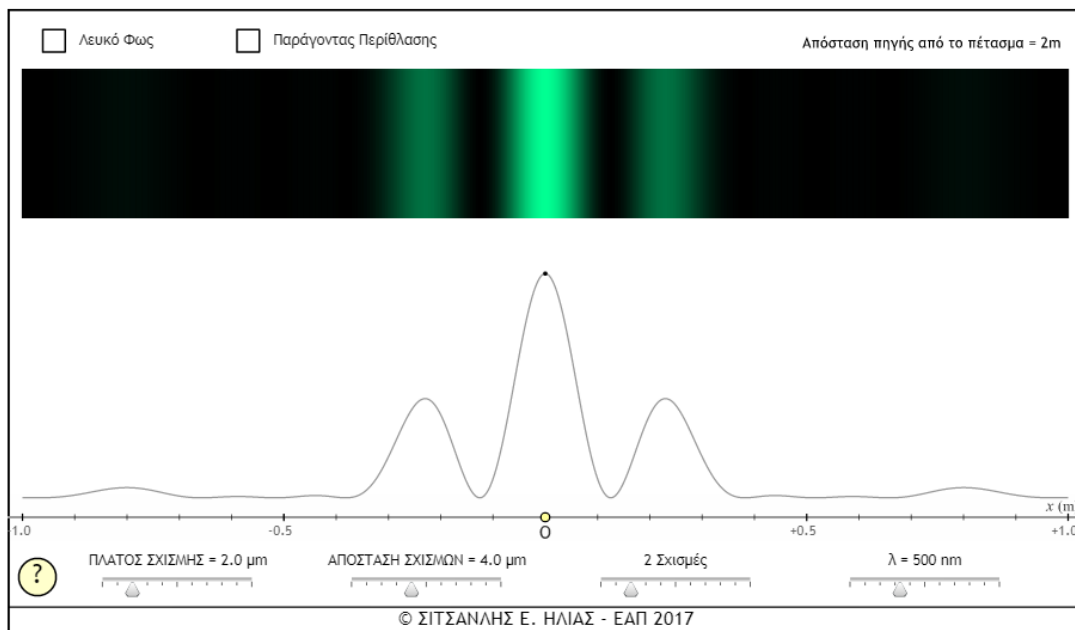
Παρατηρούμε τον δίσκο του Airy και σχολιάζουμε τα αποτελέσματα.

4.4 Εφαρμογή για το πείραμα της περίθλασης Ν οπών

Εισερχόμαστε στην σελίδα

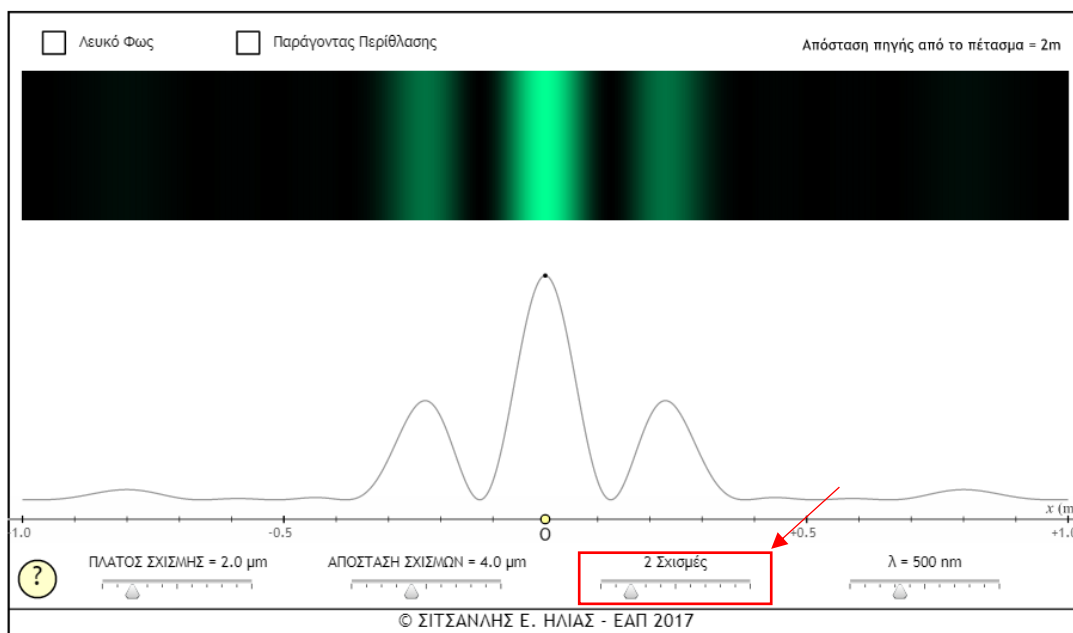
https://www.seilias.gr/index.php?option=com_content&task=view&id=442&Itemid=63

Επιλέγουμε το δεύτερο αρχείο HTML (Σχήμα 4.4.1)



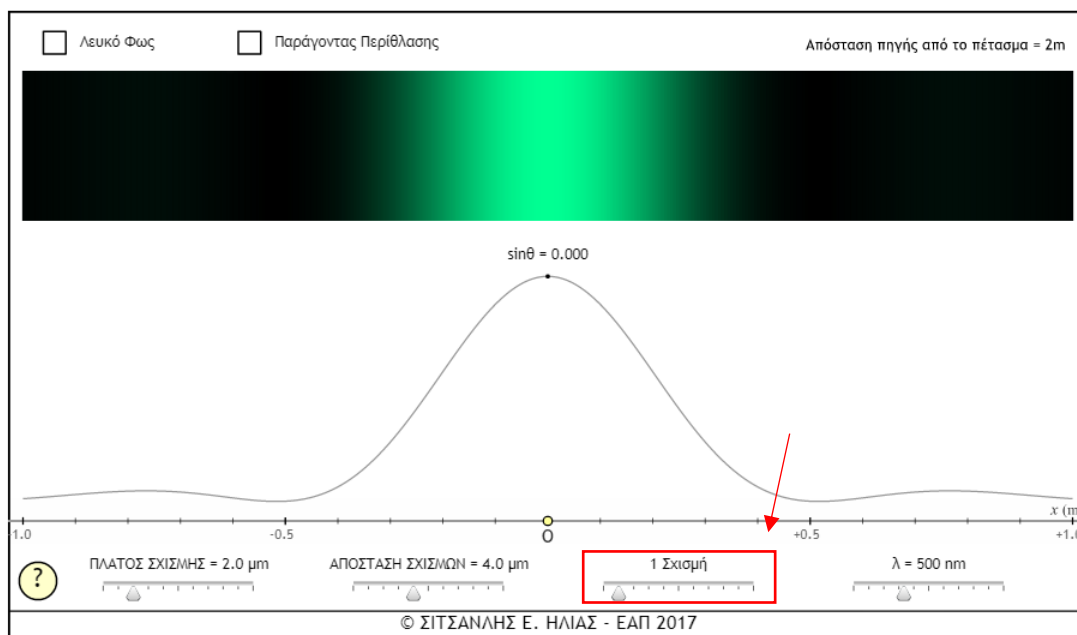
Σχήμα 4.4. 1 – Περίθλαση από Ν οπές αρχική σελίδα

Αρχικά βάζουμε 2 σχισμές ώστε να δείξουμε την εικόνα του πειράματος του Young επηρεασμένο από τον παράγοντα της περίθλασης (Σχήμα 4.4.2).



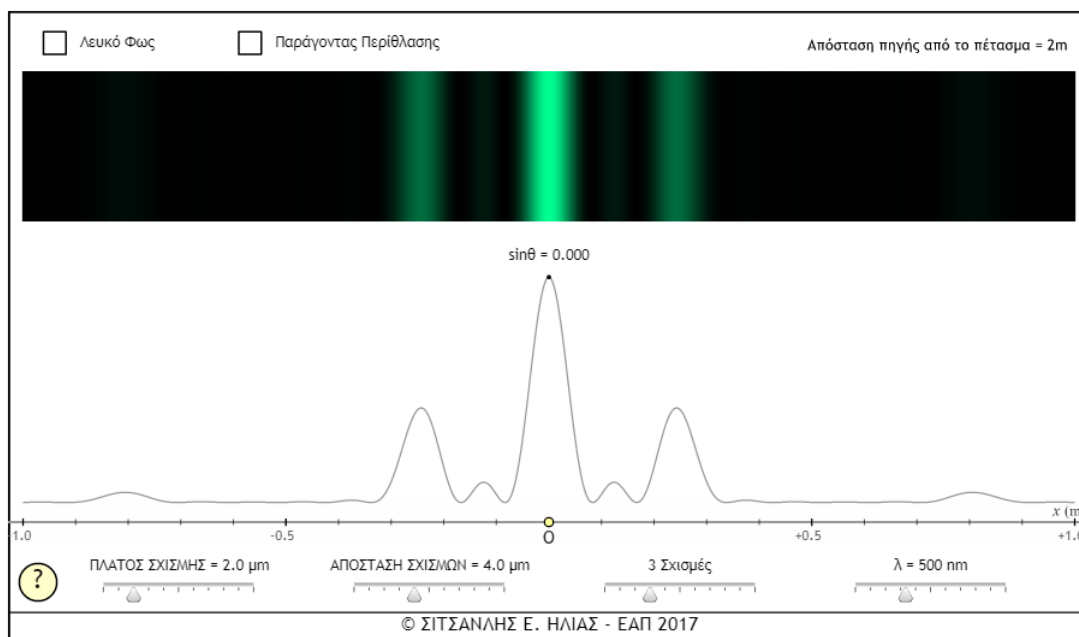
Σχήμα 4.4. 2 – Περίθλαση από N οπές με 2 σχισμές

Μετά βάζουμε μια σχισμή για να δείξουμε το πείραμα της περίθλασης (Σχήμα 4.4.3)



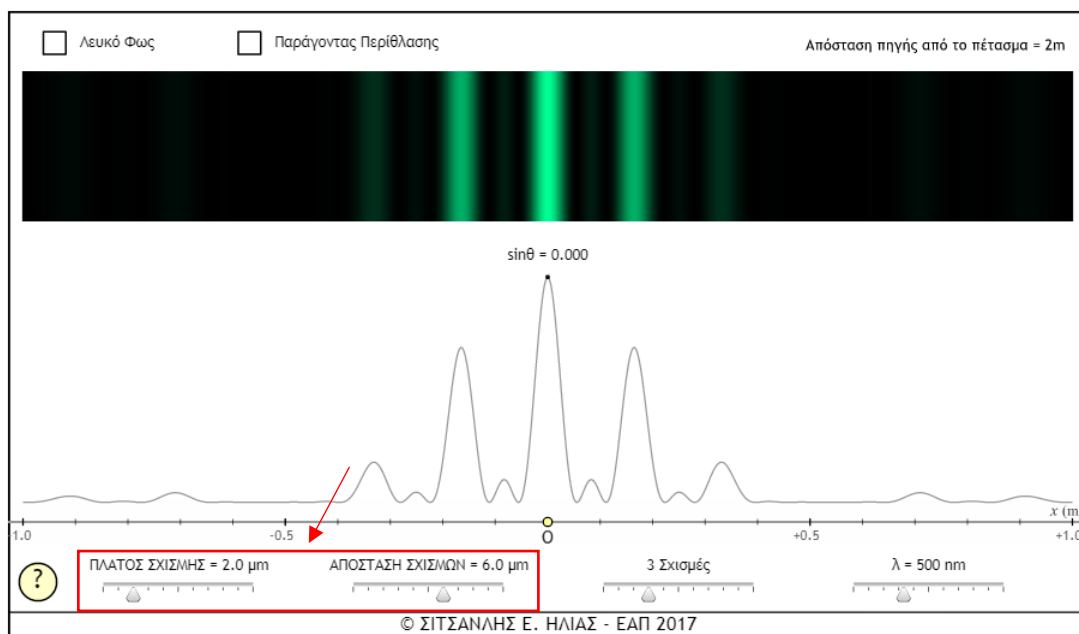
Σχήμα 4.4. 3 – Περίθλαση από N οπές με 1 σχισμή

Στην συνέχεια θα βάλουμε 3 σχισμές και ζητάμε μια πρόβλεψη για την εικόνα που σχηματιστεί (Σχήμα 4.4.4).



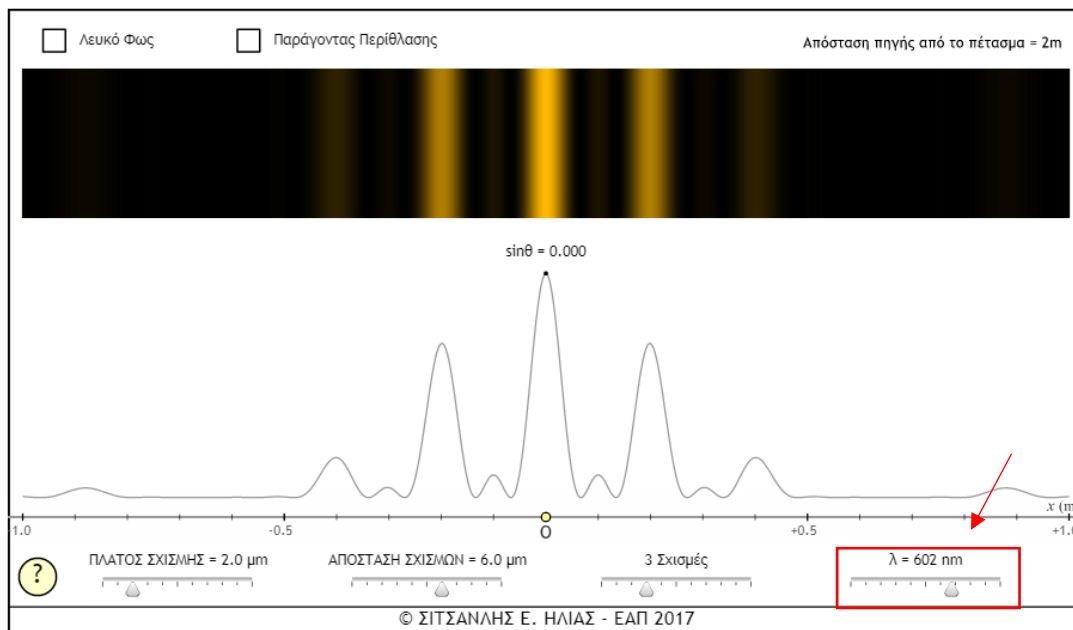
Σχήμα 4.4. 4 – Περίθλαση από N οπές με 3 σχισμές

Κρατώντας τώρα σταθερό τον αριθμό των οπών μεταβάλλουμε την απόσταση των σχισμών (d) και το πλάτος της κάθε σχισμής (a) διαδοχικά ώστε να δούμε την εικόνα για $d = 2a$, $d = 3a$ και $d = 4a$ (Σχήμα 4.4.5)



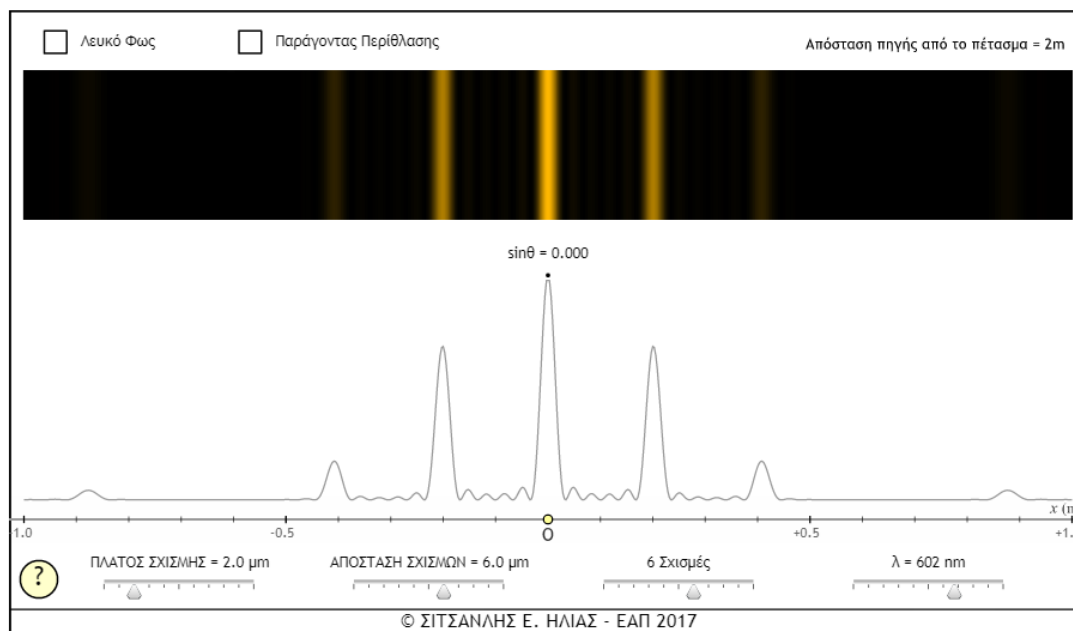
Σχήμα 4.4. 5 – Περίθλαση από N οπές σχέση του d/a

Μετέπειτα μεταβάλλουμε το μήκος κύματος ζητώντας μια πρόβλεψη (Σχήμα 4.4.6)



Σχήμα 4.4. 6 – Περίθλαση από N οπές αλλαγή του μήκους κύματος

Τέλος αλλάζουμε τον αριθμό των οπών προκαλώντας τους μαθητές να προβλέψουν τα δευτερεύοντα μέγιστα που σχηματίζονται (Σχήμα 4.4.7).

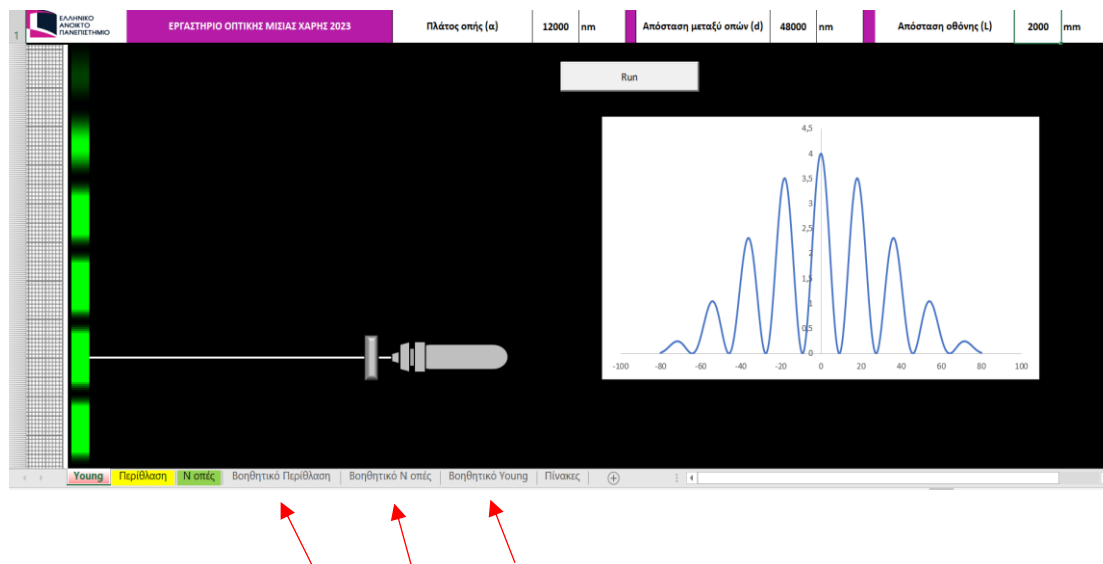


Σχήμα 4.4. 7 – Περίθλαση από N οπές 6 οπές

Δίνουμε στους μαθητές το φύλλο του excel που έχουμε ετοιμάσει.

5. Εφαρμογή με φύλλα Excel

Ο καθηγητής προετοιμάζει το φύλλο του excel που περιέχει τρία πειράματα τα οποία θα εκτελέσουν οι μαθητές. Ανοίγουν τα κλειδωμένα φύλλα με τους κωδικούς τους «Βοηθητικό Young», «Βοηθητικό Περίθλαση» και «Βοηθητικό N οπές» (Σχήμα 5.0.1)



Σχήμα 5.0. 1 – Αρχική σελίδα excel

Στο κάθε φύλλο υπάρχει μια κίτρινη περιοχή όπου ο καθηγητής επιλέγει το μήκος κύματος, την απόσταση της οθόνης και τον αριθμό των οπών (Σχήμα 5.0.2)

Περιοχή αλλαγής Μεταβλητών	
$\lambda =$	600 nm
$L =$	2000 mm

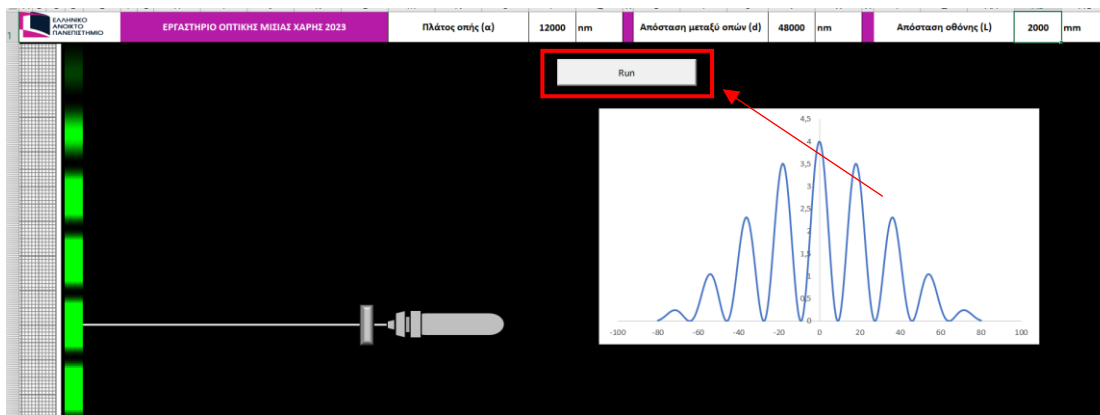
Περιοχή αλλαγής Μεταβλητών	
$\lambda =$	500 nm
$L =$	2000 mm
$N =$	5 οπές

Σχήμα 5.0. 2 – Περιοχή αλλαγής μεταβλητών από καθηγητή

Προσοχή να μην αλλάξει τίποτα άλλο στο φύλλο γιατί θα επηρεάσει την εικόνα του πειράματος που βλέπει ο μαθητής.

Αφού επιλέξει τις παραμέτρους του πειράματος που επιθυμεί ο καθηγητής, το οποίο μπορεί να είναι διαφορετικό σε κάθε πείραμα, θα μεταφερθεί στις σελίδες «Young» ,

«Περίθλαση» και «N σπές» και θα πατήσει το κουμπί «Run» ώστε να τρέξει η μακροεντολή αλλαγής χρωμάτων στα κελιά και να σχηματιστεί η εικόνα του περάματος. Προσοχή πρέπει να πατήσει το κουμπί και στα τρία πειράματα (Σχήμα 5.0.3)

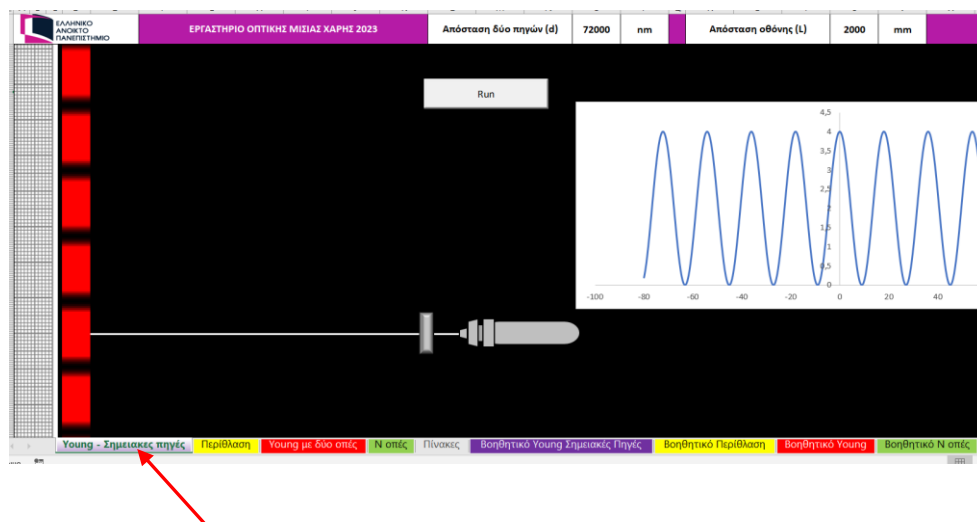


Σχήμα 5.0. 3 – Απαραίτητη η χρήση του κουμπιού Run

Οι μαθητές τώρα είναι σε θέση να κάνουν το πείραμα χωρίς να ξέρουν το μήκος κύματος το οποίο και καλούνται να υπολογίσουν.

5.1 Φύλλο excel Young

Ο καθηγητής έχει προσδιορίσει το μήκος κύματος, την απόσταση από την οθόνη σχηματίζοντας το σχήμα 5.1.1 και καλεί τους μαθητές να εκτελέσουν το πείραμα με την παρακάτω σειρά.



Σχήμα 5.1. 1 – Φύλλο excel Young σημειακές πηγές

1. Ανοίξτε την εφαρμογή του excel
2. Μεταβείτε στο φύλλο Young – Σημειακές πηγές
3. Ρυθμίστε την απόσταση d μεταξύ των οπών διαδοχικά σε $0,048\text{mm}$, $0,06\text{ mm}$ και $0,072\text{ mm}$ μετρώντας την απόσταση δύο διαδοχικών μεγίστων με την βοήθεια του χαρτιού μιλμιτρέ στο αριστερό τμήμα . Προσοχή μην ξεχάσετε να πατάτε το κουμπί Run κάθε φορά που κάνετε μια αλλαγή
4. Συμπληρώστε τον πίνακα 5.1 ξεκινώντας από την απόσταση της οθόνης που δίνεται από τον καθηγητή

Απόσταση d μεταξύ των οπών (nm)	Απόσταση διαδοχικών μεγίστων Δx (mm)	Απόσταση οθόνης L (mm)	Μήκος κύματος λ (nm)	$(\langle \lambda \rangle - \lambda)^2$
48.000				
60.000				
72.000				
Διακύμανση – Var(λ)				
Τυπική απόκλιση – σ _λ				
Σφάλμα μέσης τιμής – σ _{<λ>}				
$\langle \lambda \rangle$ (nm)				

Πίνακας 5. 1– Μετρήσεις μαθητών σε πείραμα του Young σημειακές πηγές

Το μήκος κύματος υπολογίζεται από την σχέση :

$$\lambda = \frac{d \cdot \Delta x}{L}$$

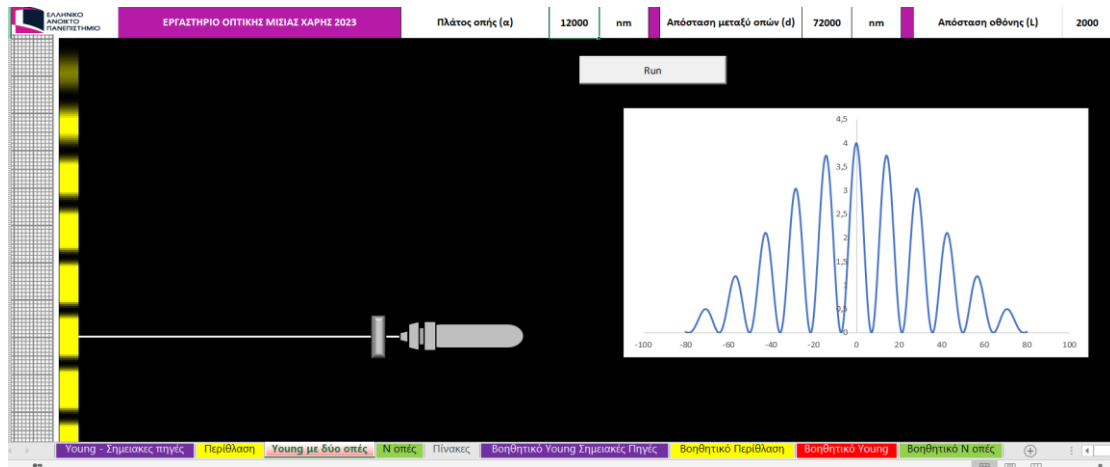
Οι τύποι της διακύμανσης, της τυπικής απόκλισης και του σφάλματος της μέσης τιμής υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$Var(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\langle \lambda \rangle - \lambda_i)^2$$

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{Var(\lambda)}$$

$$\sigma_{\langle \lambda \rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sigma_{\lambda}$$

5. Μεταβείτε στο φύλλο Young με δύο οπές .



Σχήμα 5.1. 2– Φύλλο excel Young με δύο οπές

6. Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία με προηγουμένως

7. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα ξεκινώντας από την απόσταση της οθόνης και το πλάτος της οπής που δίνεται από τον καθηγητή.

Απόσταση d μεταξύ των οπών (nm)	Πλάτος a οπής (nm)	Απόσταση διαδοχικών μεγίστων Δx (mm)	Απόσταση οθόνης L (mm)	Μήκος κύματος λ (nm)	$(\langle \lambda \rangle - \lambda)^2$
48.000					
60.000					
72.000					
Διακύμανση – Var(λ)					
Τυπική απόκλιση – σ _λ					
Σφάλμα μέσης τιμής – σ _{<λ>}					
$\langle \lambda \rangle$ (nm)					

Πίνακας 5. 2 – Μετρήσεις μαθητών σε πείραμα του Young από δύο οπές

Το μήκος κύματος υπολογίζεται από την σχέση :

$$\lambda = \frac{(a + d) \cdot \Delta x}{L}$$

Οι τύποι της διακύμανσης, της τυπικής απόκλισης και του σφάλματος της μέσης τιμής υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$Var(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\langle \lambda \rangle - \lambda_i)^2$$

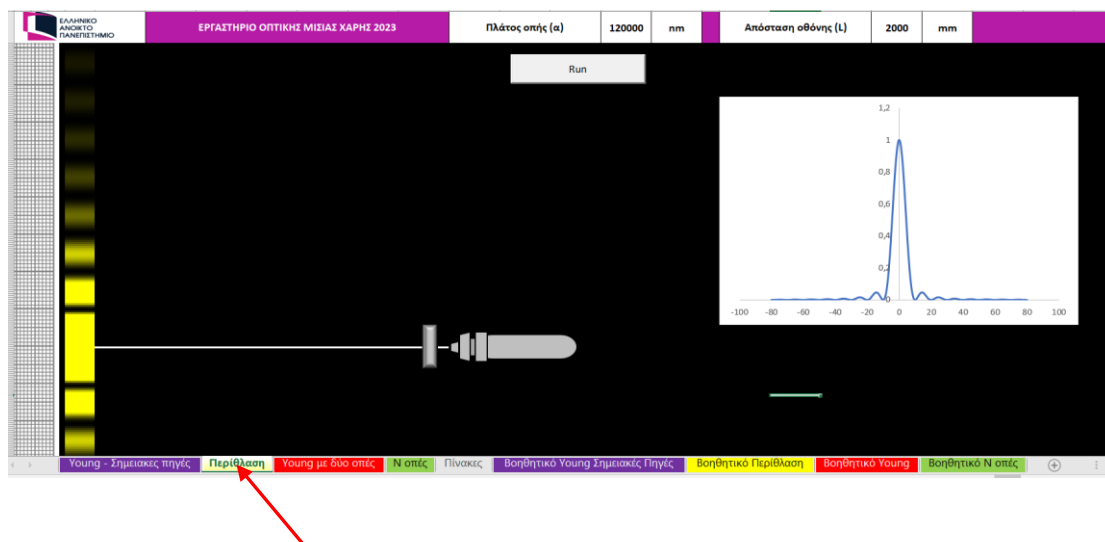
$$\sigma_\lambda = \sqrt{Var(\lambda)}$$

$$\sigma_{\langle \lambda \rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sigma_\lambda$$

5.2 Φύλλο excel Περίθλαση

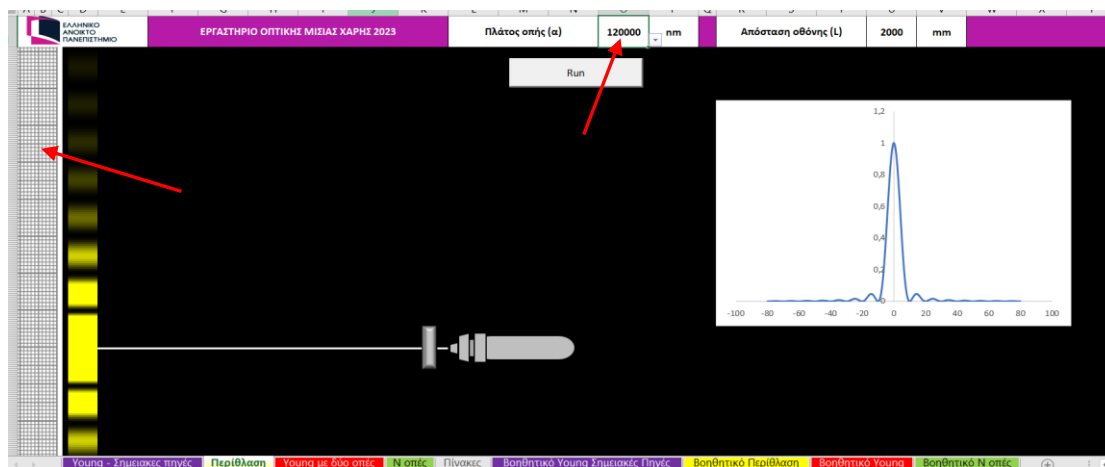
Ο καθηγητής έχει προσδιορίσει το μήκος κύματος και την απόσταση από την οθόνη και καλεί τους μαθητές να συμπληρώσουν τον πίνακα 5.2 με την παρακάτω σειρά.

1. Ανοίξτε την εφαρμογή του excel
2. Μεταβείτε στο φύλλο Περίθλαση



Σχήμα 5.2. 1– Φύλλο excel Περίθλαση

3. Ρυθμίστε πλάτος a της οπής διαδοχικά σε 0,12 mm , 0,24 mm και 0,48 mm μετρώντας την απόσταση των σκοτεινών κροσσών με την βοήθεια του χαρτιού μιλιμετρέ στο αριστερό τμήμα . Προσοχή μην ξεχάσετε να πατάτε το κουμπί Run κάθε φορά που κάνετε μια αλλαγή



Σχήμα 5.2. 2

4. Συμπληρώστε τις τιμές του Πίνακα 5.3

Τάξη σκοτεινού κροσσού (n)	$\alpha = 120.000 \text{ nm}$			$\alpha = 240.000 \text{ nm}$			$\alpha = 480.000 \text{ nm}$		
	x (mm)	x_n/n (mm)	$(\langle x_n/n - x_n/n \rangle)^2$	x (mm)	x_n/n (mm)	$(\langle x_n/n - x_n/n \rangle)^2$	x (mm)	x_n/n (mm)	$(\langle x_n/n - x_n/n \rangle)^2$
1									
2									
3									
4									
5									
6									

Πίνακας 5. 3 – Μετρήσεις μαθητών σε πείραμα περίθλασης

Η σχέση που δίνει το λ είναι :

$$\lambda = \frac{\langle \frac{x_n}{n} \rangle \cdot \alpha}{L}$$

5. Με την βοήθεια του Πίνακα 5.3 συμπληρώστε τον Πίνακα 5.4

	$\alpha = 120.000 \text{ nm}$	$\alpha = 240.000 \text{ nm}$	$\alpha = 480.000 \text{ nm}$
L (mm)			
N			
$\langle \frac{x_n}{n} \rangle$ (mm)			
Var $(\frac{x_n}{n})$			
$\sigma_{\frac{x_n}{n}}$			
$\sigma_{\langle \frac{x_n}{n} \rangle}$			
σ_λ			
λ (nm)			
$\sigma_{\langle \lambda \rangle}$			
$\langle \lambda \rangle$ (nm)			

Πίνακας 5. 4 – Επεξεργασία αποτελεσμάτων του πειράματος της περίθλασης

Οι τύποι της διακύμανσης, της τυπικής απόκλισης και του σφάλματος της μέσης τιμής υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$\text{Var} \left(\frac{x_n}{n} \right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\langle \frac{x_n}{n} \rangle - \left(\frac{x_n}{n} \right)_i \right)^2$$

$$\sigma_{\frac{x_n}{n}} = \sqrt{\text{Var} \left(\frac{x_n}{n} \right)}$$

$$\sigma_{\langle \frac{x_n}{n} \rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sigma_{\frac{x_n}{n}}$$

ενώ η μετάδοση του σφάλματος υπολογίζεται από την σχέση :

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial f \left(\langle \frac{x_n}{n} \rangle \right)}{\partial \left(\langle \frac{x_n}{n} \rangle \right)} \right)^2 \cdot \sigma_{\langle \frac{x_n}{n} \rangle}^2} = \frac{\alpha}{L} \cdot \sigma_{\langle \frac{x_n}{n} \rangle}$$

Η μέση τιμή τελικά του μήκους κύματος θα είναι :

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\frac{\lambda_1}{\sigma_1^2} + \frac{\lambda_2}{\sigma_2^2} + \frac{\lambda_3}{\sigma_3^2}}{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + \frac{1}{\sigma_3^2}}$$

ενώ για το σφάλμα αυτής της τιμής θα έχουμε :

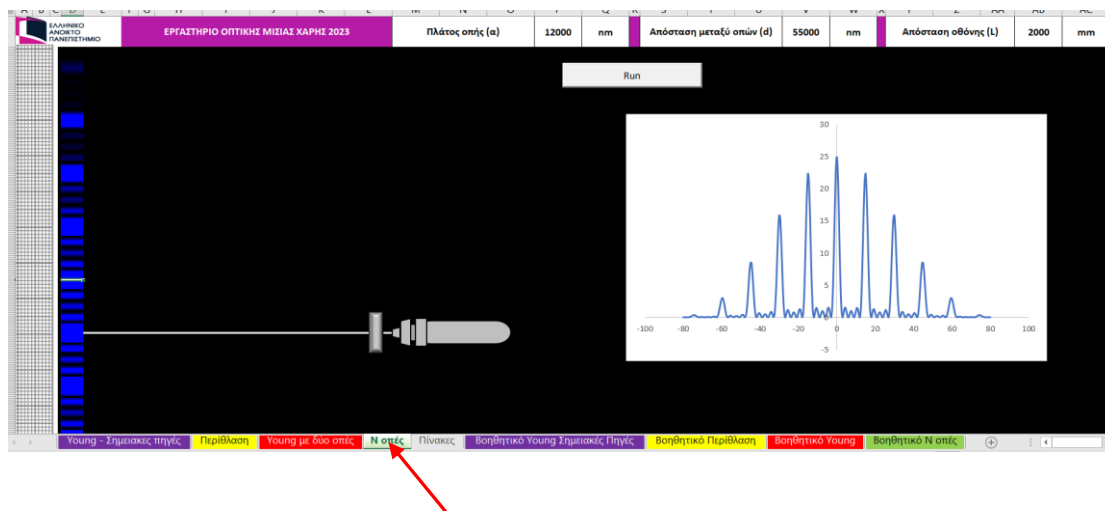
$$Var(\langle \lambda \rangle) = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + \frac{1}{\sigma_3^2}}$$

$$\sigma_{\langle \lambda \rangle} = \sqrt{Var(\langle \lambda \rangle)}$$

5.3 Φύλλο excel N οπές

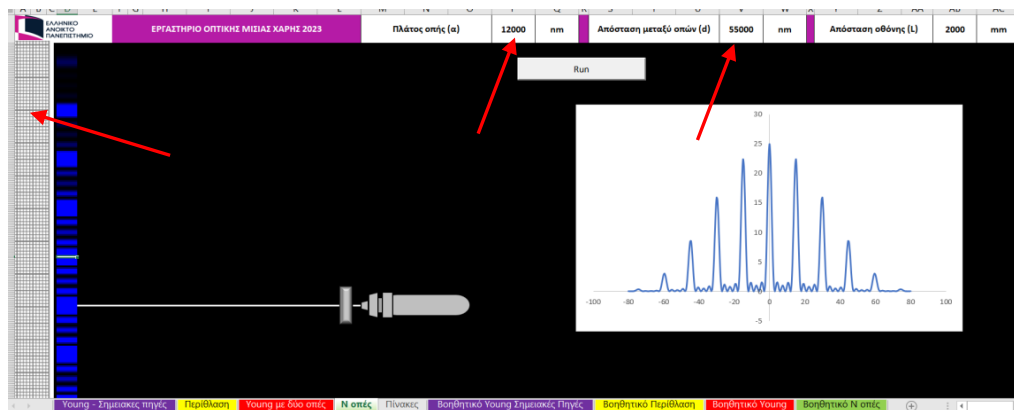
Ο καθηγητής επιλέγει το μήκος κύματος, την απόσταση από την οθόνη και τον αριθμό των οπών. Η σειρά που ακολουθούν οι μαθητές είναι :

1. Ανοίξτε την εφαρμογή του excel
2. Μεταβείτε στο φύλλο N οπές



Σχήμα 5.3. 1

3. Ρυθμίστε την απόσταση d μεταξύ των οπών διαδοχικά σε $0,048\text{mm}$, $0,06\text{ mm}$ και $0,072\text{ mm}$ και μετρήστε την απόσταση δύο διαδοχικών μεγίστων με την βοήθεια του χαρτιού μιλιμετρέ στο αριστερό τμήμα για πλάτος οπής (α) ίσο με $0,012\text{ mm}$. Επαναλάβετε την διαδικασία για πλάτος οπής $0,024\text{ mm}$ και $0,048\text{ mm}$ Προσοχή μην ξεχάσετε να πατάτε το κουμπί Run κάθε φορά που κάνετε μια αλλαγή



Σχήμα 5.3. 2

4. Συμπληρώστε τον πίνακα 5.4 ξεκινώντας από την απόσταση της οθόνης που δίνεται από τον καθηγητή

Απόσταση d μεταξύ των οπών (nm)	Πλάτος α οπής (nm)	Απόσταση διαδοχικών μεγίστων Δx (mm)	Απόσταση οθόνης L (mm)	Μήκος κύματος λ (nm)	$(\langle \lambda \rangle - \lambda)^2$
48.000	12.000				
60.000	12.000				
72.000	12.000				
48.000	24.000				
60.000	24.000				
72.000	24.000				
48.000	48.000				
60.000	48.000				
72.000	48.000				
Διακόμευση – $\text{Var}(\lambda)$					
Τυπική απόκλιση – σ_λ					
Σφάλμα μέσης τιμής – $\sigma_{\langle \lambda \rangle}$					
$\langle \lambda \rangle$ (nm)					

Πίνακας 5. 5 – Μετρήσεις μαθητών σε πείραμα N οπών

Το μήκος κύματος υπολογίζεται από την σχέση :

$$\lambda = \frac{(\mathbf{a} + \mathbf{d}) \cdot \Delta \mathbf{x}}{L}$$

Οι τύποι της διακύμανσης, της τυπικής απόκλισης και του σφάλματος της μέσης τιμής υπολογίζονται από τις σχέσεις :

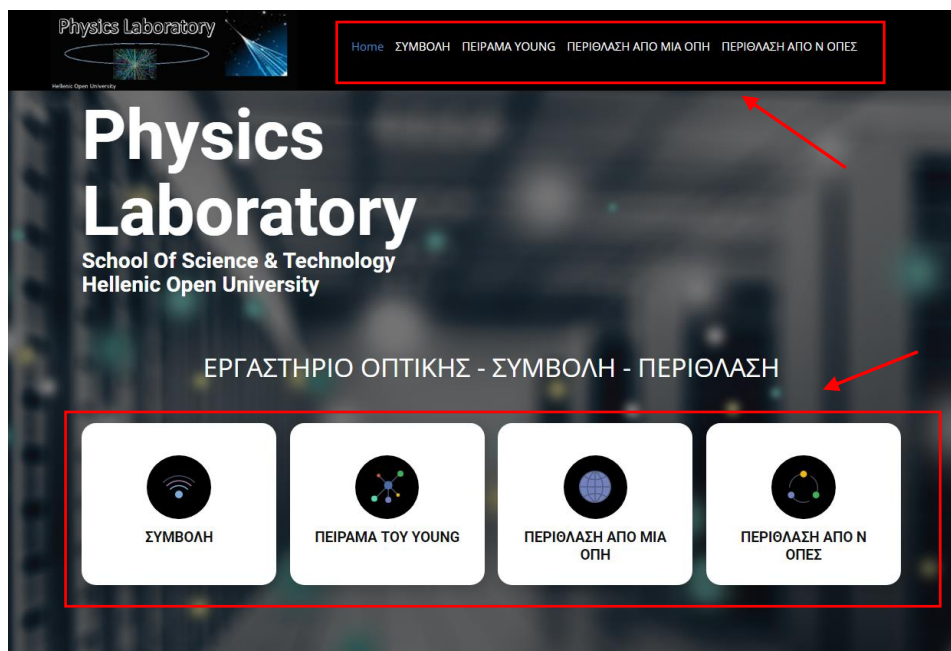
$$Var(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\langle \lambda \rangle - \lambda_i)^2$$

$$\sigma_\lambda = \sqrt{Var(\lambda)}$$

$$\sigma_{\langle \lambda \rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sigma_\lambda$$

6. Website με παρουσίαση της εργασίας

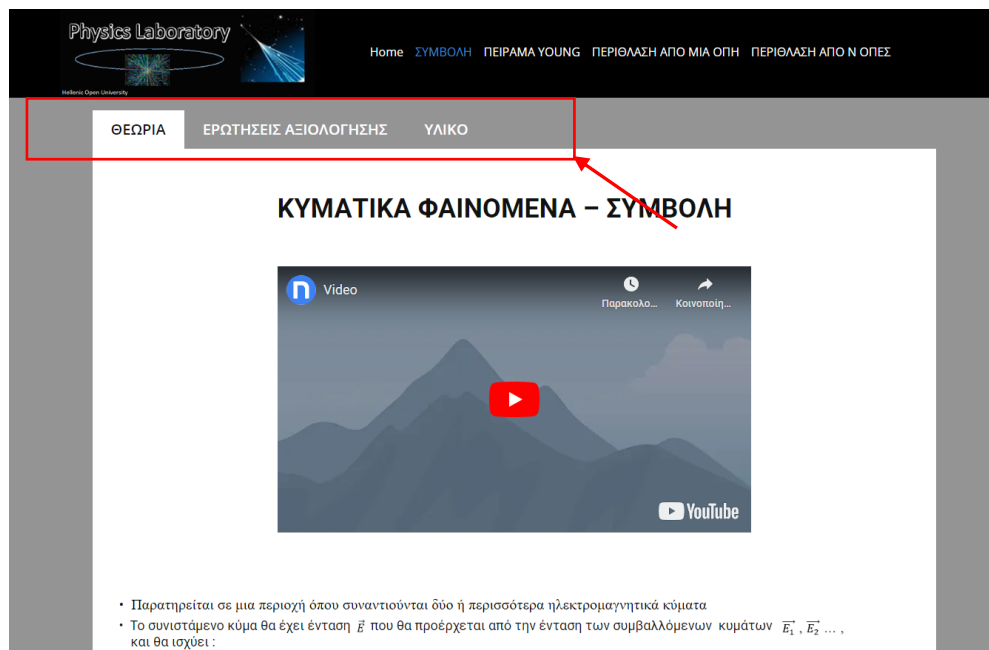
Το σύνολο της εργασίας παρουσιάζεται σε μία ιστοσελίδα του Physicslab. Ο ιστότοπος της εργασίας έχει 5 σελίδες, την κεντρική σελίδα (Home) και 4 σελίδες που αναφέρονται αντίστοιχα στην συμβολή, στο πείραμα του Young, στην περίθλαση από μία λεπτή ορθογώνια σχισμή και στην περίθλαση από N παράλληλες ορθογώνιες σχισμές. Στην κεντρική σελίδα μπορεί φαίνονται οι επιλογές αυτές σε 4 υπερσυνδέσμους. Εναλλακτικά μπορεί κανείς να επιλέξει την σελίδα που θέλει από το μενού που βρίσκεται στην πάνω κορδέλα του ιστότοπου (σχήμα 6.1).



Σχήμα 6. 1

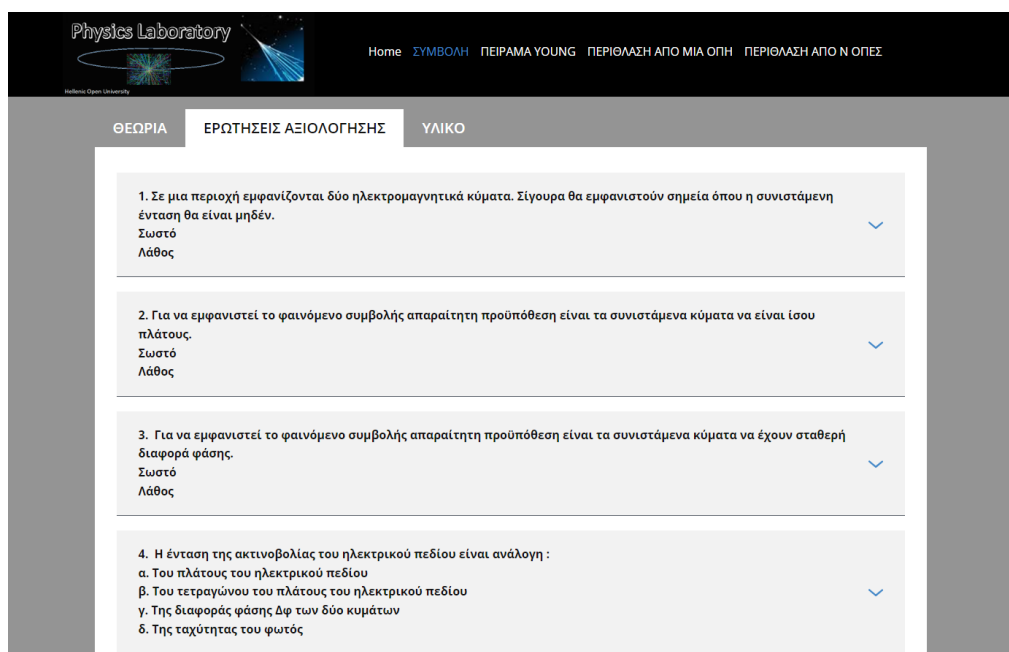
6.1 Σελίδα ιστότοπου «Συμβολή»

Στην σελίδα «Συμβολή» υπάρχουν 3 καρτέλες (Tabs) (σχήμα 6.2). Η πρώτη καρτέλα περιέχει συνοπτικά την θεωρία της συμβολής καθώς και ένα video παρουσίασης, το οποίο φτιάχτηκε από την εργασία αυτή και παρουσιάζεται με την βοήθεια του PowerPoint.



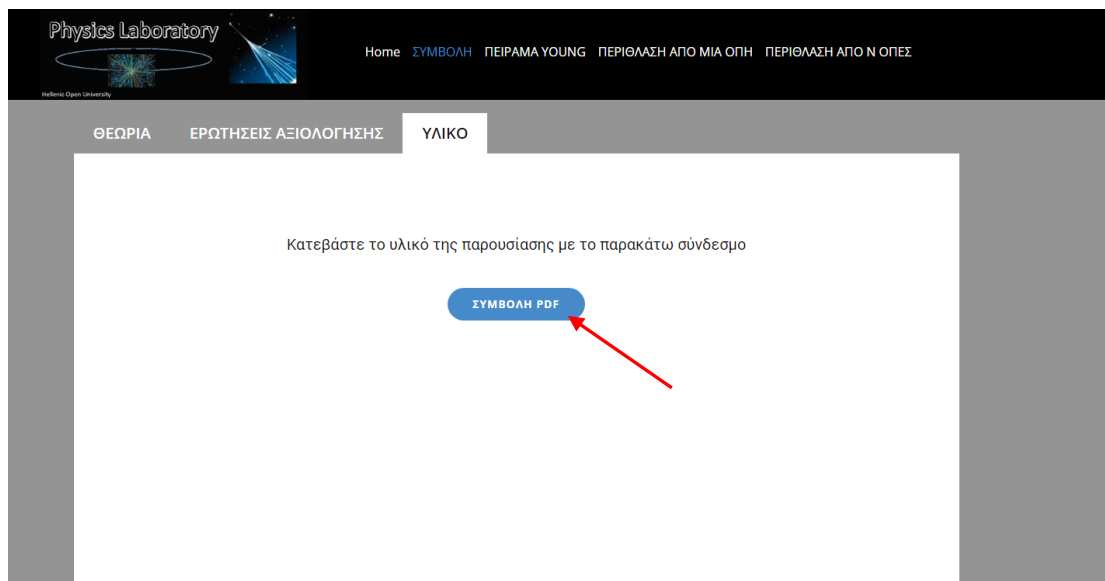
Σχήμα 6. 2

Η δεύτερη καρτέλα περιέχει ερωτήσεις αξιολόγησης πάνω στην θεωρία της συμβολής με σκοπό ο αναγνώστης να ελέγξει τον βαθμό που κατανόησε το κείμενο (σχήμα 6.3). Οι ερωτήσεις είναι με την μορφή της πολλαπλής επιλογής και δίπλα σε κάθε ερώτηση υπάρχει ένα κουμπί που εμφανίζει την απάντηση.



Σχήμα 6. 3

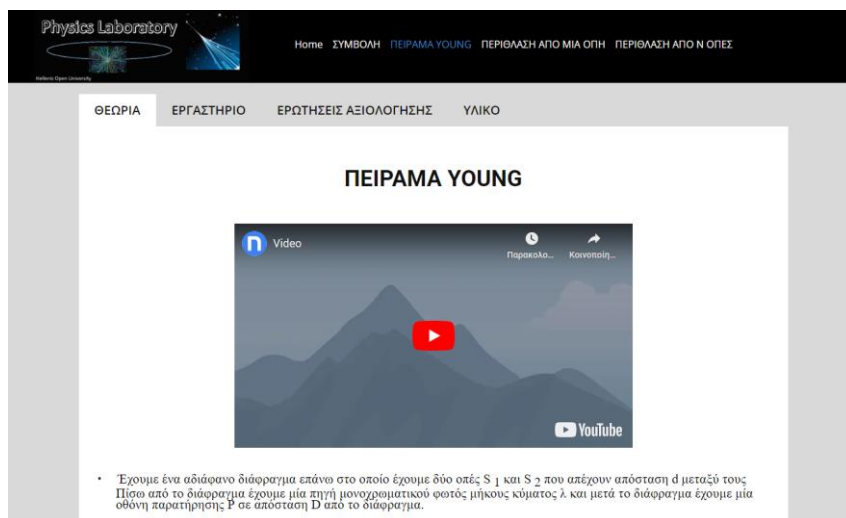
Στην τρίτη καρτέλα περιέχετε το υλικό του συγκεκριμένου κεφαλαίου με την μορφή Pdf ώστε αν ο αναγνώστης επιθυμεί να μπορεί να το κατεβάσει (σχήμα 6.4).



Σχήμα 6. 4

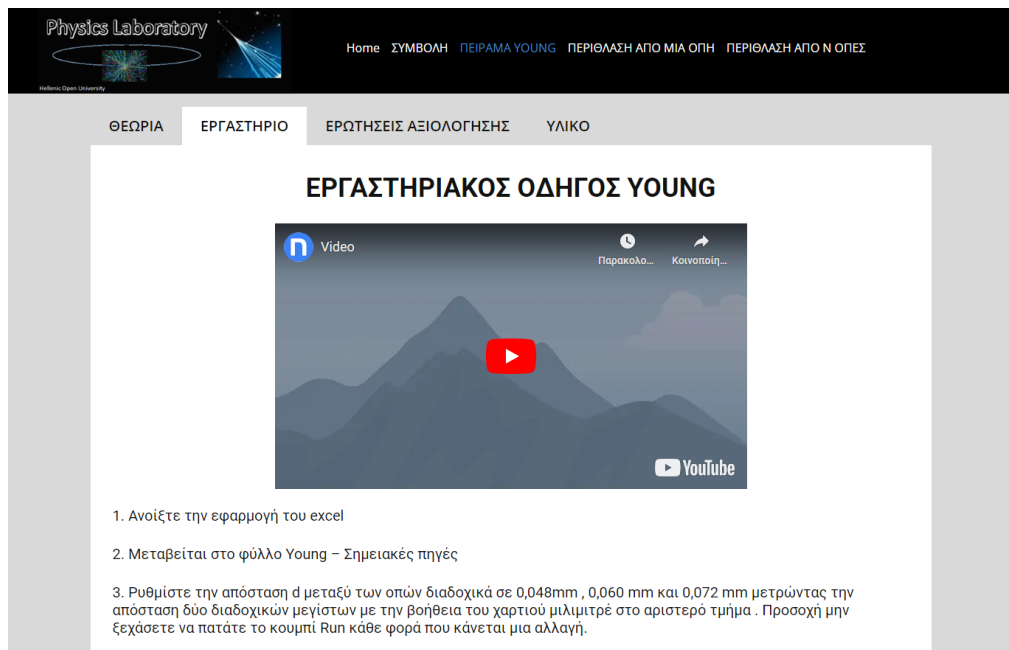
6.2 Σελίδα ιστότοπου «Πείραμα του Young»

Στην σελίδα «Πείραμα του Young» υπάρχουν 4 καρτέλες (Tabs) (σχήμα 6.5). Η πρώτη καρτέλα περιέχει συνοπτικά την θεωρία του πειράματος του Young καθώς και ένα video παρουσίασης, το οποίο φτιάχτηκε από την εργασία αυτή και παρουσιάζεται με την βοήθεια του PowerPoint.



Σχήμα 6. 5

Η δεύτερη καρτέλα περιέχει τον εργαστηριακό οδηγό του πειράματος του Young που έχει σχεδιαστεί ώστε να εκτελεστεί το πείραμα με την βοήθεια της εφαρμογής του Excel που έχουμε συζητήσει στο προηγούμενο κεφάλαιο (σχήμα 6.6) καθώς και ένα video που περιγράφει πως γίνεται το πείραμα.



The screenshot shows a web page titled "Physics Laboratory" with a navigation menu including "Home", "ΣΥΜΒΟΛΗ", "ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG", "ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΟΠΗ", and "ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ Ν ΟΠΕΣ". Below the navigation, there are tabs for "ΘΕΩΡΙΑ", "ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ", "ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ", and "ΥΛΙΚΟ". The main content area is titled "ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ YOUNG" and features a video player with a play button. Below the video, there are three numbered instructions:

1. Ανοίξτε την εφαρμογή του excel
2. Μεταβείτε στο φύλλο Young – Σημειακές πηγές
3. Ρυθμίστε την απόσταση d μεταξύ των οπών διαδοχικά σε $0,048\text{mm}$, $0,060\text{mm}$ και $0,072\text{mm}$ μετρώντας την απόσταση δύο διαδοχικών μεγίστων με την βοήθεια του χαρτιού μιλιμετρέ στο αριστερό τμήμα. Προσοχή μην ξεχάσετε να πατάτε το κουμπί Run κάθε φορά που γίνεται μια αλλαγή.

Σχήμα 6. 6

Η τρίτη καρτέλα περιέχει ερωτήσεις αξιολόγησης πάνω στην θεωρία του πειράματος του Young με σκοπό ο αναγνώστης να ελέγξει τον βαθμό που κατανόησε το κείμενο (σχήμα 6.7). Οι ερωτήσεις είναι με την μορφή της πολλαπλής επιλογής και δίπλα σε κάθε ερώτηση υπάρχει ένα κουμπί που εμφανίζει την απάντηση.

Physics Laboratory
Home ΣΥΜΒΟΛΗ ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΟΠΗ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ Ν ΟΠΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΥΛΙΚΟ

1. Η γωνία παρατήρησης ενός φωτεινού κροσσού με τον αμέσως επόμενο σκοτεινό κροσσό ισούται με λ/d .
Σωστό
Λάθος
2. Πώς θα μεταβληθεί η απόσταση x ενός φωτεινού κροσσού παρατήρησης αν διπλασιάσουμε το μήκος κύματος λ ;
α. Δεν μεταβάλλεται
β. $x' = 2x$
γ. $x' = x/2$
δ. $x' = x/4$
3. Πώς θα μεταβληθεί η απόσταση x ενός φωτεινού κροσσού παρατήρησης αν διπλασιάσουμε την απόσταση D του πετάσματος;
α. Δεν μεταβάλλεται
β. $x' = 2x$
γ. $x' = x/2$
δ. $x' = x/4$
4. Πώς θα μεταβληθεί η απόσταση x ενός φωτεινού κροσσού παρατήρησης αν διπλασιάσουμε την απόσταση d μεταξύ των οπών ;

Σχήμα 6. 7

Στην τέταρτη καρτέλα περιέχετε το υλικό του συγκεκριμένου κεφαλαίου με την μορφή Pdf ώστε αν ο αναγνώστης επιθυμεί να μπορεί να το κατεβάσει καθώς και ο εργαστηριακός οδηγός σε μορφή Pdf (σχήμα 6.8).

Physics Laboratory
Home ΣΥΜΒΟΛΗ ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΟΠΗ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ Ν ΟΠΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΥΛΙΚΟ

Κατεβάστε το υλικό της παρουσίασης με τον παρακάτω σύνδεσμο

[ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG](#)

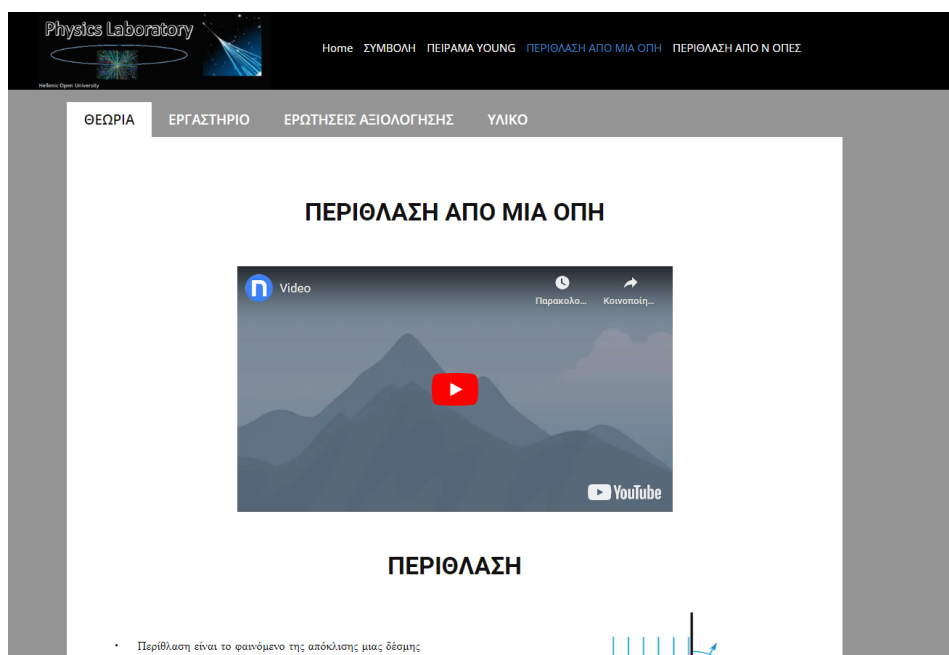
Κατεβάστε τον εργαστηριακό οδηγό με τον παρακάτω σύνδεσμο

[ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ YOUNG](#)

Σχήμα 6. 8

6.3 Σελίδα ιστότοπου «Περίθλαση από μια οπή»

Στην σελίδα «Περίθλαση από μια οπή» υπάρχουν 4 καρτέλες (Tabs) (σχήμα 6.9). Η πρώτη καρτέλα περιέχει συνοπτικά την θεωρία της περίθλασης από μία οπή καθώς και ένα video παρουσίασης, το οποίο φτιάχτηκε από την εργασία αυτή και παρουσιάζεται με την βοήθεια του PowerPoint.



Σχήμα 6. 9

Η δεύτερη καρτέλα περιέχει τον εργαστηριακό οδηγό της περίθλασης από μία οπή που έχει σχεδιαστεί ώστε να εκτελεστεί το πείραμα με την βοήθεια της εφαρμογής του Excel (σχήμα 6.10) καθώς και ένα video που περιγράφει πως γίνεται το πείραμα.

Physics Laboratory
Home ΣΥΜΒΟΛΗ ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΟΠΗ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ Ν ΟΠΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΥΛΙΚΟ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΟΠΗ

Video

1. Ανοίξτε την εφαρμογή του excel
2. Μεταβείτε στο φύλλο Περίθλαση
3. Ρυθμίστε πλάτος α της οπής διαδοχικά σε 0,12 mm , 0,24 mm και 0,48 mm μετρώντας την απόσταση των σκοτεινών κροσσών με την βοήθεια του χαρτιού μιλιμετρέ στο αριστερό τμήμα . Προσοχή μην ξεχάσετε να πατάτε το κουμπί Run κάθε φορά που κάνετε μια αλλαγή

Σχήμα 6. 10

Η τρίτη καρτέλα περιέχει ερωτήσεις αξιολόγησης πάνω στην θεωρία της περίθλασης από μία οπή με σκοπό ο αναγνώστης να ελέγξει τον βαθμό που κατανόησε το κείμενο (σχήμα 6.11). Οι ερωτήσεις είναι με την μορφή της πολλαπλής επιλογής και δίπλα σε κάθε ερώτηση υπάρχει ένα κουμπί που εμφανίζει την απάντηση.

Physics Laboratory
Home ΣΥΜΒΟΛΗ ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΟΠΗ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ Ν ΟΠΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΥΛΙΚΟ

1. Μια παράλληλη μονοχρωματική δέσμη μήκους κύματος λ προσπίπτει σε σχισμή πλάτους d και παρατηρείται η εικόνα του φαινομένου της περίθλασης σε οθόνη που απέχει απόσταση D από την σχισμή. Αν ταυτόχρονα διπλασιάσουμε το μήκος κύματος και το πλάτος της οπής η γωνία παρατήρησης του πρώτου ελάχιστου :

α. Δεν μεταβάλλεται
β. $\theta = 2\theta$
γ. $\theta = \theta/2$
δ. $\theta = \theta/4$

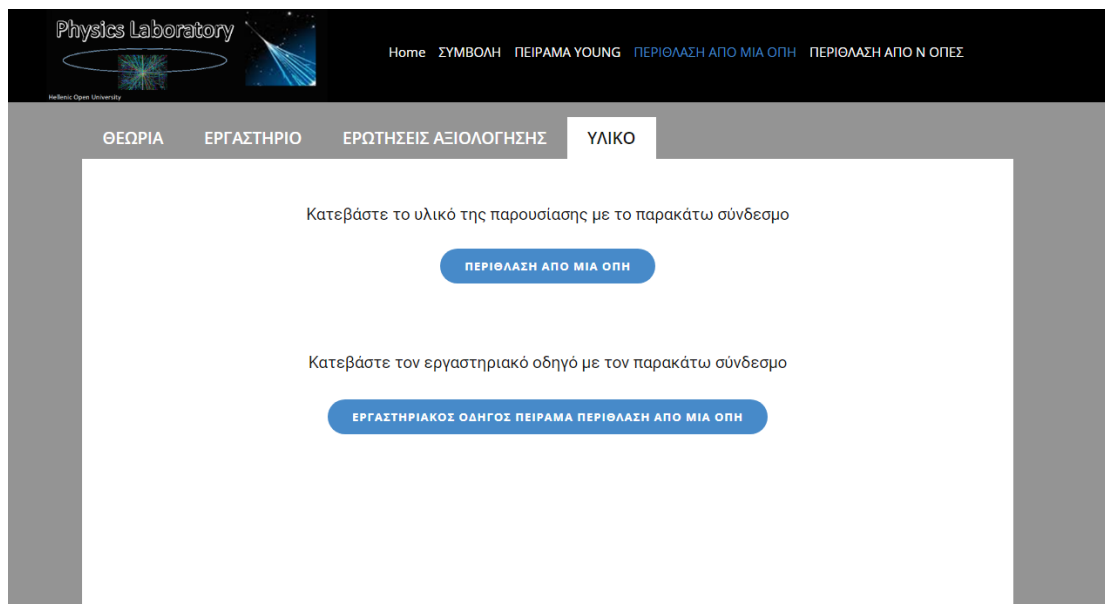
2. Μια παράλληλη μονοχρωματική δέσμη μήκους κύματος λ προσπίπτει σε σχισμή πλάτους d και παρατηρείται η εικόνα του φαινομένου της περίθλασης σε οθόνη που απέχει απόσταση D από την σχισμή. Αν ταυτόχρονα διπλασιάσουμε το μήκος κύματος και την απόσταση D από την οθόνη τότε η γωνία παρατήρησης του πρώτου ελάχιστου :

α. Δεν μεταβάλλεται
β. $\theta = 2\theta$
γ. $\theta = 4\theta$
δ. $\theta = \theta/4$

3. Σε ένα πείραμα περίθλασης οι κροσσοί περίθλασης εκτείνονται στο άπειρο.
Σωστό
Λάθος

Σχήμα 6. 11

Στην τέταρτη καρτέλα περιέχετε το υλικό του συγκεκριμένου κεφαλαίου με την μορφή Pdf ώστε αν ο αναγνώστης επιθυμεί να μπορεί να το κατεβάσει καθώς και ο εργαστηριακός οδηγός σε μορφή Pdf (σχήμα 6.12).



Σχήμα 6. 12

6.4 Σελίδα ιστότοπου «Περίθλαση από N οπές»

Στην σελίδα «Περίθλαση από N οπές» υπάρχουν 4 καρτέλες (Tabs) (σχήμα 6.13). Η πρώτη καρτέλα περιέχει συνοπτικά την θεωρία της Περίθλαση από N οπές καθώς και ένα video παρουσίασης, το οποίο φτιάχτηκε από την εργασία αυτή και παρουσιάζεται με την βοήθεια του PowerPoint.

Σχήμα 6. 13

Η δεύτερη καρτέλα περιέχει τον εργαστηριακό οδηγό της Περίθλαση από N οπές που έχει σχεδιαστεί ώστε να εκτελεστεί το πείραμα με την βοήθεια της εφαρμογής του Excel (σχήμα 6.14) καθώς και ένα video που περιγράφει πως γίνεται το πείραμα.

Physics Laboratory
Home ΣΥΜΒΟΛΗ ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΟΠΗ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ Ν ΟΠΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΥΛΙΚΟ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ Ν ΟΠΕΣ

Video

Παρακαλώ... Κοινοποιή...

YouTube

1. Ανοίξτε την εφαρμογή του excel
2. Μεταβείτε στο φύλλο N οπές
3. Ρυθμίστε την απόσταση d μεταξύ των οπών διαδοχικά σε 0,048mm , 0,06 mm και 0,072 mm και μετρήστε την απόσταση δύο διαδοχικών μεγίστων με την βοήθεια του χαρτιού μιλιμετρέ στο αριστερό τμήμα για πλάτος οπής (a) ίσο με 0,012 mm. Επαναλάβετε την διαδικασία για πλάτος οπής 0,024 mm και 0,048 mm Προσοχή μην ξεχάσετε να πατάτε το κουμπί Run κάθε φορά που κάνετε μια αλλαγή
4. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα ξεκινώντας από την απόσταση της οθόνης που δίνεται από τον καθηγητή

Σχήμα 6. 14

Η τρίτη καρτέλα περιέχει ερωτήσεις αξιολόγησης πάνω στην θεωρία της Περίθλαση από Ν οπές με σκοπό ο αναγνώστης να ελέγξει τον βαθμό που κατανόησε το κείμενο (σχήμα 6.15). Οι ερωτήσεις είναι με την μορφή της πολλαπλής επιλογής και δίπλα σε κάθε ερώτηση υπάρχει ένα κουμπί που εμφανίζει την απάντηση.

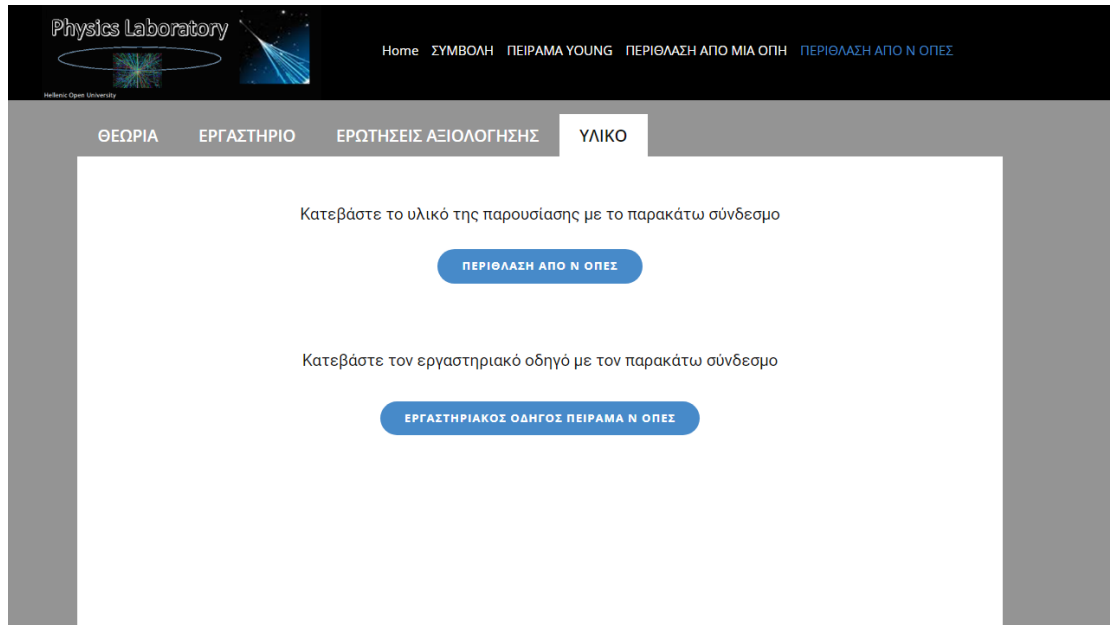
Physics Laboratory
Home ΣΥΜΒΟΛΗ ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΟΠΗ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ Ν ΟΠΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΥΛΙΚΟ

1. Το φαινόμενο της συμβολής και της περίθλασης δεν μπορούν να συμβούν ταυτόχρονα.
Σωστό
Λάθος
2. Ο αριθμός των δευτερευόντων μεγίστων που σχηματίζονται σε ένα πείραμα περίθλασης από Ν σχισμές είναι 3. Ο αριθμός των σχισμών είναι :
α. 2
β. 3
γ. 4
δ. 5
3. Σε ένα πείραμα περίθλασης από Ν σχισμές χρησιμοποιήσαμε λέιζερ μήκους κύματος 500 nm και το κύριο μέγιστο δεύτερης τάξης εμφανίζεται σε γωνία με $\sin\theta = 0,2$. Αν το πλάτος της κάθε οπής είναι 0,012 mm τότε η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σχισμών είναι :
α. 0,048 mm
β. 1 μm
γ. 2 μm
δ. 5 nm

Σχήμα 6. 15

Στην τέταρτη καρτέλα περιέχετε το υλικό του συγκεκριμένου κεφαλαίου με την μορφή Pdf ώστε αν ο αναγνώστης επιθυμεί να μπορεί να το κατεβάσει καθώς και ο εργαστηριακός οδηγός σε μορφή Pdf (σχήμα 6.16).



Σχήμα 6. 16

Βιβλιογραφία

- Α. Λείσος «ΑΣΚΗΣΗ 9 Περίθλαση του Φωτός » 2019 Εκδόσεις Ε.Α.Π.
- Γ. Ασημέλλης «ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ» .χ.χ. Ανακτήθηκε από <https://docplayer.gr/10039911-I-fasi-paizei-spoydaio-rolo.html>
- Α. Βραδής – Β. Βεργανελάκης – Μ. Πιζανίας «Εργαστηριακό Βοήθημα Φυσικής ΙΙ» Πάτρα 2005 Εκδόσεις Ε.Α.Π.
- Σ. Φούλιας «Εισαγωγή στα ελαστικά κύματα» χ.χ. Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων ανακτήθηκε από chrome-extension://oemmnadbldboiebnladdacbdadm/https://olympias.lib.uoi.gr/jspui/bitstream/123456789/6511/1/%CE%A6%CE%9F%CE%A5%CE%9B%CE%99%CE%91%CE%A3.pdf
- C. C. Katsidis «Περίθλαση Fraunhofer» 2013 ανακτήθηκε από chrome-extension://oemmnadbldboiebnladdacbdadm/https://www.materials.uoc.gr/el/undergrad/courses/ETY204/Fraunhofer.pdf
- J. Peatross – M. Ware «Physics of Light and optics » 2015 Brigham Young University
- Feynman Lectures on Physics <https://www.feynmanlectures.caltech.edu/>
- Pearson Education, Inc 2009 ανακτήθηκε από chrome-extension://oemmnadbldboiebnladdacbdadm/https://www.chemistry.uoc.gr/frudakis/Courses/Physics_II_ClassicalWaves/06-Superposition.pdf
- Ανώνυμος χ.χ. ανακτήθηκε από chrome-extension://oemmnadbldboiebnladdacbdadm/https://www.aua.gr/~bethanis/diffraction_4web.pdf
- Ανώνυμος χ.χ. «Εκπομπή και διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων» ανακτήθηκε από chrome-extension://oemmnadbldboiebnladdacbdadm/https://www.ceid.upatras.gr/webpages/faculty/alexio/ahts/notes/kef08.pdf
- Ανώνυμος χ.χ. «Συμβολή και Περίθλαση του Φωτός Ι & ΙΙ» ανακτήθηκε από chrome-extension://oemmnadbldboiebnladdacbdadm/https://alpha.physics.uoi.gr/optlab/SHMEIWSEIS/2010/5-

6.%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%AF%CE%B8%CE%BB%CE%B1%CF%83%CE%B7%20%CE%A6%CF%89%CF%84%CF%8C%CF%82%20%CE%99&%CE%99%CE%99.pdf

Υπέθυνη Δήλωση Συγγραφέα:

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν. 1599/1986 και τα άρθρα 2,4,6 παρ. 3 του Ν. 1256/1982, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον.