



ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

Μεταπτυχιακές σπουδές στα Μαθηματικά (ΜΣΜ)

Διπλωματική Εργασία

**Επιχειρησιακή Βελτιστοποίηση: Ο ρόλος των Μαθηματικών
Μοντέλων και της Τεχνητής Νοημοσύνης**

Στυλιανή Σισμανίδου

Επιβλέπων καθηγητής: Νικόλαος Τσίτσας

Θεσσαλονίκη, Σεπτέμβριος 2026

Η παρούσα εργασία αποτελεί πνευματική ιδιοκτησία της φοιτήτριας Στυλιανή Σισμανίδου που την εκπόνησε. Στο πλαίσιο της πολιτικής ανοικτής πρόσβασης ο συγγραφέας/δημιουργός εκχωρεί στο ΕΑΠ, μη αποκλειστική άδεια χρήσης του δικαιώματος αναπαραγωγής, προσαρμογής, δημόσιου δανεισμού, παρουσίασης στο κοινό και ψηφιακής διάχυσής τους διεθνώς, σε ηλεκτρονική μορφή και σε οποιοδήποτε μέσο, για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς, άνευ ανταλλάγματος και για όλο το χρόνο διάρκειας των δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας. Η ανοικτή πρόσβαση στο πλήρες κείμενο για μελέτη και ανάγνωση δεν σημαίνει καθ' οιονδήποτε τρόπο παραχώρηση δικαιωμάτων διανοητικής ιδιοκτησίας του συγγραφέα/δημιουργού ούτε επιτρέπει την αναπαραγωγή, αναδημοσίευση, αντιγραφή, αποθήκευση, πώληση, εμπορική χρήση, μετάδοση, διανομή, έκδοση, εκτέλεση, «μεταφόρτωση» (downloading), «ανάρτηση» (uploading), μετάφραση, τροποποίηση με οποιονδήποτε τρόπο, τμηματικά ή περιληπτικά της εργασίας, χωρίς τη ρητή προηγούμενη έγγραφη συναίνεση του συγγραφέα/δημιουργού. Ο συγγραφέας/δημιουργός διατηρεί το σύνολο των ηθικών και περιουσιακών του δικαιωμάτων.

Επιχειρησιακή Βελτιστοποίηση: Ο ρόλος των Μαθηματικών Μοντέλων και της Τεχνητής Νοημοσύνης

Στυλιανή Σισμανίδου

Επιτροπή Επίβλεψης Διπλωματικής Εργασίας

Επιβλέπων Καθηγητής:

Νικόλαος Τσίτσας

Καθηγητής

Τμήμα Πληροφορικής

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο

Θεσσαλονίκης

Συν-Επιβλέπων Καθηγητής:

Νικόλαος Ματζάκος

Αναπληρωτής Καθηγητής

Παιδαγωγικό Τμήμα

Ανώτατη Σχολή Παιδαγωγικής και

Τεχνολογικής Εκπαίδευσης

Θεσσαλονίκη, Σεπτέμβριος 2026

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Νικόλαο Τσίτσα, για την καθοδήγηση, την υποστήριξη και τις χρήσιμες παρατηρήσεις του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Παράλληλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, τον Γιώργο, την Έλενα, την Εύα και τον Φρίξο, για την υπομονή, την κατανόηση και την ενθάρρυνσή τους όλο αυτό το διάστημα. Η στήριξή τους ήταν σημαντική για μένα, ιδιαίτερα στις δύσκολες στιγμές αυτής της προσπάθειας.

Περίληψη

Κατά τις τελευταίες δεκαετίες η Τεχνητή Νοημοσύνη εξελίχθηκε από θεωρητικά συστήματα σε λειτουργικά εργαλεία που διευκολύνουν τη λήψη αποφάσεων, την ανάλυση δεδομένων και την αυτοματοποίηση πολύπλοκων μηχανισμών. Η ραγδαία αυτή ανάπτυξη της Τεχνητής Νοημοσύνης έχει δημιουργήσει νέες δυνατότητες για την εξέλιξη πολλών επιστημονικών και τεχνολογικών κλάδων. Στο πλαίσιο της Επιχειρησιακής Βελτιστοποίησης, η εργασία αυτή διερευνά την ενσωμάτωση της Τεχνητής Νοημοσύνης σε μεθόδους της Επιχειρησιακής Έρευνας ώστε να αξιολογηθεί η συνεισφορά της στην ενίσχυση της αποτελεσματικότητας και της αποδοτικότητας στα διάφορα στάδια των διαδικασιών.

Το κύριο μέρος της εργασίας εστιάζει στην ανάλυση των τριών βασικών σταδίων της Επιχειρησιακής Έρευνας – Δημιουργία Παραμέτρων, Διαμόρφωση Μοντέλου και Βελτιστοποίηση Μοντέλου – και διερευνά τον τρόπο με τον οποίο η Τεχνητή Νοημοσύνη υποστηρίζει και ενισχύει κάθε στάδιο, μέσω προηγμένων τεχνικών και αλγορίθμων καθώς και των μηχανισμών μάθησης που διέπουν τη λειτουργία τους.

Η πρακτική εφαρμογή της Τεχνητής Νοημοσύνης στην Επιχειρησιακή Έρευνα εξετάζεται μέσω δύο εφαρμογών. Η πρώτη αφορά τη διαδικασία παραλαβής πρώτων υλών στη Bosch της Ρουμανίας, ενώ η δεύτερη αφορά τον συντονισμό και τη βελτιστοποίηση μεγάλου στόλου ρομπότ στις αποθήκες της Amazon. Οι εφαρμογές αυτές αναδεικνύουν διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους η Τεχνητή Νοημοσύνη μπορεί να αξιοποιηθεί σε πραγματικά επιχειρησιακά περιβάλλοντα.

Στόχος της διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση των δυνατοτήτων της Τεχνητής Νοημοσύνης στην Επιχειρησιακή Έρευνα, με σκοπό να υποστηρίξει μελλοντικό προβληματισμό και περαιτέρω μελέτη.

Λέξεις – Κλειδιά

Τεχνητή Νοημοσύνη, Επιχειρησιακή Έρευνα, Μαθηματική Μοντελοποίηση, Μαθηματική Βελτιστοποίηση, Μηχανική Μάθηση

Operational Optimization: The Role of Mathematical Models and Artificial Intelligence

Styliani Sismanidou

Abstract

The rapid advancement of Artificial Intelligence (AI) has created new opportunities for the development of various scientific and technological fields, including Operations Research (OR). This thesis explores the integration of AI into the OR process, with the aim of enhancing its effectiveness and efficiency across different stages of the decision-making and optimization process.

The main part of this thesis focuses on how AI can be integrated into OR, with emphasis on three key aspects: parameter generation, model formulation, and model optimization. It examines how AI techniques and learning mechanisms can be incorporated into these stages to support the formulation and solution of optimization models. These approaches have the potential to facilitate the development of more accurate and efficient models, while offering innovative solutions to complex problems.

The practical application of AI in Operations Research is examined through two case studies. The first focuses on the implementation of an AI-driven reception process for raw materials at Bosch in Romania, examining the transition from manual operations to automated recognition. The findings validate the operational and financial advantages of AI-enabled warehouse management in achieving digital transformation in logistics. The second case study examines a suite of foundation models developed to support the coordination and planning for large-scale mobile robot fleets in Amazon warehouses worldwide. The results show that next-action prediction outperforms floor-state prediction,

while a scaling study demonstrates that increasing model size, computational budget, and data size improves performance.

The aim of this thesis is to present the potential of AI in Operations Research with the purpose of supporting further research in this field.

Keywords

Operations Research, Artificial Intelligence, Mathematical Optimization, Machine Learning, Optimization Models

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα : Ορισμός, Ιστορική Εξέλιξη και Στάδια.....	1
2. Μαθηματικά Μοντέλα Βελτιστοποίησης	5
2.1 Γραμμικός Προγραμματισμός	5
2.2 Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός	10
2.3 Δικτυακό Μοντέλο.....	12
2.4 Το πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή (TSP)	13
3. Μοντέλα Τεχνητής Νοημοσύνης και Αλγόριθμοι Μάθησης	15
3.1 Νευρωνικά Δίκτυα Γράφων (GNNs)	15
3.2 Αναδρομικά Νευρωνικά Δίκτυα (RNNs)	18
3.3 Ενισχυτική Μάθηση (RL)	20
3.4 Μίμηση Μάθησης (IL)	21
4. Ο ρόλος της Τεχνητής Νοημοσύνης στα στάδια της Επιχειρησιακής Έρευνας	23
4.1 Παραμετροποίηση του μαθηματικού μοντέλου	24
4.1.1 Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Predict-then-Optimize)	25
4.1.2 Έξυπνη Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Smart Predict-then-Optimize)	27
4.1.3 Ολοκληρωμένη Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Integrated Prediction and Optimization)	28
4.2 Διαμόρφωση των Μαθηματικών Μοντέλων	30
4.2.1 Μεγάλα Γλωσσικά Μοντέλα στην Μαθηματική Μοντελοποίηση	31
4.3 Βελτιστοποίηση του Μαθηματικού Μοντέλου	33
4.3.1 Αυτόματη Παραμετροποίηση Αλγορίθμων	33
4.3.2 Συνεχής Βελτιστοποίηση	34
4.3.3 Διακριτή Βελτιστοποίηση	37
5. Πρακτική Εφαρμογή της Τεχνητής Νοημοσύνης στην Επιχειρησιακή Βελτιστοποίηση	40
5.1 Bosch Ρουμανίας.....	40
5.2 DeepFleet της Amazon Robotics	43
5.2.1 Παρουσίαση του συστήματος DeepFleet	43
5.2.2 Σχεδιασμός και ανάπτυξη	44

5.2.3 Λειτουργία των μοντέλων DeepFleet	49
5.2.4 Συμπεράσματα	51
6. Τελικά Συμπεράσματα	53
Βιβλιογραφία	56

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1	Εφαρμογές επιχειρησιακής έρευνας που περιγράφονται στο περιοδικό INFORMS.....	4
Πίνακας 2	Σύγκριση των αποτελεσμάτων πριν και μετά την εφαρμογή GenAI	42
Πίνακας 3	Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αρχιτεκτονικών του DeepFleet.....	47

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1	Γραφική λύση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού δύο μεταβλητών	8
Σχήμα 2	Η εφικτή περιοχή και η εφικτή περιοχή της Χαλαρής Μορφής του Ακέραιου Προγραμματισμού.....	11
Σχήμα 3	Παράδειγμα δικτύου	12
Σχήμα 4	Αναπαράσταση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού ως γράφος .	16
Σχήμα 5	Αναπαράσταση προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού ως γράφος.....	17
Σχήμα 6	Ενσωμάτωση τεχνικών Τεχνητής Νοημοσύνης στα στάδια της Επιχειρησιακής Έρευνας.....	23
Σχήμα 7	Προσεγγίσεις δημιουργίας παραμέτρων και αλληλεπίδρασης με το μοντέλο βελτιστοποίησης.....	24
Σχήμα 8	Διαδικασία Μαθηματικής Μοντελοποίησης με τη χρήση Μεγάλων Γλωσσικών Μοντέλων.....	32

Συντομογραφίες & Ακρωνύμια

AAC — Automatic Algorithm Configuration
ADMM — Alternating Direction Method of Multipliers
AI — Artificial Intelligence
CDE — Congestion Delay Error
DTW — Dynamic Time Warping
GenAI — Generative Artificial Intelligence
GNN — Graph Neural Network
GF — Graph-Floor
IF — Image-Floor
IL — Imitation Learning
IRACE — Iterated Racing for Automatic Algorithm Configuration
LLM — Large Language Model
LSTM — Long Short-Term Memory
MCTS — Monte Carlo Tree Search
MDP — Markov Decision Process
ML — Machine Learning
OR — Operations Research
RC — Robot-Centric
RF — Robot-Floor
RL — Reinforcement Learning
RLHF — Reinforcement Learning from Human Feedback
RNN — Recurrent Neural Network
SAP — Systems, Applications and Products
TSP — Traveling Salesman Problem

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή έρευνα

Η Επιχειρησιακή Έρευνα είναι ένα διεπιστημονικό πεδίο που χρησιμοποιεί προηγμένες τεχνικές και μεθοδολογίες για τη λήψη αποφάσεων στο πλαίσιο της ανάλυσης λειτουργικών συστημάτων, που στόχο έχει τη βελτιστοποίηση της αποδοτικότητας και αποτελεσματικότητας. Αξιοποιεί μαθηματικά μοντέλα, αλγόριθμους, τεχνικές προσομοίωσης και στατιστικές μεθόδους, με στόχο την επίτευξη των επιθυμητών αποτελεσμάτων, παράλληλα με τη βέλτιστη κατανομή των διαθέσιμων πόρων. Με τον τρόπο αυτό συμβάλλει στην αντιμετώπιση πολύπλοκων προβλημάτων σε ένα ευρύ φάσμα τομέων εφαρμογής, όπως είναι η εφοδιαστική αλυσίδα, η παραγωγή, οι μεταφορές, η ενέργεια, τα χρηματοοικονομικά, οι δημόσιες υπηρεσίες [1].

Ιστορική Εξέλιξη

Η αρχή της Επιχειρησιακής Έρευνας υπολογίζεται στα τέλη της δεκαετίας του 1930 στη Μεγάλη Βρετανία. Λόγω του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου υπήρχε μεγάλη ανάγκη κατανομής των πόρων στις διάφορες στρατιωτικές επιχειρήσεις και δραστηριότητες με έναν αποτελεσματικό τρόπο. Η βρετανική διοίκηση ζήτησε τη βοήθεια ενός μεγάλου αριθμού επιστημόνων για την αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων. Αυτοί οι επιστήμονες αποτέλεσαν τις πρώτες ομάδες της Επιχειρησιακής Έρευνας. Μέσω της έρευνάς τους βοήθησαν στην αποτελεσματική χρήση των ραντάρ, στην καλύτερη διοίκηση των επιχειρήσεων νηοπομπών, στην καλύτερη κατανομή αντιαεροπορικών πυρών.

Με τη λήξη του πολέμου η Επιχειρησιακή Έρευνα μεταφέρθηκε από το στρατιωτικό στο επιχειρησιακό περιβάλλον. Οι επιστήμονες που συμμετείχαν στις ερευνητικές ομάδες κατά τον πόλεμο, συνέχισαν το έργο τους εφαρμόζοντας τις ίδιες μεθόδους σε επιχειρήσεις που αφορούσαν τη βιομηχανική παραγωγή, τη διοίκηση οργανισμών, τις μεταφορές, την πολιτική.

Καθοριστική ήταν η συμβολή του George Dantzig, ο οποίος το 1947 διατύπωσε τη μέθοδο Simplex για την επίλυση προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού. Η μέθοδος Simplex αποτέλεσε τη βάση για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Η παράλληλη ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, κατά τις δεκαετίες 1950-1960, βοήθησε στην επίλυση μεγάλων και σύνθετων προβλημάτων που ήταν υπολογιστικά

αδύνατα. Ως αποτέλεσμα η Επιχειρησιακή Έρευνα γνώρισε μια τρομερή άνθηση. Αναπτύχθηκαν νέες τεχνικές όπως ο Ακέραιος Προγραμματισμός, τα Δικτυακά Μοντέλα, η Θεωρία Γράφων, οι μέθοδοι κλάδου και φραγής (Branch and Bound).

Κατά τη διάρκεια του 21^{ου} αιώνα η Επιχειρησιακή Έρευνα εισέρχεται σε νέα φάση εξέλιξης, καθώς επηρεάζεται από την συνεχιζόμενη επιτάχυνση της υπολογιστικής ισχύος, την παραγωγή δεδομένων και το διαδίκτυο.

Η κλασική μαθηματική βελτιστοποίηση συνδυάζεται με τεχνικές Τεχνητής Νοημοσύνης και μηχανικής μάθησης. Η εξέλιξη αυτή καθιστά αναγκαία τη διερεύνηση των τεχνικών αυτών, οι οποίες προσφέρουν νέες δυνατότητες στη μοντελοποίηση.

Στάδια Μεθοδολογίας της Επιχειρησιακής Έρευνας

Η μελέτη της Επιχειρησιακής Έρευνας περιλαμβάνει τα παρακάτω στάδια [2]:

- **Προσδιορισμός του προβλήματος**

Το πρώτο βήμα απαιτεί μελέτη και ακριβή κατανόηση του προβλήματος. Αυτό περιλαμβάνει σχέδια δράσης, περιορισμούς, απαιτήσεις, εντοπισμό αλληλεπιδράσεων σε διάφορους τομείς, συμβιβασμούς, προθεσμίες και φυσικά καθορισμό στόχων και προσδοκιών. Οι στόχοι αυτοί μπορεί να είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους, η βελτίωση της παραγωγικότητας, η εξυπηρέτηση πελατών, η ελαχιστοποίηση του κόστους, ο χρόνος αναμονής. Η διαδικασία αυτή είναι βασικής σημασίας διότι είναι η βάση για τα επόμενα στάδια και επηρεάζει άμεσα τα αποτελέσματα της μελέτης.

- **Παραμετροποίηση μοντέλου**

Στο στάδιο αυτό γίνεται η συλλογή δεδομένων από διάφορες πηγές όπως είναι η έρευνα αγοράς, τα κοινωνικά δίκτυα, ιστορικά αρχεία, συστήματα των επιχειρήσεων, γνώμη ειδικών, τα οποία επεξεργάζονται και ομαδοποιούνται. Στη συνέχεια μετατρέπονται σε αριθμητικές παραμέτρους που θα αποτελέσουν τους συντελεστές του μαθηματικού μοντέλου στο επόμενο βήμα. Αυτή η ακολουθία βημάτων γίνεται από αναλυτές της Επιχειρησιακής Έρευνας ή από μοντέλα Τεχνητής Νοημοσύνης.

- **Διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου**

Ακολουθεί η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, ορίζονται δηλαδή οι μεταβλητές, η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί. Αυτό προϋποθέτει τη

χρήση πρότυπων, καθοδηγητικών μοντέλων, τα οποία βασίζονται σε φυσικούς νόμους, οικονομικές και τεχνολογικές σχέσεις και αποτυπώνονται μαθηματικά. Τέτοια μοντέλα είναι ο γραμμικός ή μη γραμμικός προγραμματισμός, ο ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός, το δικτυακό μοντέλο, τα συστήματα ουρών αναμονής, οι αλυσίδες Markov. Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου εξαρτάται από τα δεδομένα, τις απαιτήσεις και τους στόχους και καθορίζει την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων ολόκληρης της διαδικασίας.

- **Βελτιστοποίηση του μαθηματικού μοντέλου**

Το επόμενο βήμα σε μια μελέτη Επιχειρησιακής Έρευνας είναι η επίλυση – βελτιστοποίηση του μαθηματικού μοντέλου. Ανάλογα με τη δομή του, χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι και άλλες υπολογιστικές μέθοδοι, όπως είναι η γραφική λύση, η μέθοδος Simplex, η μέθοδος Branch and Bound. Στόχος είναι να βρεθούν οι βέλτιστες ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις, ανάλογα με το πόσο πολύπλοκο και σύνθετο είναι το πρόβλημα.

- **Επικύρωση και εφαρμογή**

Πρόκειται για το τελικό στάδιο της μελέτης της Επιχειρησιακής Έρευνας. Σε αυτό πραγματοποιείται έλεγχος εγκυρότητας και αποτελεσματικότητας της λύσης, αξιολογώντας την, βάσει του αρχικού προβλήματος. Εφόσον έχει επικυρωθεί, ακολουθεί η εφαρμογή της στο σύστημα. Σε περίπτωση μη επιθυμητών αποτελεσμάτων, κρίνεται αναγκαία η επανάληψη της συνολικής διαδικασίας, με σκοπό τη βελτιστοποίηση της λύσης.

Μελέτες της Επιχειρησιακής Έρευνας έχουν εφαρμοστεί σε πλήθος οργανισμών, συμβάλλοντας σημαντικά σε προβλήματα αποδοτικότητας, κατανομής πόρων και στην μείωση του λειτουργικού κόστους. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται ενδεικτικά παραδείγματα μεγάλων οργανισμών και τα αντίστοιχα σημαντικά οικονομικά οφέλη από την εφαρμογή μεθόδων της Επιχειρησιακής Έρευνας, επιβεβαιώνοντας την αξία αυτών των εφαρμογών.

Οργανισμός	Πεδίο Εφαρμογής	Ετήσια Εξοικονόμηση
General Motors	Διάφορα Πεδία	Δεν υπολογίστηκε
Samsung	Μείωση Χρόνου Παραγωγής και επιπέδων αποθεμάτων	200 εκατομμύρια ευρώ περισσότερα έσοδα
Hewlett Packard	Διαχείριση εύρους προϊόντων	180 εκατομμύρια ευρώ
DHL	Βελτιστοποίηση χρήσης πόρων Marketing	22 εκατομμύρια ευρώ
Memorial Cancer Center	Σχεδιασμός ακτινοθεραπειών	459 εκατομμύρια ευρώ
Procter & Gamble	Βελτιστοποίηση αποθεμάτων	1,5δισεκατομμύριο ευρώ

Πίνακας 1: Εφαρμογές επιχειρησιακής έρευνας που περιγράφονται στο περιοδικό INFORMS. Πηγή: Hillier [4]

Ωστόσο η παραδοσιακή Επιχειρησιακή Έρευνα καλείται να αντιμετωπίσει συγκεκριμένες προκλήσεις. Τα προβλήματα λήψης αποφάσεων γίνονται συνεχώς πιο πολύπλοκα με σύνθετους περιορισμούς και αυξημένο αριθμό μεταβλητών, το οποίο καθιστά την ακριβή μαθηματική διατύπωση ιδιαίτερα απαιτητική. Σε πολλές περιπτώσεις τα προβλήματα είναι συνδυαστικής βελτιστοποίησης και η υπολογιστική δυσκολία αυξάνεται εκθετικά με το μέγεθος, όπως συμβαίνει στα NP-hard προβλήματα.

Η Τεχνητή Νοημοσύνη έρχεται να ενισχύσει τα μοντέλα της Επιχειρησιακής Έρευνας και να την οδηγήσει σε μια νέα εποχή καινοτομίας και αποδοτικότητας. Αντί για την κλασική ανάπτυξη αλγορίθμων, οι τεχνικές AI μαθαίνουν από τα δεδομένα και από προβλέψεις, βελτιώνουν τις υπάρχουσες μεθόδους και δημιουργούν νέες. Συνδυάζεται έτσι η ακρίβεια των μαθηματικών μοντέλων με την εξέλιξη, την ευελιξία και την ταχύτητα της AI.

2. Μαθηματικά Μοντέλα Βελτιστοποίησης

2.1 Γραμμικός Προγραμματισμός

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός είναι μια μαθηματική μέθοδος βελτιστοποίησης, στην οποία η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί διατυπώνονται ως γραμμικές συναρτήσεις. Ο όρος προγραμματισμός αναφέρεται στον σχεδιασμό δραστηριοτήτων, με στόχο την επίτευξη του βέλτιστου αποτελέσματος μεταξύ όλων των δυνατών λύσεων. Πιο συγκεκριμένα επιδιώκει την μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση μιας γραμμικής συνάρτησης, υπό την ύπαρξη ορισμένων γραμμικών περιορισμών, με την μορφή ισότητας ή ανισότητας. Ένα γενικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να γραφεί :

Maximize (ή Minimize) $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

με περιορισμούς $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

όπου

- $x_1, x_2, \dots, x_n$ ονομάζονται μεταβλητές απόφασης με $x_j \geq 0$, $x \in R^n$
 - $c_1, c_2, \dots, c_n$ είναι οι συντελεστές των μεταβλητών
 - Z είναι η αντικειμενική συνάρτηση
 - a_{ij} είναι οι συντελεστές των περιορισμών
 - b_i είναι οι τιμές των περιορισμών με $b_i \geq 0$
- Με $i = 1, 2, \dots, m$ και $j = 1, 2, \dots, n$

Υποθέσεις Γραμμικού Προγραμματισμού

Εκτός από την υπόθεση της γραμμικότητας ότι η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί πρέπει να είναι γραμμικές, υπάρχουν μερικές υποθέσεις ακόμα που μας διασφαλίζουν τη σωστή διατύπωση και ικανοποιητική αναπαράσταση του προβλήματος [3].

Αναλογικότητα

Είναι μια υπόθεση που αφορά την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς. Η συμβολή κάθε δραστηριότητας στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ανάλογη της δραστηριότητας αυτής. Όμοια και στον κάθε περιορισμό.

Προσθετικότητα

Κάθε συνάρτηση είναι ίση με το άθροισμα των μεμονωμένων συνεισφορών των αντίστοιχων δραστηριοτήτων.

Διαιρετότητα

Οι μεταβλητές απόφασης μπορούν να πάρουν κλασματικές τιμές, δεν περιορίζονται μόνο σε ακέραιες τιμές.

Βεβαιότητα

Η τιμή που αντιστοιχεί σε κάθε παράμετρο είναι μια γνωστή σταθερά.

Εφικτή Λύση – Βέλτιστη Λύση

Ο όρος λύση συνήθως εκφράζει την τελική απάντηση ενός προβλήματος, αλλά αυτό δεν ισχύει στον γραμμικό προγραμματισμό. Λύση ονομάζεται κάθε δυνατός συνδυασμός των τιμών των μεταβλητών απόφασης.

Εφικτή λύση είναι αυτή, για την οποία ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί, ενώ μη εφικτή λύση είναι αυτή, για την οποία παραβιάζεται τουλάχιστον ένας περιορισμός. Εφικτή περιοχή είναι το σύνολο όλων των εφικτών λύσεων. Στον Γραμμικό Προγραμματισμό η εφικτή περιοχή είναι πάντα ένα κυρτό πολύεδρο.

Η λύση, η οποία δίνει την πιο ευνοϊκή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης ονομάζεται βέλτιστη λύση. Στη βέλτιστη λύση ορισμένοι από τους περιορισμούς ικανοποιούνται ως ισότητες. Αν υπάρχει βέλτιστη λύση, τότε αυτή βρίσκεται σε κάποια ακραία κορυφή της εφικτής περιοχής.

Οι παραπάνω ορισμοί αποκτούν μεγάλη σημασία όταν εφαρμόζονται σε συγκεκριμένα προβλήματα λήψης αποφάσεων. Οι έννοιες αυτές λαμβάνουν γεωμετρική μορφή μέσα από τα πραγματικά προβλήματα.

Μέθοδος Simplex

Η επίλυση προβλημάτων δύο μεταβλητών γίνεται με τη γραφική μέθοδο, με την οποία κατανοεί κανείς τις βασικές αρχές του Γραμμικού Προγραμματισμού. Για προβλήματα μεγαλύτερης διάστασης, χρησιμοποιείται η μέθοδος Simplex, η οποία είναι ανάλογη της γραφικής μεθόδου, και υλοποιείται μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών. Βασίζεται στο Θεμελιώδες Θεώρημα του Γραμμικού Προγραμματισμού, σύμφωνα με το οποίο, εφόσον υπάρχει βέλτιστη λύση, εντοπίζεται σε μια ακραία κορυφή του εφικτού πολύεδρου.

Παράδειγμα Ελαχιστοποίησης Κόστους Διαφημιστικής Προβολής

Μια βιομηχανία παραγωγής αυτοκινήτων πιστεύει ότι πιθανοί πελάτες της είναι άτομα με υψηλό εισόδημα. Για να προσελκύσει αυτό το target group η εταιρεία, ξεκινάει μια διαφημιστική καμπάνια στην τηλεόραση με spot διάρκειας 1 λεπτού. Τα διαφημιστικά αυτά spots προβάλλονται στη διάρκεια δυο διαφορετικών προγραμμάτων, είτε σε κωμική εκπομπή, είτε σε αγώνα ποδοσφαίρου. Στην διάρκεια της κωμικής εκπομπής το spot το βλέπουν 7 εκατομμύρια γυναίκες και 2 εκατομμύρια άντρες, υψηλού εισοδήματος. Ενώ αντίστοιχα το spot που προβάλλεται στην διάρκεια του ποδοσφαιρικού αγώνα το βλέπουν 2 εκατομμύρια γυναίκες και 12 εκατομμύρια άντρες. Η μονόλεπτη διαφήμιση κοστίζει 50.000 ευρώ κατά την κωμική εκπομπή, ενώ η ίδια κοστίζει 100.000 ευρώ κατά τον αγώνα ποδοσφαίρου. Η εταιρεία θέλει η διαφήμιση να προβληθεί σε τουλάχιστον 28 εκατομμύρια γυναίκες και 24 εκατομμύρια άντρες. Να διατυπωθεί και να επιλυθεί το πρόβλημα μέσω γραμμικού προγραμματισμού, με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους διαφήμισης.

Λύση

Έστω x_1 ο αριθμός διαφημιστικών spots στην κωμική εκπομπή
και x_2 ο αριθμός διαφημιστικών spots στον ποδοσφαιρικό αγώνα

Η εταιρεία θέλει να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος της διαφήμισης:
συνολικό κόστος = αριθμός spots x κόστος σε κωμική εκπομπή + αριθμός spots x κόστος
σε ποδοσφαιρικό αγώνα, δηλαδή,

$$\text{Min } Z = 50x_1 + 100x_2$$

Αντικειμενική συνάρτηση

$$7x_1 + 2x_2 \geq 28$$

Περιορισμός

$$2x_1 + 12x_2 \geq 24$$

Περιορισμός

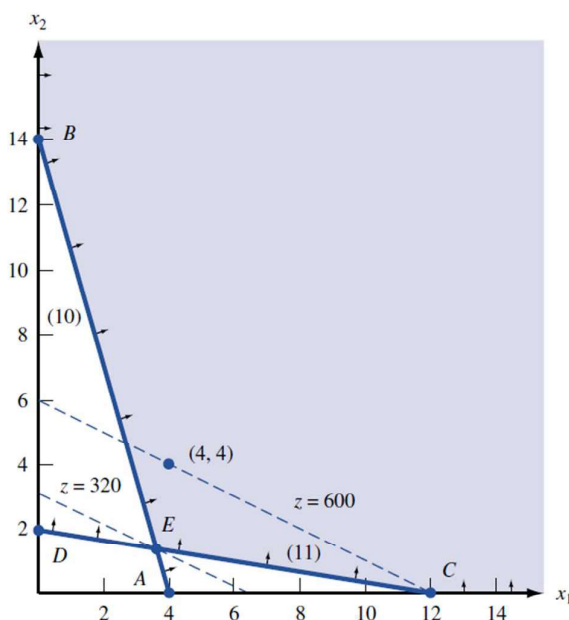
$$x_1 \geq 0$$

Περιορισμός

$$x_2 \geq 0$$

Περιορισμός

Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα γραφικά, πρέπει πρώτα να βρεθεί η εφικτή περιοχή. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η εφικτή περιοχή, σκιασμένη με μπλε χρώμα. Ο πρώτος περιορισμός ικανοποιείται από τα σημεία της ευθείας AB, πάνω και δεξιά. Ενώ ο δεύτερος περιορισμός από τα σημεία της ευθείας CD, επίσης πάνω και δεξιά. Τα $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$. Έτσι η εφικτή περιοχή είναι η τομή των ημιεπιπέδων που ορίζονται από τους περιορισμούς και αποτελεί ένα κυρτό πολύγωνο. Το πολύγωνο αυτό ορίζεται από τους άξονες και το CEB.



Σχήμα 1: Γραφική λύση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού δύο μεταβλητών.
Πηγή: Winston [1]

Η βέλτιστη λύση θα βρεθεί μέσα στην εφικτή περιοχή. Χρειάζεται να βρεθεί μια ευθεία μέσα στην περιοχή αυτή, όπου το Z θα έχει την ίδια τιμή για όλα τα σημεία. Η ευθεία για παράδειγμα που περνάει από το $(4,4)$ και έχει $Z=600$. Βέλτιστη είναι η λύση, που θα μας δώσει μια παράλληλη ευθεία στην $Z=600$, μέσα στην εφικτή περιοχή που να έχει την ελάχιστη δυνατή τιμή για το Z . Από τη γραφική λύση φαίνεται καθαρά πως αυτή είναι η $Z=320$, που περνάει από το κατώτατο σημείο της εφικτής περιοχής, το E . Το E είναι το σημείο τομής των δυο ευθειών που μας δίνονται από την ισότητα των περιορισμών και βρίσκεται στην κορυφή της εφικτής περιοχής, για $x_1 = 3,6$ και $x_2 = 1,4$.

Το ελάχιστο κόστος επιτυγχάνεται όταν προβληθούν 3,6 διαφημιστικά spots στην κωμική εκπομπή και 1,4 spots στον αγώνα ποδοσφαίρου με συνολικό κόστος 320.000 ευρώ

Έλεγχος της λύσης :

- Η προβολή αυξημένου αριθμού spots στο ίδιο τηλεοπτικό πρόγραμμα δεν οδηγεί πάντα στην ανάλογη αύξηση προσέγγισης νέων τηλεθεατών, αφού όπως είναι φυσικό, ένα μέρος του κοινού έχει ήδη παρακολουθήσει προηγούμενα spots. Η επίδραση κάθε επιπλέον προβολής είναι φθίνουσα. Συνεπώς η υπόθεση της αναλογικής συμβολής δεν αντανάκλα στην πραγματικότητα. Άρα η αναλογικότητα παραβιάζεται.
- Είναι επίσης πιθανό, ένα μέρος του κοινού να παρακολουθήσει ταυτόχρονα την κωμική εκπομπή και τον ποδοσφαιρικό αγώνα. Στην περίπτωση αυτή, το ίδιο άτομο υπολογίζεται διπλά, με αποτέλεσμα να αλλοιώνεται ο αριθμός των ατόμων που εκτέθηκαν στην διαφήμιση. Επομένως οι επιδράσεις των μεταβλητών δεν προστίθενται ανεξάρτητα και παραβιάζεται η προσθετικότητα.
- Η βέλτιστη λύση προτείνει 3,6 spots στη διάρκεια της κωμικής εκπομπής και 1,4 spots του ποδοσφαιρικού αγώνα, τιμές που δεν είναι εφικτές στην πραγματικότητα, αφού ο αριθμός των προβολών θα πρέπει να είναι ακέραιος. Εδώ παραβιάζεται η διαιρετότητα, και άρα το πρόβλημα είναι Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού.

- Τέλος επειδή ο αριθμός των τηλεθεατών που παρακολουθούν κάθε πρόγραμμα είναι εκτίμηση και όχι γνωστή σταθερά, παραβιάζεται και η βεβαιότητα.

Τα παραπάνω μοντέλα μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για τη διατύπωση πιο σύνθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης, μέσω του Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού.

2.2 Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός

Υπάρχουν πολλά γραμμικά προβλήματα στα οποία οι μεταβλητές απόφασης έχουν νόημα, μόνο όταν είναι ακέραιες. Μεταβλητές δηλαδή που αναφέρονται σε ανθρώπους, μηχανές ή σε δραστηριότητες με ακέραιες ποσότητες. Αν αυτή η απαίτηση είναι ο μόνος περιορισμός στις εφαρμογές αυτές, τότε τα προβλήματα ονομάζονται προβλήματα Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού. Σε αυτήν την περίπτωση υπάρχει η δέσμευση $x \in Z^n$.

Αν μόνο μερικές από τις μεταβλητές απόφασης απαιτείται να είναι ακέραιες, τότε το μοντέλο αναφέρεται ως Μικτός Ακέραιος Προγραμματισμός.

Όταν οι επιλογές είναι μόνο δύο, η αναπαράσταση γίνεται με τις τιμές 0 και 1, δηλαδή :

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{αν η απόφαση } j \text{ είναι ναι} \\ 0 & \text{αν η απόφαση } j \text{ είναι όχι} \end{cases}$$

Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται δυαδικές μεταβλητές και τα προβλήματα Δυαδικού Ακέραιου Προγραμματισμού.

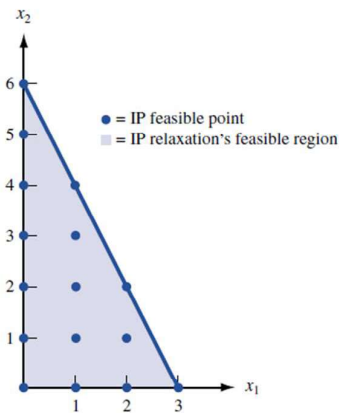
Τα προβλήματα του Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού είναι δυσκολότερα στην επίλυσή τους από τα αντίστοιχα του Γραμμικού Προγραμματισμού. Οι περιορισμοί μπορεί να παραμένουν γραμμικοί, ο περιορισμός των μεταβλητών όμως σε ακέραιες τιμές οδηγεί σε ένα σύνολο διακριτών εφικτών λύσεων. Η απώλεια της κυρτότητας και η ασυνέχεια καθιστούν την εύρεση της βέλτιστης λύσης πιο απαιτητική.

Μέθοδοι Επίλυσης

Για την επίλυση προβλημάτων Ακέραιου Προγραμματισμού εφαρμόζεται συχνά η μέθοδος που αναφέρεται ως Χαλαρή Μορφή Γραμμικού Προγραμματισμού, δηλαδή το πρόβλημα που προκύπτει όταν αφαιρεθούν οι ακέραιοι περιορισμοί. Αφού βρεθεί η βέλτιστη λύση, στη συνέχεια γίνεται η στρογγυλοποίηση των μη ακεραίων τιμών, σε ακέραιες.

Τεχνική Διακλάδωσης και Φραγής (Branch and Bound)

Η μέθοδος που είναι ιδιαίτερα γνωστή για την εφαρμογή της στα προβλήματα Ακέραιου Προγραμματισμού είναι η μέθοδος Branch and Bound. Η βασική έννοια που διέπει την τεχνική αυτή είναι το διαίρει και βασίλευε. Όταν ένα μεγάλο πρόβλημα είναι ιδιαίτερα δύσκολο να λυθεί άμεσα, διαιρείται σε μικρότερα υποπροβλήματα, τα οποία και επιλύονται. Πιο συγκεκριμένα, η διαδικασία ξεκινάει με τη μέθοδο της Χαλαρής Μορφής. Αν η λύση είναι ακέραια, τότε αποτελεί τη βέλτιστη λύση του αρχικού προβλήματος. Αν όμως η λύση δεν είναι ακέραια, τότε διακλαδώνεται σε υποπροβλήματα με περιορισμούς και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθεί βέλτιστη ακέραια λύση.



Σχήμα 2: Η εφικτή περιοχή και η εφικτή περιοχή της Χαλαρής Μορφής του Ακέραιου Προγραμματισμού. Πηγή: Winston [1]

Αλγόριθμος Τεμνόντων Επιπέδων (The Cutting Plane Algorithm)

Όπως και στη μέθοδο Branch and Bound, ο αλγόριθμος Τεμνόντων Επιπέδων ξεκινάει από την Χαλαρή Μορφή Γραμμικού Προγραμματισμού. Κάθε τομή επιπέδου είναι ένας νέος περιορισμός, ο οποίος μειώνει την εφικτή περιοχή της χαλαρής μορφής, χωρίς όμως να απομακρύνει καμία εφικτή ακέραια λύση του προβλήματος.

Οι παραπάνω μέθοδοι εφαρμόζονται είτε μεμονωμένα είτε συνδυαστικά, ανάλογα με το πρόβλημα και την πολυπλοκότητα του.

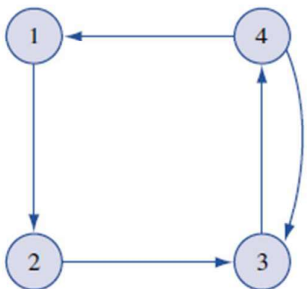
2.3 Δικτυακό Μοντέλο

Μια από τις πιο συναρπαστικές εξελίξεις της Επιχειρησιακής Έρευνας υπήρξε η ανάπτυξη των μοντέλων βελτιστοποίησης δικτύων. Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται ευρέως σε προβλήματα μεταφοράς, ροής και δρομολόγησης, καθώς επιτρέπουν την αναπαράσταση πολύπλοκων συστημάτων σε απλές δομές.

Ένα δίκτυο ή γράφος αποτελείται από ένα σύνολο σημείων και ένα σύνολο γραμμών που συνδέουν ζεύγη σημείων. Τα σημεία ονομάζονται κόμβοι ή κορυφές και οι γραμμές ονομάζονται τόξα ή ακμές. Οι κόμβοι αναπαριστούν σημεία ενδιαφέροντος όπως πόλεις ή αποθήκες και οι ακμές εκφράζουν τις συνδέσεις μεταξύ τους που μπορεί να συνοδεύονται από έννοιες όπως κόστος, χωρητικότητα ή απόσταση.

Μονοπάτι ονομάζεται μια ακολουθία ακμών που συνδέει δύο κόμβους. Αλυσίδα είναι το μονοπάτι στο οποίο δεν επαναλαμβάνεται καμία ακμή.

Στο σχήμα παρουσιάζεται ένα παράδειγμα δικτύου όπου φαίνονται οι κόμβοι και οι ακμές που δείχνουν τις συνδέσεις.



Σχήμα 3: Παράδειγμα δικτύου. Πηγή: Winston [1]

Το δικτυακό μοντέλο έχει πολλές εφαρμογές όπως είναι το πρόβλημα της Συντομότερης Διαδρομής, το πρόβλημα της Μέγιστης Ροής, το πρόβλημα Μεταφοράς. Τα προβλήματα αυτά επιλύονται ικανοποιητικά μέσω εξειδικευμένων αλγορίθμων, ωστόσο όταν η μορφή τους γίνεται σύνθετη, η πολυπλοκότητα αυξάνεται και το πρόβλημα γίνεται συνδυαστικό.

2.4 Το πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή (TSP)

Το πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή (Travelling Salesman Problem – TSP) αφορά την εύρεση της μικρότερης σε μήκος διαδρομής, από ένα σύνολο n πόλεων, με την προϋπόθεση ότι κάθε πόλη είναι επισκεψίμη μια φορά και η διαδρομή καταλήγει στο αρχικό σημείο εκκίνησης.

Τα βασικά δεδομένα είναι τα παρακάτω :

Ο αριθμός των πόλεων n

Η απόσταση d_{ij} ανάμεσα στις πόλεις i και j και

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν ο πωλητής μεταβαίνει από την πόλη } i \text{ στην πόλη } j \\ 0, & \text{σε αντίθετη περίπτωση} \end{cases}$$

Το μοντέλο TSP ορίζεται ως εξής:

$$\bullet \quad \text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\bullet \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\bullet \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\bullet \quad x_{ij} = (0,1) \quad (4)$$

$$\bullet \quad x_{ii} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Η σχέση (1) αποτελεί την αντικειμενική συνάρτηση και οι (2)-(5) είναι οι περιορισμοί. Επιπλέον απαιτούνται και οι περιορισμοί αποφυγής κύκλων.

Η πολυπλοκότητα του προβλήματος αυξάνεται, όσο αυξάνεται ο αριθμός των πόλεων, αφού ο αριθμός των δυνατών διαδρομών είναι $(n-1)!/2$. Το TSP είναι ένα NP-hard πρόβλημα, γεγονός που καθιστά την εύρεση της βέλτιστης λύσης ιδιαίτερα απαιτητική. Για τον λόγο αυτόν έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι όπως οι Branch and Bound, Cutting Planes, οι ευρετικές μέθοδοι.

Είναι φανερό ότι υπάρχουν πολλά προβλήματα, τα οποία είναι ιδιαίτερα απαιτητικά και οι σχέσεις μεταξύ μεταβλητών και περιορισμών είναι δύσκολο να προσδιοριστούν με τις κλασικές μαθηματικές μεθόδους. Επιπλέον, η αύξηση της κλίμακας και του όγκου δεδομένων στις σύγχρονες εφαρμογές συνεπάγεται σημαντική αύξηση του χρόνου επίλυσης. Η εξέλιξη της Τεχνητής Νοημοσύνης όμως σηματοδοτεί μια νέα εποχή ενισχύοντας τις παραδοσιακές τεχνικές επίλυσης πολύπλοκων προβλημάτων με νέα μοντέλα και ευφυείς αλγόριθμους.

3. Μοντέλα Τεχνητής Νοημοσύνης και Αλγόριθμοι Μάθησης

3.1 Νευρωνικά Δίκτυα Γράφων (GNNs)

Τα Νευρωνικά Δίκτυα Γράφων (Graph Neural Networks-GNNs) αποτελούν μια κατηγορία νευρωνικών δικτύων που επιτρέπουν την επεξεργασία δεδομένων που έχουν δομή γράφου [5, 6]. Έχουν σχεδιαστεί για να εφαρμόζονται σε προβλήματα γραμμικού ή τετραγωνικού προγραμματισμού με τη μορφή γραφήματος.

Έστω το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού της μορφής:

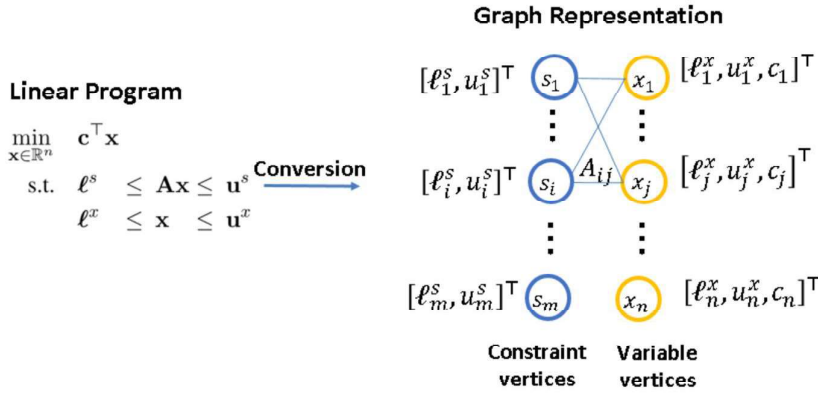
$$\min c^T x \quad \text{για } x \in \mathbb{R}^n \text{ υπό τους περιορισμούς } \ell^s \leq Ax \leq u^s, \ell^x \leq x \leq u^x$$

όπου:

- $x \in \mathbb{R}^n$ διάνυσμα μεταβλητών
- $c \in \mathbb{R}^n$ διάνυσμα συντελεστών κόστους
- $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ο πίνακας περιορισμών
- $\ell^s, u^s \in \mathbb{R}^m$ τα όρια των περιορισμών
- $\ell^x, u^x \in \mathbb{R}^n$ τα όρια των μεταβλητών

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να αναπαρασταθεί ως γράφος $G = (V, E)$, όπου το σύνολο των κόμβων ορίζεται: $V = V_x \cup V_s$, με $V_x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ να αντιστοιχεί στις μεταβλητές και $V_s = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ να αντιστοιχεί στους περιορισμούς. Το σύνολο των ακμών δίνεται από $E = \{(s_i, x_j) / A_{ij} \neq 0\}$, δηλαδή υπάρχει η ακμή μεταξύ ενός περιορισμού και μιας μεταβλητής, εάν η μεταβλητή συμμετέχει στον συγκεκριμένο περιορισμό.

Σε κάθε κόμβο αντιστοιχεί ένα διάνυσμα χαρακτηριστικών (embedding), το οποίο περιγράφει τα βασικά στοιχεία του προβλήματος. Για τις μεταβλητές είναι $h_{x_j}^{(0)} = [\ell_j^x, u_j^x, c_j]$ ενώ για τους περιορισμούς είναι $h_{s_i}^{(0)} = [\ell_i^s, u_i^s]$. Τα διανύσματα αυτά αποτελούν την αρχική αναπαράσταση των κόμβων και περιέχουν τις πληροφορίες σχετικά με τα όρια και τους συντελεστές κόστους. Η διαδικασία μάθησης στα GNN εξελίσσεται σε διαδοχικά επίπεδα, όπου σε κάθε επίπεδο, η αναπαράσταση του κάθε κόμβου ενημερώνεται από τους γειτονικούς κόμβους και ενσωματώνεται.



Σχήμα 4: Αναπαράσταση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού ως γράφος.
Πηγή: Artificial Intelligence for Operations Research [2]

Έτσι για κάθε κόμβο $v_i \in V$ έχουμε:

$$h_i^{(l+1)} = \phi^{(l)} \left(h_i^{(l)}, \sum_{v_j \in N(v_i)} \psi^{(l)}(h_i^{(l)}, h_j^{(l)}) \right)$$

- $h_i^{(l)}$ η αναπαράσταση του κόμβου στο επίπεδο l
- $N(v_i)$ το σύνολο των γειτόνων του κόμβου
- $\psi^{(l)}$ η συνάρτηση μετάδοσης της πληροφορίας
- $\phi^{(l)}$ η συνάρτηση ενημέρωσης και μάθησης του κόμβου

Η δομή του γράφου, όπως ορίζεται από τον πίνακα A , όπου $A_{ij} \neq 0$ καθορίζει ποιοι κόμβοι επικοινωνούν και άρα και τη ροή των πληροφοριών μέσω των ακμών.

Μετά από L επίπεδα, το διάνυσμα χαρακτηριστικών είναι το τελικό, $h_i^{(L)}$ το οποίο περιέχει όλες τις πληροφορίες και τη δομή του προβλήματος. Αυτό μετασχηματίζεται σε διάνυσμα εξόδου μέσω της νευρωνικής συνάρτησης ω , σύμφωνα με τη σχέση: $y_i = \omega(h_i^{(L)})$.

Οι παράμετροι δίνονται από το $\theta = \{\phi^{(l)}, \psi^{(l)}, \omega\}$ και εκπαιδεύονται ώστε το μοντέλο να μάθει τη σχέση μεταξύ της δομής του προβλήματος και της επιθυμητής εξόδου.

Στην περίπτωση του τετραγωνικού προγραμματισμού στην αντικειμενική συνάρτηση προστίθεται ο όρος της μορφής $x^T Q x$ που εκφράζει επιπλέον αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών, λαμβάνοντας τη μορφή:

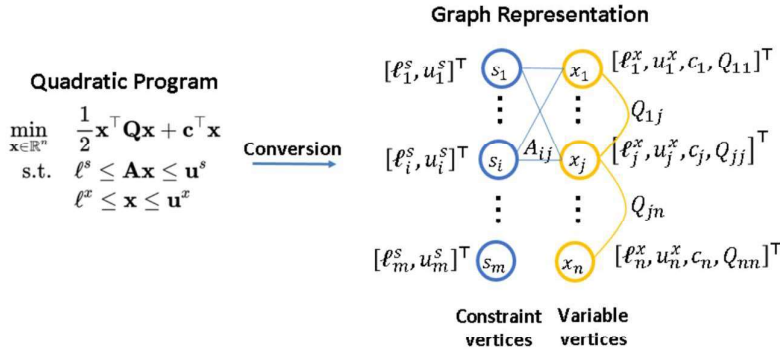
$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x \text{ υπό τους περιορισμούς } \ell^s \leq A x \leq u^s, \ell^x \leq x \leq u^x$$

όπου:

- $x \in \mathbb{R}^n$ διάνυσμα των μεταβλητών
- $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ο πίνακας που εκφράζει τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μεταβλητών
- $c \in \mathbb{R}^n$ διάνυσμα των συντελεστών κόστους
- $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ο πίνακας περιορισμών
- $\ell^s, u^s \in \mathbb{R}^m$ τα όρια των περιορισμών
- $\ell^x, u^x \in \mathbb{R}^n$ τα όρια των μεταβλητών

Όπως και στην περίπτωση του γραμμικού προγραμματισμού, το πρόβλημα μπορεί να αναπαρασταθεί ως γράφος $G = (V, E)$, όπου το σύνολο των κόμβων ορίζεται: $V = V_x \cup V_s$, με $V_x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ να αντιστοιχεί στις μεταβλητές και $V_s = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ να αντιστοιχεί στους περιορισμούς. Το σύνολο των ακμών όμως περιλαμβάνει δύο κατηγορίες :

$E = E_A \cup E_Q$, όπου $E_A = \{(s_i, x_j) / A_{ij} \neq 0\}$, είναι η ακμή μεταξύ μεταβλητής και περιορισμού και $E_Q = \{(x_i, x_j) / Q_{ij} \neq 0\}$ η ακμή μεταξύ των μεταβλητών.



Σχήμα 5: Αναπαράσταση προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού ως γράφος.
Πηγή: Artificial Intelligence for Operations Research [2]

Τα χαρακτηριστικά διανύσματα των κόμβων είναι : $h_{x_j}^{(0)} = [\ell_j^x, u_j^x, c_j, Q_{jj}]^\top$ για τις μεταβλητές και: $h_{s_i}^{(0)} = [\ell_i^s, u_i^s]$ για τους περιορισμούς. Τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα Q ενσωματώνονται ως χαρακτηριστικά των κόμβων, ενώ τα στοιχεία εκτός διαγωνίου καθορίζουν τις ακμές μεταξύ των μεταβλητών.

Στην περίπτωση του τετραγωνικού προγραμματισμού η διάδοση της πληροφορίας πραγματοποιείται μέσω των ακμών που ορίζονται από τον πίνακα A, που συνδέουν περιορισμούς με μεταβλητές, καθώς και μέσω των ακμών που προκύπτουν από τον πίνακα Q, που συνδέουν ζεύγη μεταβλητών. Με αυτόν τον τρόπο επιτρέπεται η ταυτόχρονη μοντελοποίηση τόσο των περιορισμών όσο και των μεταξύ τους αλληλεπιδράσεων.

3.2 Αναδρομικά Νευρωνικά Δίκτυα (RNNs)

Τα Αναδρομικά Νευρωνικά Δίκτυα (Recurrent Neural Networks-RNNs) έχουν σχεδιαστεί για την επεξεργασία δεδομένων ακολουθιών [7]. Διαθέτουν μηχανισμό μνήμης, που επιτρέπει τη διατήρηση της πληροφορίας από το προηγούμενο βήμα της ακολουθίας. Έστω $x_1, x_2, \dots, x_T$ μια ακολουθία διανυσμάτων εισόδου, όπου T είναι το μήκος της ακολουθίας και $x_t \in \mathbb{R}^d$ το διάνυσμα εισόδου το χρονικό βήμα t. Ένα RNN ορίζεται μέσω των συναρτήσεων $f(\theta_f; \cdot)$ και $g(\theta_g; \cdot)$, ως εξής:

$$h_t = f(\theta_f; x_t, h_{t-1})$$

$$y_t = g(\theta_g; h_t)$$

όπου:

- h_t είναι το διάνυσμα κρυφής κατάστασης στο βήμα t
- y_t είναι το διάνυσμα εξόδου του δικτύου στο βήμα t
- $\theta = \{\theta_f, \theta_g\}$ είναι οι εκπαιδευσιμες παράμετροι του μοντέλου

Η κρυφή κατάσταση h_t ενημερώνεται σε κάθε χρονικό βήμα ενσωματώνοντας τις πληροφορίες τόσο από το τρέχον διάνυσμα εισόδου x_t , όσο και από την προηγούμενη κρυφή κατάσταση h_{t-1} . Στα κλασικά RNNs οι συναρτήσεις f και g μπορούν να είναι πολυεπίπεδοι νευρώνες ή και απλοί γραμμικοί μετασχηματισμοί.

Ωστόσο τα απλά RNNs αντιμετωπίζουν ένα σημαντικό πρόβλημα, γνωστό ως το vanishing gradient problem, το οποίο τα δυσκολεύει να διατηρήσουν την πληροφορία από παλαιότερα χρονικά βήματα της ακολουθίας. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος αναπτύχθηκαν τα Long Short-Term Memory Networks (LSTMs), τα οποία αποτελούν μια ειδική μορφή των RNN. Στα δίκτυα αυτά εισάγεται ένας μηχανισμός πυλών (gating mechanism), ο οποίος σχεδιάστηκε να ελέγχει και να διαχειρίζεται τη ροή των πληροφοριών μέσα στο δίκτυο. Με αυτόν τον τρόπο διευκολύνεται η διατήρηση των σημαντικών πληροφοριών για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα.

Η εκπαίδευση ενός RNN πραγματοποιείται μέσω της συνάρτησης κόστους, η οποία μετράει τη διαφορά μεταξύ της παραγόμενης ακολουθίας $y_1, y_2, \dots, y_T$ και της ακολουθίας $z_1, z_2, \dots, z_T$ η οποία αντιστοιχεί στις πραγματικές τιμές. Η συνάρτηση κόστους δίνεται από τη σχέση :

$$\mathcal{L}(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ell(y_t, z_t)$$

όπου $\ell(\cdot, \cdot)$ είναι η συνάρτηση που εκφράζει τη διαφορά μεταξύ της προβλεπόμενης και της πραγματικής τιμής.

Το μοντέλο εκπαιδεύεται με στόχο την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της παραγόμενης και της πραγματικής ακολουθίας.

3.3 Ενισχυτική Μάθηση (RL)

Η Ενισχυτική Μάθηση (Reinforcement Learning-RL) είναι μια τεχνική Τεχνητής Νοημοσύνης, στην οποία ένας πράκτορας (agent) μαθαίνει να λαμβάνει αποφάσεις από τις αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον του. Στόχος του πράκτορα είναι να μεγιστοποιήσει τη συνολική ανταμοιβή που λαμβάνει με τον χρόνο. Διατυπώνεται ως μια Μαρκοβιανή Διαδικασία Απόφασης (Markov Decision Process-MDP), η οποία ορίζεται από την πεντάδα (S, A, P, R, γ) όπου:

- $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ είναι το σύνολο των δυνατών καταστάσεων του περιβάλλοντος
- $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ είναι το σύνολο των διαθέσιμων ενεργειών του πράκτορα
- $P(s_{t+1}|s_t, \alpha_t)$ είναι η συνάρτηση πιθανότητας μετάβασης από την κατάσταση s_t στην κατάσταση s_{t+1} μετά την εκτέλεση της ενέργειας α_t
- $R(s_t, \alpha_t, s_{t+1})$ είναι η συνάρτηση ανταμοιβής, που αξιολογεί το αποτέλεσμα της ενέργειας
- $\gamma \in [0,1]$ είναι ο συντελεστής προεξόφλησης, που καθορίζει τη βαρύτητα των μελλοντικών ανταμοιβών

Σε κάθε χρονικό βήμα t , ο πράκτορας λαμβάνει την κατάσταση s_t του περιβάλλοντος και επιλέγει μια ενέργεια α_t , σύμφωνα με μια πολιτική απόφασης π . Μετά την εκτέλεση της ενέργειας μεταβαίνει στην νέα κατάσταση, η οποία αξιολογείται μέσω της συνάρτησης ανταμοιβής $R(s_t, \alpha_t, s_{t+1})$. Η πολιτική $\pi(\alpha|s)$ εκφράζει την πιθανότητα επιλογής της ενέργειας α , δεδομένης της κατάστασης s . Για την περιγραφή της συνολικής μελλοντικής ανταμοιβής ορίζεται η συνολική προεξοφλημένη ανταμοιβή στο χρονικό βήμα t ως εξής:

$$G(s_t, \alpha_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R(s_{t+k}, \alpha_{t+k}, s_{t+k+1})$$

όπου ο παράγοντας γ^k μειώνει τη συνεισφορά των μελλοντικών ανταμοιβών, όσο αυξάνεται ο χρόνος.

Από μια αρχική κατάσταση s_t μπορούν να προκύψουν διάφορες μελλοντικές ακολουθίες καταστάσεων. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται η αναμενόμενη προεξοφλημένη απόδοση, που εκφράζεται μέσω της συνάρτησης αξίας :

$$V^\pi(s) = E_\pi[G(s_0, \alpha_0) | s_0 = s]$$

Η συνάρτηση $V^\pi(s)$ ονομάζεται συνάρτηση αξίας κατάστασης και αποτιμά την ποιότητα της κατάστασης s υπό την πολιτική π . Στόχος της Ενισχυτικής Μάθησης είναι η εύρεση της βέλτιστης πολιτικής π^* , η οποία μεγιστοποιεί την αναμενόμενη συνολική ανταμοιβή.

3.4 Μίμηση Μάθησης (IL)

Η Μίμηση Μάθησης (Imitation Learning-IL) είναι μια κατηγορία αλγορίθμων μάθησης κατά την οποία ένας πράκτορας μαθαίνει να λαμβάνει αποφάσεις παρατηρώντας έναν ειδικό (expert) [8]. Στόχος της είναι η εκμάθηση μιας πολιτικής που προσεγγίζει όσο το δυνατόν περισσότερο τη συμπεριφορά του ειδικού. Η προσέγγιση αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιπτώσεις όπου η διαμόρφωση κατάλληλης συνάρτησης ανταμοιβής είναι δύσκολη ή όταν η αλληλεπίδραση με το περιβάλλον είναι ιδιαίτερα δαπανηρή.

Μια από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους Μίμησης Μάθησης είναι μίμηση συμπεριφοράς (Behavior Cloning). Δεδομένου ενός συνόλου παραδειγμάτων συμπεριφοράς του ειδικού:

$$\mathcal{D} = \{(s_i, \alpha_i)\}_{i=1}^N$$

όπου:

- s_i είναι μια κατάσταση
- α_i η αντίστοιχη ενέργεια του ειδικού

στόχος είναι η εκμάθηση μιας πολιτικής $\pi_\theta(\alpha|s)$, η οποία αντιστοιχίζει καταστάσεις σε ενέργειες. Η πολιτική αναπαρίσταται μέσω ενός νευρωνικού δικτύου με εκπαιδευσιμες παραμέτρους θ . Η διαδικασία μάθησης βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους $\mathcal{L}(\theta)$:

$$\mathcal{L}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell(\alpha_i, \pi_\theta(\alpha|s_i))$$

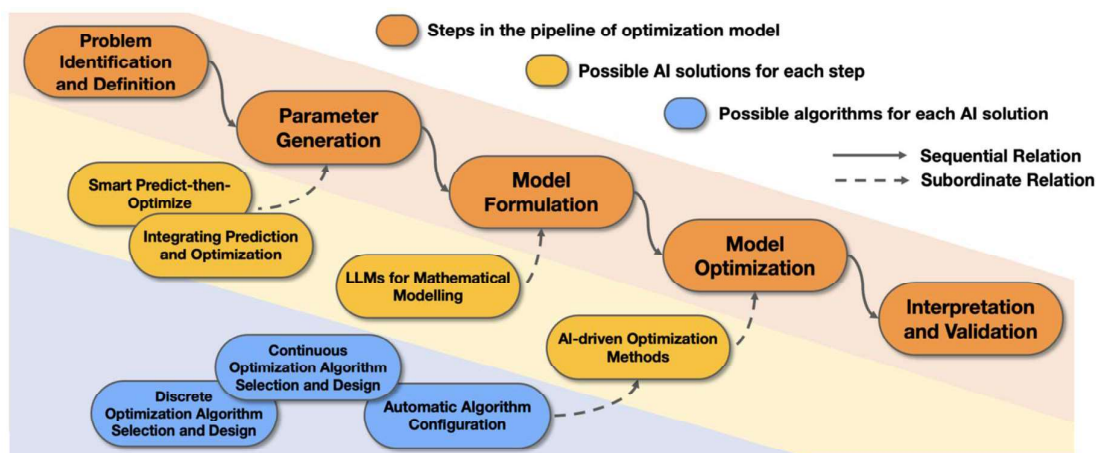
Όπου ℓ είναι η συνάρτηση που μετράει τη διαφορά μεταξύ της ενέργειας του ειδικού α_i και της ενέργειας του μοντέλου $\pi_\theta(\alpha|s_i)$.

Ωστόσο η μίμηση συμπεριφοράς μπορεί να παρουσιάσει το πρόβλημα συσσώρευσης σφαλμάτων (cascading errors). Αν το μοντέλο αποκλίνει από τις ενέργειες του ειδικού, μπορεί να οδηγηθεί σε καταστάσεις που δεν περιλαμβάνονταν στα δεδομένα της εκπαίδευσης, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε νέα σφάλματα και περαιτέρω απόκλιση από την επιθυμητή συμπεριφορά. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι διαδραστικής μίμησης μάθησης (interactive imitation learning), στις οποίες ο ειδικός παρέχει επιπλέον παραδείγματα κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, επιτρέποντας στο μοντέλο να χειρίζεται καταστάσεις που προκύπτουν από αποκλίσεις, να προσαρμόζεται και να διορθώνει σταδιακά τα σφάλματά του.

Η Μίμηση Μάθησης συνδέεται στενά με την Ενισχυτική Μάθηση, καθώς και οι δύο έχουν ως στόχο την εκμάθηση μιας πολιτικής αποφάσεων. Η Ενισχυτική Μάθηση βασίζεται στη μεγιστοποίηση της συνολικής ανταμοιβής μέσω αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον, ενώ η Μίμηση Μάθησης στην εκμάθηση από παραδείγματα ειδικού.

4. Ο ρόλος της Τεχνητής Νοημοσύνης στα στάδια της Επιχειρησιακής Έρευνας

Η ενσωμάτωση της Τεχνητής Νοημοσύνης στην Επιχειρησιακή Έρευνα δεν περιορίζεται μόνο στην επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, αλλά επεκτείνεται σε διάφορα στάδια της διαδικασίας μοντελοποίησης και λήψης αποφάσεων. Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζεται η αξιοποίηση της Τεχνητής Νοημοσύνης σε τρία βασικά στάδια, την παραγωγή παραμέτρων, τη διαμόρφωση των μαθηματικών μοντέλων και τη βελτιστοποίηση. Με αυτόν τον τρόπο είναι αποτελεσματικότερη η διαχείριση πολύπλοκων και αβέβαιων δεδομένων, τα οποία εμφανίζονται σε προβλήματα της Επιχειρησιακής Έρευνας.

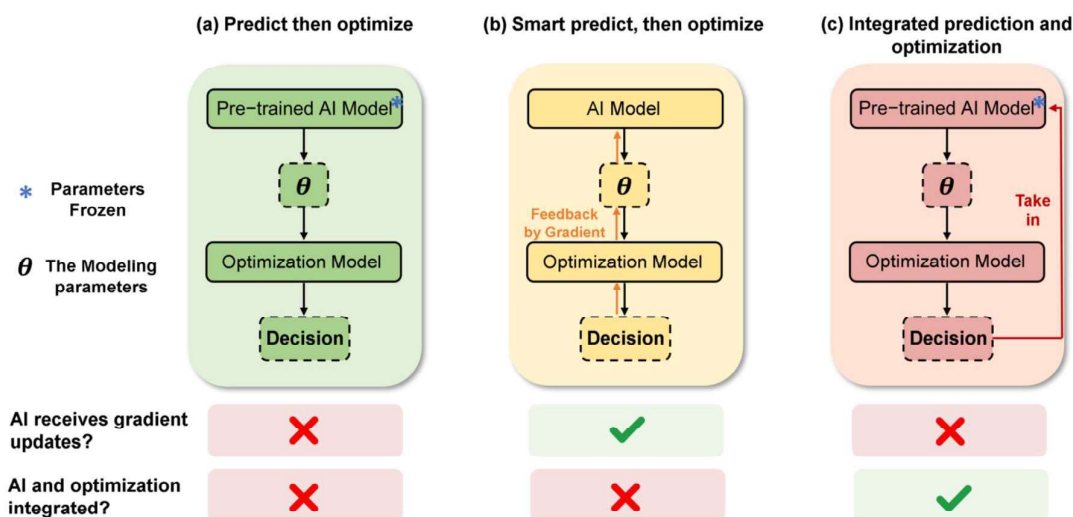


Σχήμα 6: Ενσωμάτωση τεχνικών Τεχνητής Νοημοσύνης στα στάδια της Επιχειρησιακής Έρευνας. Πηγή: Artificial Intelligence for Operations Research [2]

Το σχήμα 6 παρουσιάζει συνοπτικά τα βασικά στάδια της διαδικασίας της Επιχειρησιακής Έρευνας και τους τρόπους με τους οποίους τεχνικές της Τεχνητής Νοημοσύνης μπορούν να ενσωματωθούν σε αυτά. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι βασικοί τρόποι αλληλεπίδρασης της Τεχνητής Νοημοσύνης με τα μοντέλα βελτιστοποίησης, ξεκινώντας από το στάδιο της παραμετροποίησης.

4.1 Παραμετροποίηση του μαθηματικού μοντέλου

Η παραμετροποίηση αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα στάδια της Επιχειρησιακής Έρευνας, καθώς οι παράμετροι του μαθηματικού μοντέλου καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό την αξιοπιστία και την αποτελεσματικότητα των λύσεων που προκύπτουν από αυτό. Στα κλασικά μοντέλα βελτιστοποίησης, οι παράμετροι θεωρούνται γνωστές και καθορίζονται από τη γνώση και την εμπειρία ειδικών του πεδίου. Στην πράξη, όμως, πολλές από τις ποσότητες αυτές είναι αβέβαιες, μεταβάλλονται με τον χρόνο ή είναι δύσκολο να περιγραφούν μέσω ρητών μαθηματικών σχέσεων. Σε τέτοιες περιπτώσεις οι τεχνικές της Τεχνητής Νοημοσύνης χρησιμοποιούνται ολόένα και περισσότερο για την εκτίμηση, πρόβλεψη και παραγωγή των παραμέτρων των μαθηματικών μοντέλων. Ανάλογα με τον τρόπο αλληλεπίδρασης μεταξύ του μοντέλου Τεχνητής Νοημοσύνης και του μοντέλου βελτιστοποίησης, διακρίνονται τρεις προσεγγίσεις : η Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Predict-then-Optimize), η Έξυπνη Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Smart Predict-then-Optimize) και η Ολοκληρωμένη Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Integrated Prediction and Optimization).



Σχήμα 7: Προσεγγίσεις δημιουργίας παραμέτρων και αλληλεπίδρασης με το μοντέλο

Βελτιστοποίησης. Πηγή: Artificial Intelligence for Operations Research [2]

4.1.1 Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Predict-then-Optimize)

Η προσέγγιση Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση αποτελεί έναν από τους πιο διαδεδομένους τρόπους συνδυασμού της Τεχνητής Νοημοσύνης με τα μαθηματικά μοντέλα βελτιστοποίησης. Η βασική ιδέα είναι ότι αρχικά προβλέπονται οι άγνωστες παράμετροι του προβλήματος μέσω ενός μοντέλου Τεχνητής Νοημοσύνης και στη συνέχεια οι προβλέψεις αυτές ενσωματώνονται στο πρόβλημα βελτιστοποίησης, από την επίλυση του οποίου προσδιορίζεται η βέλτιστη απόφαση.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής της προσέγγισης αποτελεί ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, στο οποίο οι διαδρομές πρέπει να επανασχεδιάζονται πολλές φορές κατά τη διάρκεια της ημέρας. Παράγοντες όπως η κυκλοφοριακή συμφόρηση, οι καιρικές συνθήκες και η ώρα της ημέρας επηρεάζουν σημαντικά τους χρόνους μετακίνησης μεταξύ των σημείων του δικτύου. Οι χρόνοι αυτοί αποτελούν κρίσιμες παραμέτρους του προβλήματος βελτιστοποίησης και μεταβάλλονται συνεχώς.

Αναλύοντας ιστορικά δεδομένα, ένα μοντέλο Τεχνητής Νοημοσύνης μπορεί να εκπαιδευτεί ώστε να προβλέπει τους αναμενόμενους χρόνους μετακίνησης για τις τρέχουσες συνθήκες. Οι προβλέψεις αυτές χρησιμοποιούνται στη συνέχεια ως παράμετροι του προβλήματος δρομολόγησης και μέσω της επίλυσης του μοντέλου βελτιστοποίησης, προσδιορίζεται η βέλτιστη διαδρομή.

Η διαδικασία πρόβλεψης βασίζεται σε ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης που αποτελείται από N ζεύγη της μορφής (x_i, θ_i) . Το x_i είναι το διάνυσμα χαρακτηριστικών του i -οστού παραδείγματος και συμβολίζει τις διαθέσιμες πληροφορίες, βάσει των οποίων πραγματοποιείται η πρόβλεψη της παραμέτρου θ_i . Στο πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων, η παράμετρος θ_i αντιστοιχεί στον πραγματικό χρόνο μετακίνησης μεταξύ δύο κόμβων. Το σύνολο αυτό συμβολίζεται:

$$D = \{(x_1, \theta_1), \dots, (x_N, \theta_N)\}$$

Έστω $m(w; \cdot)$ ένα μοντέλο Τεχνητής Νοημοσύνης για πρόβλεψη, όπου w είναι οι παράμετροι του μοντέλου. Στόχος είναι η $\hat{\theta}_i = m(w; x_i)$ να αποτελεί καλή εκτίμηση της θ_i . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι παράμετροι w του μοντέλου διαφέρουν από τις

παραμέτρους θ_i του προβλήματος βελτιστοποίησης. Η βασική διαφορά είναι ότι οι w προσαρμόζονται κατά τη διαδικασία εκπαίδευσης του μοντέλου, ενώ οι θ_i αποτελούν τις πραγματικές τιμές, που το μοντέλο προσπαθεί να προβλέψει με βάση τις πληροφορίες στα x_i . Για το σκοπό αυτό επιλύεται το πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$w^* \in \arg \min_w \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|m(w; x_i) - \theta_i\|^2$$

Η συνάρτηση αυτή εκφράζει τη μέση τετραγωνική απόκλιση μεταξύ των προβλέψεων του μοντέλου και των πραγματικών τιμών των παραμέτρων. Η ελαχιστοποίηση της οδηγεί στον προσδιορισμό των βέλτιστων παραμέτρων w . Αφού ολοκληρωθεί η εκπαίδευση του μοντέλου, οι $\hat{\theta}$ χρησιμοποιούνται στο πρόβλημα βελτιστοποίησης, το οποίο διατυπώνεται:

$$v_{\hat{\theta}} \in \arg \min_w f_{\hat{\theta}}(v) \text{ υπό τον περιορισμό } v \in C_{\hat{\theta}}$$

όπου

- $\hat{\theta}$: η προβλεπόμενη παράμετρος
- v : η μεταβλητή απόφασης
- $f_{\hat{\theta}}(v)$: η αντικειμενική συνάρτηση
- $C_{\hat{\theta}}$: η εφικτή περιοχή

Η ευρεία χρήση της προσέγγισης Predict-then-Optimize οφείλεται στην απλότητα και στην ευελιξία της. Η πρόβλεψη και η βελτιστοποίηση αντιμετωπίζονται ως δύο ανεξάρτητα στάδια, γεγονός που επιτρέπει την εύκολη ενσωμάτωση των τεχνικών της Τεχνητής Νοημοσύνης στα υπάρχοντα μοντέλα βελτιστοποίησης.

Ωστόσο, η ανεξαρτησία αυτή συνεπάγεται ότι η εκπαίδευση του μοντέλου πραγματοποιείται μέσω μιας συνάρτησης απώλειας, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η δομή του προβλήματος βελτιστοποίησης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η αξιολόγηση των προβλέψεων να βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος πρόβλεψης και όχι στην ποιότητα της τελικής απόφασης που προκύπτει από το μοντέλο. Η παρατήρηση αυτή

οδήγησε στην ανάπτυξη της προσέγγισης Έξυπνη Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Smart Predict-then-Optimize).

4.1.2 Έξυπνη Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Smart Predict-then-Optimize)

Η προσέγγιση Smart Predict-then-Optimize βασίζεται στο γεγονός ότι η ακρίβεια των προβλέψεων δεν αποτελεί πάντα τον πιο κατάλληλο δείκτη για την αξιολόγηση ενός μοντέλου Τεχνητής Νοημοσύνης. Στόχος είναι οι προβλέψεις να οδηγούν σε αποφάσεις όσο γίνεται πιο κοντά στη βέλτιστη λύση. Για αυτόν τον λόγο επιδιώκεται μια ισορροπία ανάμεσα στην ακρίβεια των προβλέψεων και στην ποιότητα της τελικής απόφασης, δίνοντας μεγαλύτερη έμφαση στη δεύτερη, όταν αυτό κρίνεται απαραίτητο [9].

Η ανάπτυξη της Smart Predict-then-Optimize στηρίζεται σε δύο βασικές παρατηρήσεις: Πρώτον, οι παράμετροι του προβλήματος βελτιστοποίησης δεν επηρεάζουν όλες στον ίδιο βαθμό την τελική λύση. Στο πρόβλημα δρομολόγησης, για παράδειγμα, αν το κύριο ενδιαφέρον είναι ο χρόνος μετακίνησης στη συντομότερη διαδρομή, τότε η αριθμητική ακρίβεια για τις διαδρομές που δεν πρόκειται να επιλεγούν, έχει περιορισμένη σημασία. Για τον λόγο αυτόν η προσέγγιση Smart Predict-then-Optimize επιτρέπει μικρά σφάλματα σε λιγότερο σημαντικές παραμέτρους, διατηρώντας παράλληλα την τελική απόφαση κοντά στη βέλτιστη. Δεύτερον, οι παράμετροι συχνά παρουσιάζουν αλληλεξαρτήσεις, που δεν λαμβάνονται υπόψη κατά την πρόβλεψη. Συνεπώς ακόμα και μικρές αποκλίσεις στις επιμέρους προβλέψεις ενδέχεται να οδηγήσουν σε σημαντικές μεταβολές της τελικής λύσης.

Η Smart Predict-then-Optimize ορίζει το σφάλμα απόφασης (decision error), το οποίο συγκρίνει την απόφαση που λαμβάνει με βάση τις πραγματικές παραμέτρους θ , με εκείνη που προκύπτει από τις προβλεπόμενες παραμέτρους $\hat{\theta}$. Το σφάλμα αυτό συμβολίζεται ως : $\ell(v_\theta, v_{\hat{\theta}})$. Το σφάλμα απόφασης μπορεί να οριστεί με διάφορους τρόπους. Ενδεικτικά μπορεί να εκφραστεί μέσω του τετραγώνου της νόρμας $\mathcal{L}_2 \quad \|v_\theta - v_{\hat{\theta}}\|^2$, που εκφράζει την απόσταση μεταξύ δυο λύσεων, ή η διαφορά στις αντίστοιχες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης $|f_\theta(v_\theta) - f_\theta(v_{\hat{\theta}})|$.

Δεδομένου του πεπερασμένου συνόλου ιστορικών δεδομένων εκπαίδευσης $D = \{(x_1, \theta_1), \dots, (x_N, \theta_N)\}$, η εκπαίδευση του μοντέλου βασίζεται στη μέση τιμή του σφάλματος απόφασης. Η αντίστοιχη συνάρτηση απώλειας ορίζεται ως :

$$\mathcal{L}(w) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell(v_{\theta_i}, v_{\hat{\theta}_i}) \quad , \quad \text{όπου} \quad \hat{\theta}_i = m(w; x_i)$$

Στόχος είναι και ο προσδιορισμός των βέλτιστων παραμέτρων w του μοντέλου Τεχνητής Νοημοσύνης, γεγονός που ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης απώλειας :

$$w^* \in \arg \min_w \mathcal{L}(w)$$

Η επίλυση του παραπάνω προβλήματος δεν είναι άμεση, καθώς η συνάρτηση απώλειας εξαρτάται από αποφάσεις που προκύπτουν από την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης.

4.1.3 Ενσωματωμένη Πρόβλεψη και Βελτιστοποίηση (Integrated Prediction and Optimization)

Σε αντίθεση με τις προσεγγίσεις Predict-then-Optimize και Smart Predict-then-Optimize, όπου η πρόβλεψη προηγείται της διαδικασίας βελτιστοποίησης, η προσέγγιση Integrated Prediction and Optimization αποτελεί μια μέθοδο ενσωμάτωσης της Τεχνητής Νοημοσύνης στην Επιχειρησιακή Έρευνα, κατά την οποία τα μοντέλα μάθησης εντάσσονται άμεσα στη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο, η διαδικασία μάθησης και η διαδικασία λήψης αποφάσεων αντιμετωπίζονται ως ενιαία διαδικασία.

Η προσέγγιση αυτή βασίζεται σε δύο κυρίως κίνητρα. Το πρώτο προέρχεται από την Predict-then-Optimize, και αφορά το γεγονός ότι σε πολλά προβλήματα δεν υπάρχει ρητός μαθηματικός τύπος για τον υπολογισμό ορισμένων παραμέτρων του μοντέλου βελτιστοποίησης. Επομένως απαιτείται η χρήση μοντέλων Τεχνητής Νοημοσύνης για την

εκτίμησή τους. Το δεύτερο κίνητρο είναι ότι η πρόβλεψη αυτών των παραμέτρων εξαρτάται από τις αποφάσεις που λαμβάνονται κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Για αυτόν τον λόγο, οι δυο διαδικασίες δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν ως ανεξάρτητα στάδια.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής της Integrated Prediction and Optimization είναι η περίπτωση μιας τηλεπικοινωνιακής εταιρείας, η οποία προσπαθεί να προσελκύσει πελάτες μέσω των χαμηλών τιμών που προσφέρει, μεγιστοποιώντας παράλληλα τα έσοδά της. Αν x είναι η τιμή της υπηρεσίας, y η πιθανότητα αποχώρησης ενός πελάτη και α ένα σύνολο πληροφοριών για τον πελάτη, όπως δημογραφικά ή γεωγραφικά χαρακτηριστικά, τότε η πιθανότητα αποχώρησης y ενός πελάτη εξαρτάται τόσο από την τιμή x όσο και από τις πληροφορίες α . Η εταιρεία συλλέγει ιστορικά δεδομένα D και με βάση αυτά τα δεδομένα εκπαιδεύεται ένα μοντέλο Τεχνητής Νοημοσύνης :

$$\hat{h}_D$$

Το μοντέλο εκτιμά την πιθανότητα αποχώρησης :

$$y = \hat{h}_D(x, \alpha)$$

Επίσης η εταιρεία οφείλει να λάβει υπόψη της συγκεκριμένους επιχειρησιακούς περιορισμούς όπως : η τιμή των υπηρεσιών μπορεί να έχει κατώτατο όριο, σε ορισμένες γεωγραφικές περιοχές ή η τιμολογιακή πολιτική να προσαρμοστεί αναλόγως, εφόσον κάποιος πελάτης έχει υψηλή πιθανότητα αποχώρησης. Οι παραπάνω σχέσεις διαμορφώνουν το ακόλουθο πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$\max_{x,y} f(x, y, \alpha)$ υπό τους περιορισμούς:

- $g(x, y, \alpha) \leq 0$
- $y = \hat{h}_D(x, \alpha)$
- $x \in X(\alpha)$

όπου η συνάρτηση $f(x, y, \alpha)$ εκφράζει τα έσοδα της εταιρείας, η $g(x, y, \alpha) \leq 0$ και η

$x \in X(\alpha)$ εκφράζουν τις επιχειρησιακές πολιτικές και την εφικτή περιοχή των τιμών και η $y = \hat{h}_D(x, \alpha)$ το μοντέλο που εκτιμάει την πιθανότητα αποχώρησης.

Η βασική δυσκολία στη λύση του παραπάνω προβλήματος είναι ότι ο περιορισμός

$y = \hat{h}_D(x, \alpha)$ περιλαμβάνει ένα προεκπαιδευμένο μοντέλο Τεχνητής Νοημοσύνης. Το μοντέλο αυτό μπορεί να είναι γραμμικό, δέντρο αποφάσεων ή νευρωνικό δίκτυο, γεγονός που δυσκολεύει την άμεση ενσωμάτωσή του στο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Για την αντιμετώπιση αυτής της δυσκολίας αναπτύχθηκαν οι μέθοδοι OptiCL [10] και JANOS [11], οι οποίες μετατρέπουν το μοντέλο σε ένα σύνολο από γραμμικές ανισότητες που μπορούν να ενσωματωθούν στο μοντέλο βελτιστοποίησης.

4.2 Διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου

Η διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα στάδια της Επιχειρησιακής Έρευνας, καθώς είναι μια από τις πιο χρονοβόρες και απαιτητικές διαδικασίες. Στο στάδιο αυτό πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός του πραγματικού προβλήματος σε μαθηματικό μοντέλο, ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή κατάλληλων μεθόδων βελτιστοποίησης.

Ένα μαθηματικό μοντέλο περιλαμβάνει τρία βασικά στοιχεία: τις μεταβλητές απόφασης, τους περιορισμούς και την αντικειμενική συνάρτηση. Οι μεταβλητές απόφασης εκφράζουν τις επιλογές που έχει στη διάθεσή του ο λήπτης αποφάσεων, οι περιορισμοί περιγράφουν τις απαιτήσεις και τους διαθέσιμους πόρους του προβλήματος, ενώ η αντικειμενική συνάρτηση εκφράζει το κριτήριο βελτιστοποίησης του προβλήματος, όπως το κόστος, το κέρδος ή ο χρόνος.

Παραδοσιακά, η διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου βασιζόταν στις γνώσεις και στην εμπειρία των ειδικών, οι οποίοι αποτύπωναν το πρόβλημα σε μαθηματικές σχέσεις. Η ραγδαία εξέλιξη της Τεχνητής Νοημοσύνης έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη των Foundation Models, τα οποία εκπαιδεύονται σε δεδομένα μεγάλης κλίμακας και μπορούν να αξιοποιηθούν σε πλήθος εφαρμογών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιων μοντέλων αποτελούν τα Μεγάλα Γλωσσικά Μοντέλα (Large Language Models – LLMs), τα οποία δημιουργούν νέες δυνατότητες για τη διαμόρφωση μαθηματικών μοντέλων. Πιο συγκεκριμένα, έχοντας την ικανότητα να κατανοούν τη φυσική γλώσσα, δηλαδή τη γλώσσα

που χρησιμοποιούν οι άνθρωποι, τα LLMs αναγνωρίζουν τις πληροφορίες στην περιγραφή του προβλήματος και τις μετατρέπουν σε μαθηματική διατύπωση.

4.2.1 Μεγάλα Γλωσσικά Μοντέλα στη Μαθηματική Μοντελοποίηση

Η ανάπτυξη των Μεγάλων Γλωσσικών Μοντέλων βασίζεται σε μια σύνθετη διαδικασία εκπαίδευσης που περιλαμβάνει πολλά στάδια.

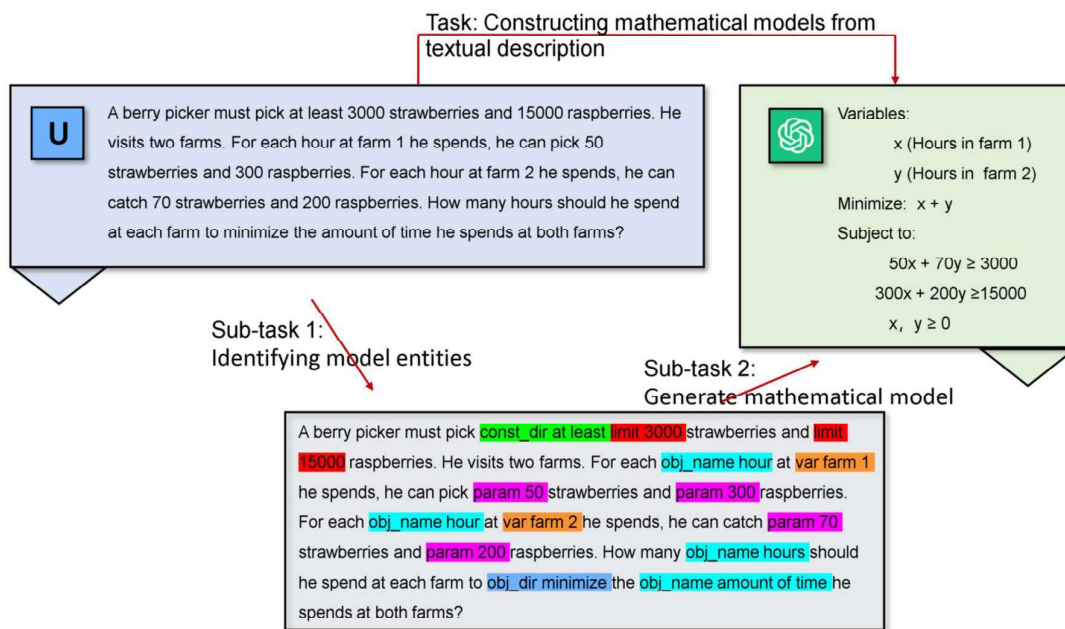
Κατά το αρχικό στάδιο το μοντέλο εκπαιδεύεται σε έναν μεγάλο όγκο δεδομένων κειμένου που προέρχεται από διάφορα γνωστικά πεδία. Αυτή η διαδικασία επιτρέπει στο μοντέλο να μάθει γλωσσικά πρότυπα, σημασιολογία, σύνταξη και να αποκτήσει μια γενική γνώση της φυσικής γλώσσας, η οποία αποτελεί τη βάση για τα επόμενα στάδια εκπαίδευσης. Κατά την διάρκεια της προ-εκπαίδευσης, το μοντέλο εκπαιδεύεται να προβλέπει την επόμενη λέξη, μαθαίνοντας σταδιακά γλωσσικά και εννοιολογικά πρότυπα από τα δεδομένα εκπαίδευσης.

Μετά την ολοκλήρωση της προ-εκπαίδευσης ακολουθεί το στάδιο της εξειδίκευσης (fine-tuning), κατά το οποίο το μοντέλο προσαρμόζεται σε συγκεκριμένες εργασίες, χρησιμοποιώντας ένα μικρότερο σύνολο δεδομένων. Στόχος αυτού του βήματος είναι η βελτίωση της απόδοσης του σε συγκεκριμένες εφαρμογές, ώστε να ανταποκρίνεται αποτελεσματικότερα στις απαιτήσεις του κάθε προβλήματος.

Παρά τη βελτίωση που έχει ως αποτέλεσμα το fine-tuning, τα LLMs δεν ακολουθούν πάντα με ακρίβεια τις οδηγίες του χρήστη. Για τον λόγο αυτό αναπτύχθηκαν τεχνικές που ενσωματώνουν ένα επίπεδο ενισχυτικής μάθησης, ώστε οι απαντήσεις του μοντέλου να ευθυγραμμίζονται με τις ανθρώπινες προτιμήσεις, με σημαντικότερη το Reinforcement Learning from Human Feedback (RLHF).

Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας εκπαίδευσης τα LLMs χρησιμοποιούνται για την εκτέλεση συγκεκριμένων εργασιών. Σε αυτό το στάδιο λειτουργούν ως μοντέλα υποστήριξης (backend models), επεξεργάζονται τις περιγραφές προβλημάτων σε φυσική γλώσσα και παράγουν την αντίστοιχη μαθηματική διατύπωση. Στη συνέχεια δίνεται στον χρήστη η δυνατότητα, να τροποποιεί ή να εμπλουτίζει το παραγόμενο μοντέλο μέσω οδηγιών σε φυσική γλώσσα. Το μοντέλο επεξεργάζεται τις νέες οδηγίες, μέχρι να διαμορφωθεί η επιθυμητή μαθηματική διατύπωση.

Η διαδικασία με την οποία ένα Μεγάλο Γλωσσικό Μοντέλο μετατρέπει ένα πρόβλημα από φυσική γλώσσα σε μαθηματικό μοντέλο απεικονίζεται στο σχήμα 8.



Σχήμα 8: Διαδικασία Μαθηματικής Μοντελοποίησης με τη χρήση Μεγάλων Γλωσσικών Μοντέλων. Πηγή: Artificial Intelligence for Operations Research [2]

Αρχικά ο χρήστης περιγράφει το πρόβλημα σε φυσική γλώσσα, δίνοντας όλες τις απαραίτητες πληροφορίες και απαιτήσεις. Το LLM αναλύει την περιγραφή και αναγνωρίζει τα βασικά στοιχεία του προβλήματος, δηλαδή τους διαθέσιμους πόρους, τις απαιτήσεις και τους στόχους. Στη συνέχεια προσδιορίζει τις μεταβλητές και διατυπώνει την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς, οδηγώντας στη διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου.

Η αξιολόγηση των LLMs σε προβλήματα Μαθηματικής Μοντελοποίησης δείχνει ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Μοντέλα που έχουν προσαρμοστεί μέσω της διαδικασίας fine-tuning, παρουσιάζουν υψηλότερη απόδοση από τα αντίστοιχα γενικής χρήσης, γεγονός που επιβεβαιώνει τη σημασία της εξειδικευμένης εκπαίδευσης. Παράλληλα, η αύξηση του μεγέθους ενός μοντέλου δεν συνεπάγεται καλύτερη απόδοση, ενώ η ποιότητα των δεδομένων εκπαίδευσης έχει μεγαλύτερη σημασία. Παρά τη σημαντική πρόοδο που έχει

επιτευχθεί, τα παραγόμενα μαθηματικά μοντέλα ενδέχεται να περιέχουν σφάλματα ή ελλείψεις, γεγονός που καθιστά απαραίτητο τον έλεγχο από έμπειρους ειδικούς πριν την εφαρμογή τους σε πραγματικά προβλήματα.

4.3 Βελτιστοποίηση του Μαθηματικού Μοντέλου

Μετά τη διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου ακολουθεί η επίλυση του με στόχο τη βέλτιστη λύση. Το στάδιο αυτό βασίζεται σε κλασικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης όπως η μέθοδος Simplex, η μέθοδος Branch and Bound και η μέθοδος Cutting Plane. Τα τελευταία χρόνια όμως η Τεχνητή Νοημοσύνη υποστηρίζει και επιταχύνει τη διαδικασία επίλυσης, ιδιαίτερα σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας ή αυξημένης πολυπλοκότητας.

4.3.1 Αυτόματη Παραμετροποίηση Αλγορίθμων

Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης διαθέτουν παραμέτρους, οι οποίες επηρεάζουν σημαντικά την απόδοσή τους. Η επιλογή των παραμέτρων αυτών αποτελεί μια απαιτητική διαδικασία καθώς η απόδοσή τους εξαρτάται τόσο από τα χαρακτηριστικά του αλγόριθμου όσο και από τη φύση του προβλήματος που καλείται να επιλύσει. Παραδοσιακά η ρύθμιση των παραμέτρων πραγματοποιείται μέσω επαναλαμβανόμενων δοκιμών και βασίζεται στην εμπειρία των ειδικών, γεγονός που απαιτεί χρόνο και υπολογιστικούς πόρους.

Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών αναπτύχθηκε η Αυτόματη Παραμετροποίηση Αλγορίθμων (Automatic Algorithm Configuration - AAC), η οποία αξιοποιεί τεχνικές Τεχνητής Νοημοσύνης για την αυτοματοποίηση της διαδικασίας ρύθμισης και τον εντοπισμό των βέλτιστων συνδυασμών των παραμέτρων. Στόχος της είναι η εύρεση των κατάλληλων παραμέτρων ώστε να μεγιστοποιείται η απόδοση του αλγορίθμου, χωρίς να απαιτείται χειροκίνητη ρύθμιση.

Μια από τις πιο γνωστές μεθόδους παραμετροποίησης είναι το ParamILS (Parametric Iterated Local Search) [12]. Η λειτουργία του βασίζεται στην επαναλαμβανόμενη αναζήτηση του χώρου των παραμέτρων. Κάθε παραμετροποίηση αξιολογείται και εφόσον επιτυγχάνεται βελτίωση της απόδοσης του αλγορίθμου, αυτή υιοθετείται για τα επόμενα στάδια της αναζήτησης.

Η αποτελεσματικότητα του ParamILS έχει αξιολογηθεί σε γνωστά λογισμικά βελτιστοποίησης για προβλήματα του μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, όπως τα CPLEX [13], Gurobi [14] και LPSOLVE [15]. Η αυτόματη ρύθμιση μείωσε τον χρόνο επίλυσης κατά 25-50% σε σχέση με τις προεπιλεγμένες ρυθμίσεις, ενώ στις δυσκολότερες περιπτώσεις η μείωση αυτή έφτασε και το 50-100%.

Μια ακόμη διαδεδομένη μέθοδος αυτόματης παραμετροποίησης είναι το IRACE (Iterated Racing for Automatic Algorithm Configuration) [16]. Ενώ το ParamILS βασίζεται σε επαναληπτική τοπική αναζήτηση, το IRACE αξιολογεί πολλαπλές διαμορφώσεις και απορρίπτει σταδιακά εκείνες που είναι λιγότερο αποδοτικές. Το IRACE παρουσιάζει μεγαλύτερη ευελιξία, καθώς μπορεί να διαχειριστεί συνεχείς, ακέραιες, κατηγορικές ή υπό συνθήκη παραμέτρους. Η εφαρμογή του σε προβλήματα βελτιστοποίησης δείχνει ότι μπορεί να πετύχει σημαντική βελτίωση της απόδοσης των αλγορίθμων.

Η συμβολή της Τεχνητής Νοημοσύνης δεν περιορίζεται στην αυτόματη παραμετροποίηση των αλγορίθμων, αλλά επεκτείνεται και στον σχεδιασμό αλγορίθμων για προβλήματα συνεχούς και διακριτής βελτιστοποίησης.

4.3.2 Συνεχής Βελτιστοποίηση

Η συνεχής βελτιστοποίηση (Continuous Optimization) αφορά προβλήματα στα οποία οι μεταβλητές απόφασης μπορούν να λάβουν οποιαδήποτε πραγματική τιμή μέσα σε ένα συνεχές πεδίο τιμών. Η γενική μορφή ενός προβλήματος συνεχούς βελτιστοποίησης διατυπώνεται ως η ελαχιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$$

όπου x είναι το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης και $f(x)$ η αντικειμενική συνάρτηση.

Βελτίωση αλγορίθμου Gradient Descent

Μια από τις πιο κλασικές μεθόδους επίλυσης τέτοιων προβλημάτων είναι ο αλγόριθμος Gradient Descent, ο οποίος βασίζεται στην κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης και περιγράφεται από τη σχέση :

$$x_{t+1} = x_t - \eta \nabla f(x_t)$$

όπου x_t είναι το διάνυσμα των μεταβλητών στην επανάληψη t , $\nabla f(x_t)$ είναι η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης στο σημείο x_t και η είναι ο ρυθμός μάθησης (learning rate), που καθορίζει το μέγεθος του βήματος σε κάθε επανάληψη.

Ωστόσο, η απόδοση του Gradient Descent περιορίζεται από το γεγονός ότι χρησιμοποιεί μόνο την πρόσφατη κλίση και αγνοεί τις προηγούμενες πληροφορίες. Για την αντιμετώπιση των περιορισμών αυτών έχουν αναπτυχθεί προσεγγίσεις που αξιοποιούν τεχνικές Τεχνητής Νοημοσύνης.

Οι πρώτες εφαρμογές βασίστηκαν σε δίκτυα Long Short-Term Memory (LSTM), τα οποία εκπαιδεύτηκαν ώστε να μαθαίνουν αποτελεσματικότερους κανόνες ενημέρωσης των μεταβλητών κατά τη βελτιστοποίηση. Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν Recurrent Neural Networks (RNNs) με στόχο τη βελτίωση της απόδοσής τους και την ταυτόχρονη μείωση του υπολογιστικού κόστους. Η Ενισχυτική Μάθηση (RL) αξιοποιήθηκε ώστε ο αλγόριθμος να προσαρμόζει τον τρόπο ενημέρωσης των μεταβλητών κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης.

Οι προσεγγίσεις αυτές συνέβαλαν στη βελτίωση της απόδοσης των αλγορίθμων που βασίζονται στον Gradient Descent. Ωστόσο, δεν υπάρχει σαφής υπεροχή μιας μεθόδου έναντι των υπολοίπων, καθώς κάθε προσέγγιση παρουσιάζει πλεονεκτήματα, ανάλογα με το πρόβλημα που καλείται να επιλύσει.

Βελτίωση αλγορίθμου τύπου ADMM

Ο αλγόριθμος Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) είναι μια αποδοτική μέθοδος πρώτης τάξης για την επίλυση προβλημάτων συνεχούς βελτιστοποίησης με περιορισμούς της μορφής :

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n, s \in \mathbb{R}^m} f(x) + g(s), \text{ υπό τον περιορισμό } Ax + s = b$$

όπου $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ και $b \in \mathbb{R}^m$.

Βασικό στοιχείο του αλγορίθμου ADMM αποτελεί η επαυξημένη συνάρτηση Lagrange η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$L_\rho(x, s, y) = f(x) + g(s) + y^T(Ax + s - b) + \frac{\rho}{2} \|Ax + s - b\|^2$$

όπου $y \in \mathbb{R}^m$ είναι ο πολλαπλασιαστής Lagrange και $\rho > 0$ η παράμετρος ποινής. Η επιλογή της κατάλληλης τιμής της παραμέτρου αυτής δεν είναι πάντοτε εύκολη, γεγονός που επηρεάζει την ταχύτητα σύγκλισης και τη συνολική απόδοση του αλγορίθμου.

Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος έχουν αναπτυχθεί προσεγγίσεις που αξιοποιούν την Ενισχυτική Μάθηση (RL) για την προσαρμογή της παραμέτρου ποινής, κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Παράλληλα, η ενσωμάτωση Γραφικών Νευρωνικών Δικτύων (GNNs) συμβάλλει στην καλύτερη προσαρμογή στα χαρακτηριστικά κάθε προβλήματος.

Βελτίωση αλγορίθμου Column Generation

Η μέθοδος Column Generation χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού μεγάλης κλίμακας, στα οποία ο αριθμός των μεταβλητών είναι ιδιαίτερα μεγάλος. Ένα τέτοιο πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^{|\Omega|}} \sum_{p \in \Omega} c_p x_p \quad , \quad \text{υπό τους περιορισμούς} \quad \sum_{p \in \Omega} x_p a_p = b$$

$$x_p \geq 0, \forall p \in \Omega$$

όπου Ω αντιπροσωπεύει το σύνολο των δεικτών των μεταβλητών.

Λόγω του μεγάλου αριθμού μεταβλητών, το αρχικό πρόβλημα περιορίζεται σε ένα υποσύνολο των δεικτών τους $F \subset \Omega$, σχηματίζοντας ένα μικρότερο πρόβλημα προς επίλυση. Με βάση τη λύση του, επιλύεται ένα υποπρόβλημα για τον εντοπισμό νέων μεταβλητών (στηλών), οι οποίες προστίθενται στο κύριο πρόβλημα, εφόσον βελτιώνουν τη λύση. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί η βέλτιστη λύση.

Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την επιλογή των στηλών, σε κάθε επανάληψη. Όταν παράγεται μεγάλος αριθμός στηλών, η επιλογή γίνεται

δύσκολη και ο χρόνος επίλυσης αυξάνεται. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, έχουν αναπτυχθεί προσεγγίσεις που αξιοποιούν την Ενισχυτική Μάθηση (RL), ώστε ο αλγόριθμος να επιλέγει τις στήλες που είναι πιθανότερο να συμβάλουν στη βελτίωση της λύσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μειωθούν οι απαιτούμενες επαναλήψεις και να επιταχυνθεί η διαδικασία επίλυσης. Ωστόσο, ο σχεδιασμός ενός εξειδικευμένου βήματος (ad hoc) απαιτείται για τον περιορισμό του χάσματος μεταξύ της πρόβλεψης του μοντέλου της Τεχνητής Νοημοσύνης και της παραγωγής εφικτής στήλης. Επιπλέον, παραμένει αναγκαία η διερεύνηση ανάπτυξης μιας ενιαίας μεθόδου δειγματοληψίας, η οποία θα μπορεί να εφαρμόζεται σε διαφορετικά προβλήματα.

Βελτίωση της μεθόδου Simplex

Η μέθοδος Simplex βασίζεται σε μια αρχική εφικτή λύση και μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας οδηγείται σταδιακά σε νέες λύσεις, με στόχο τη βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Σε κάθε επανάληψη μια μεταβλητή εισέρχεται στη βάση και μία άλλη εξέρχεται από αυτή, σύμφωνα με συγκεκριμένους κανόνες περιστροφής (pivoting). Τόσο η επιλογή της αρχικής βάσης όσο και η επιλογή του κανόνα περιστροφής επηρεάζουν την απόδοση της μεθόδου.

Για το σκοπό αυτό έχουν χρησιμοποιηθεί Γραφικά Νευρωνικά Δίκτυα (GNNs), τα οποία εκπαιδεύονται, ώστε να προβλέπουν μια κατάλληλη αρχική βάση για κάθε πρόβλημα. Επιπλέον, η Ενισχυτική Μάθηση αξιοποιείται για την επιλογή της στρατηγικής pivoting, επιτρέποντας την εναλλαγή μεταξύ του κανόνα του Dantzig και του κανόνα της απότομης ακμής, με στόχο τη βελτίωση της απόδοσης της μεθόδου. Μια διαφορετική προσέγγιση συνδυάζει την Ενισχυτική Μάθηση με τη μέθοδο Αναζήτησης Δέντρου Monte Carlo (MCTS), με στόχο την ανάπτυξη μιας νέας στρατηγικής pivoting. Η μέθοδος αυτή επιτρέπει τον εντοπισμό συντομότερων διαδρομών μεταξύ διαδοχικών λύσεων, μειώνοντας τον αριθμό των επαναλήψεων.

4.3.3 Διακριτή Βελτιστοποίηση

Στη διακριτή βελτιστοποίηση (Discrete Optimization), οι μεταβλητές απόφασης λαμβάνουν τιμές από ένα πεπερασμένο σύνολο εφικτών λύσεων. Ένα γενικό πρόβλημα διακριτής βελτιστοποίησης μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\min_{x \in X} f(x)$$

όπου X είναι το σύνολο των εφικτών λύσεων και $f(x)$ η αντικειμενική συνάρτηση.

Βελτίωση του Μικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού

Μια σημαντική κατηγορία προβλημάτων διακριτής βελτιστοποίησης αποτελούν τα προβλήματα Μικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού. Κατά την επίλυσή τους με τη μέθοδο Branch and Bound, η Τεχνητή Νοημοσύνη έχει αξιοποιηθεί κυρίως στην επιλογή της μεταβλητής διακλάδωσης και του επόμενου κόμβου προς εξέταση.

Η επιλογή της μεταβλητής αποτελεί ένα κρίσιμο έργο, καθώς καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο ένας κόμβος διαμερίζεται σε δύο κόμβους -παιδιά, ανάλογα με τη μεταβλητή που επιλέγεται για τη διακλάδωση. Για την επιλογή της έχουν αναπτυχθεί διάφορες στρατηγικές, όπως ο κανόνας της διακλάδωσης, η διακλάδωση ψευδοκόστους και η ισχυρή διακλάδωση. Η ισχυρή διακλάδωση θεωρείται η πιο αποτελεσματική, αλλά και πιο υπολογιστικά δαπανηρή. Τα τελευταία έτη, η Μηχανική Μάθηση έχει εφαρμοστεί στην επιλογή της μεταβλητής διακλάδωσης, μέσω μοντέλων που εναλλάσσονται μεταξύ διαφορετικών κανόνων, μιμούνται έναν ισχυρό κανόνα ή μαθαίνουν μια νέα στρατηγική διακλάδωσης.

Αντίστοιχες μέθοδοι έχουν εφαρμοστεί και για την επιλογή του επόμενου κόμβου προς εξέταση. Τα μοντέλα εκπαιδεύονται ώστε να εντοπίζουν τους κόμβους που είναι πιθανότερο να οδηγήσουν στη βέλτιστη λύση.

Οι μέθοδοι αυτές έχουν παρουσιάσει θετικά αποτελέσματα, περιορίζοντας σε αρκετές περιπτώσεις το μέγεθος του δέντρου αναζήτησης και επιτρέποντας την αποτελεσματικότερη επιλογή των κόμβων. Ωστόσο, απαιτείται περαιτέρω έρευνα για την καλύτερη κατανόηση των δυνατοτήτων και των περιορισμών τους, καθώς η χρήση σύνθετων μοντέλων μπορεί είτε να οδηγήσει σε καταστάσεις που αποκλίνουν από τα δεδομένα εκπαίδευσης, είτε να αυξήσει το υπολογιστικό κόστος.

Βελτίωση της μεθόδου Cutting Plane

Η μέθοδος Τεμνόντων Επιπέδων ξεκινά από τη βέλτιστη λύση πάνω της χαλαρής μορφής του προβλήματος. Με την προσθήκη μιας νέας τομής περιορίζεται η εφικτή περιοχή και προκύπτει ένα νέο πρόβλημα. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη ακέραια λύση.

Κατά την διαδικασία, μπορούν να δημιουργηθούν πολλές έγκυρες τομές, οι οποίες όμως δεν συμβάλλουν όλες εξίσου στην επίλυση του προβλήματος. Η Ενισχυτική Μάθηση αντιμετωπίζει την επιλογή των τομών ως μια διαδικασία λήψης αποφάσεων, κατά την οποία σε κάθε στάδιο επιλέγεται η τομή που θα προστεθεί στο πρόβλημα. Η διαδικασία εκπαίδευσης βασίζεται σε μια συνάρτηση ανταμοιβής, η οποία καθορίζεται με βάση τη μείωση του χρόνου επίλυσης.

5. Πρακτική Εφαρμογή της Τεχνητής Νοημοσύνης στην Επιχειρησιακή Βελτιστοποίηση

5.1 Bosch Ρουμανίας

Η Τεχνητή Νοημοσύνη βρίσκει πολλές εφαρμογές στην εφοδιαστική αλυσίδα, ιδιαίτερα σε απαιτητικούς βιομηχανικούς κλάδους, όπως η αυτοκινητοβιομηχανία [17,18]. Ο κλάδος αυτός χαρακτηρίζεται από μεγάλο όγκο παραγωγής και αυξημένες απαιτήσεις ως προς την ποιότητα, την ταχύτητα και την αξιοπιστία των λειτουργιών. Οι απαιτήσεις αυτές καθιστούν σημαντική την αξιοποίηση της Τεχνητής Νοημοσύνης για τη βελτιστοποίηση των διαδικασιών, την αυτοματοποίηση, τη λήψη βέλτιστων αποφάσεων και την αποτελεσματικότερη διαχείριση των διαθέσιμων πόρων, ενισχύοντας παράλληλα την ανθεκτικότητα της επιχείρησης [19, 20, 21].

Χαρακτηριστικό παράδειγμα μιας τέτοιας εφαρμογής αποτελεί η Bosch Automotive στο Blaj της Ρουμανίας, όπου δραστηριοποιείται στην παραγωγή ηλεκτρονικών συστημάτων και εξαρτημάτων [22]. Το εργοστάσιο λειτουργεί με ιδιαίτερα υψηλούς ρυθμούς παραγωγής και διαχειρίζεται το σύνολο των λειτουργιών της εφοδιαστικής αλυσίδας, χωρίς τη συμμετοχή εξωτερικών συνεργατών. Το γεγονός αυτό αναδεικνύει τη σημασία της αποτελεσματικής λειτουργίας όλων των διαδικασιών, ώστε να εξασφαλίζεται η συνεχής ροή υλικών και η έγκαιρη παράδοση των προϊόντων.

Η Bosch βασίζεται σε ένα ολοκληρωμένο σύστημα logistics, με οργανωμένες διαδικασίες και ψηφιακά πληροφοριακά συστήματα. Στο επίπεδο των προμηθευτών πραγματοποιείται προγραμματισμός των προμηθειών και ο έλεγχος των υλικών, ενώ στο επίπεδο της παραγωγής και των πωλήσεων διασφαλίζεται ο συντονισμός της παραγωγικής δυναμικότητας με τη ζήτηση. Ωστόσο, η διαδικασία παραλαβής υλικών εξακολουθεί να περιλαμβάνει χειροκίνητες εργασίες, όπως τη σάρωση των γραμμωτών κωδικών και την καταχώρηση των δεδομένων στο πληροφοριακό σύστημα. Το γεγονός αυτό αυξάνει τον χρόνο εκτέλεσης των διαδικασιών και την πιθανότητα ανθρώπινων σφαλμάτων, με αποτέλεσμα την αύξηση του λειτουργικού κόστους [23].

Ειδικότερα, η διαδικασία παραλαβής ξεκινά με την άφιξη του φορτηγού που μεταφέρει τις πρώτες ύλες στις εγκαταστάσεις του εργοστασίου. Πραγματοποιείται η ταυτοποίηση του οδηγού και ακολουθεί οπτικός έλεγχος του φορτίου και των συσκευασιών. Εφόσον οι συσκευασίες πληρούν τις απαιτούμενες προδιαγραφές, πραγματοποιείται η εκφόρτωση και η μεταφορά τους στον χώρο σάρωσης, όπου οι ετικέτες των παλετών διαβάζονται με χειροκίνητο σαρωτή. Τα δεδομένα που συλλέγονται καταχωρούνται στο πληροφοριακό σύστημα SAP και οι συσκευασίες αποθηκεύονται στην προβλεπόμενη θέση της αποθήκης. Με τον τρόπο αυτό ολοκληρώνεται η διαδικασία παραλαβής.

Λαμβάνοντας υπόψη τις απαιτήσεις της διαδικασίας παραλαβής, πραγματοποιήθηκε μελέτη για την ενσωμάτωση τεχνολογιών Παραγωγικής Τεχνητής Νοημοσύνης (Generative Artificial Intelligence - GenAI). Βασικός στόχος της έρευνας είναι η αξιολόγηση της επίδρασης ενός συστήματος αναγνώρισης εικόνας, βασισμένου στην Τεχνητή Νοημοσύνη, στη διαδικασία παραλαβής των πρώτων υλών.

Η μελέτη πραγματοποιήθηκε σε διάστημα τριών μηνών και περιλάμβανε δέκα κύκλους παραλαβής, από τους οποίους οι πέντε πραγματοποιήθηκαν με την παραδοσιακή διαδικασία και οι υπόλοιποι πέντε με το νέο σύστημα GenAI. Για τη διασφάλιση της εγκυρότητας των αποτελεσμάτων, οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν υπό τις ίδιες συνθήκες και με το ίδιο προσωπικό. Η έρευνα αξιολόγησε δείκτες, όπως ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης, το κόστος ανά παλέτα και το ποσοστό σφαλμάτων αναγνώρισης.

Για την υλοποίηση της έρευνας χρησιμοποιήθηκε σύστημα αναγνώρισης εικόνας, το οποίο συνδυάστηκε με τέσσερις βιομηχανικές κάμερες και οκτώ φωτιστικά σώματα. Οι κάμερες τοποθετήθηκαν με τέτοιο τρόπο, ώστε να καταγράφουν τις ετικέτες των παλετών και οι εικόνες μεταφορτώνονταν σε πλατφόρμα, για επεξεργασία. Το περιεχόμενο των ετικετών αναλυόταν, αναγνωρίζονταν τα απαιτούμενα πεδία και εξάγονταν οι απαραίτητες πληροφορίες. Στη συνέχεια τα δεδομένα αποστέλλονταν και καταχωρούνταν αυτόματα στο SAP, χωρίς να απαιτείται χειροκίνητη εισαγωγή από τον εργαζόμενο.

Η αποτελεσματικότητα της εφαρμογής της τεχνολογίας GenAI αξιολογήθηκε μέσω της σύγκρισης της διαδικασίας παραλαβής πριν και μετά την ενσωμάτωσή της. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Δείκτης Αξιολόγησης	Πριν την εφαρμογή GenAI	Μετά την εφαρμογή GenAI	Αποτέλεσμα
Συνολικός Χρόνος Παραλαβής (λεπτά)	25,87	5,31	Μείωση 79%
Κόστος ανά παλέτα (€)	0,324	0,0648	Μείωση 80%
Ετήσιο λειτουργικό κόστος (€)	16.329,60	3.265,92	Εξοικονόμηση 13.063,68
Ποσοστό σφαλμάτων	-	<1%	<1%

Πίνακας 2: Σύγκριση των αποτελεσμάτων πριν και μετά την εφαρμογή GenAI.

Πηγή: GenAI Technology Approach for Sustainable Warehouse Management Operations [22]

Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι η εφαρμογή του συστήματος GenAI βελτίωσε σημαντικά την αποδοτικότητα της διαδικασίας παραλαβής. Συγκεκριμένα, ο συνολικός χρόνος παραλαβής μειώθηκε από 25,87 στα 5,31 λεπτά, που αντιστοιχεί σε μείωση κατά 79%. Αντίστοιχα σημαντική μείωση παρατηρήθηκε και στο λειτουργικό κόστος. Το κόστος ανά παλέτα περιορίστηκε από 0,324€ σε 0,0648€. Επιπλέον το συνολικό ετήσιο λειτουργικό κόστος μειώθηκε από 16.329,60€ σε 3.265,92€ δηλαδή εξοικονομήθηκαν 13.063,68€. Φαίνεται ξεκάθαρα ότι η αυτοματοποίηση της διαδικασίας παραλαβής μέσω του συστήματος GenAI συμβάλλει όχι μόνο στην αύξηση της ταχύτητας εκτέλεσης των εργασιών, αλλά και στη σημαντική μείωση του λειτουργικού κόστους.

Αν και τα αποτελέσματα είναι πολύ θετικά, η μελέτη ανέδειξε και ορισμένους περιορισμούς που σχετίζονται με τη φάση της υλοποίησης. Οι διαφοροποιήσεις στις ετικέτες των προμηθευτών δημιούργησαν δυσκολίες στην αυτοματοποιημένη ανάγνωση, οδηγώντας μερικές φορές σε αστοχίες κατά τη σάρωση και σε προβλήματα ενοποίησης με το σύστημα SAP. Καθώς το σύστημα βελτιωνόταν μέσω των μηχανισμών μάθησης, ο δείκτης σφαλμάτων μειωνόταν σταδιακά για να διατηρηθεί τελικά σε επίπεδο μικρότερο του 1%.

Η μελέτη αναδεικνύει ότι η αξιοποίηση των τεχνολογιών της Τεχνητής Νοημοσύνης μπορεί να συμβάλει ουσιαστικά στη βελτίωση των διαδικασιών παραλαβής στον κλάδο της αυτοκινητοβιομηχανίας. Απαιτείται όμως περαιτέρω διερεύνηση σε διάφορους βιομηχανικούς κλάδους. Παράλληλα κρίνεται αναγκαία η διερεύνηση και άλλων παραγόντων όπως η προσαρμοστικότητα των εργαζομένων [24] και η ανάπτυξη των δεξιοτήτων που βασίζονται στην Τεχνητή Νοημοσύνη. Ο ανθρώπινος παράγοντας παραμένει καθοριστικός στην επιτυχή εφαρμογή του ψηφιακού μετασχηματισμού.

5.2 DeepFleet της Amazon Robotics

Ένα άλλο χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής της Τεχνητής Νοημοσύνης στην Επιχειρησιακή Έρευνα αποτελεί το DeepFleet της Amazon Robotics [25].

5.2.1 Παρουσίαση του συστήματος DeepFleet

Η Amazon αποτελεί μια από τις μεγαλύτερες εταιρείες ηλεκτρονικού εμπορίου παγκοσμίως και διαχειρίζεται ένα μεγάλο δίκτυο κέντρων παραγγελιών και κέντρων διαλογής. Η λειτουργία των εγκαταστάσεων αυτών βασίζεται σε εκατοντάδες χιλιάδες αυτόνομα κινητά ρομπότ, τα οποία μεταφέρουν τα προϊόντα ή τα δέματα σε κέντρα αποθήκευσης και διαλογής. Ο συντονισμός και η αποτελεσματική συνεργασία των ρομπότ είναι καθοριστικής σημασίας για την ομαλή εκτέλεση των παραγγελιών, καθώς απαιτείται συνεχής διαχείριση ενός μεγάλου όγκου μετακινήσεων, αποφυγή συμφόρησης και βέλτιστη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων. Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζεται η έγκαιρη εξυπηρέτηση των πελατών.

Η αυξανόμενη κλίμακα και πολυπλοκότητα των κέντρων εκπλήρωσης παραγγελιών καθιστούν τη λήψη επιχειρησιακών αποφάσεων ιδιαίτερα απαιτητική. Πιο συγκεκριμένα, η αποτελεσματική διαχείριση του στόλου των ρομπότ περιλαμβάνει τη λήψη αποφάσεων σε πραγματικό χρόνο. Παράλληλα, η συνεχής επέκταση των εγκαταστάσεων και η αύξηση του αριθμού των ρομπότ περιορίζουν την αποτελεσματικότητα των παραδοσιακών μεθόδων βελτιστοποίησης.

Για την αντιμετώπιση των παραπάνω προκλήσεων, η Amazon Robotics ανέπτυξε το σύστημα DeepFleet, ένα σύνολο Foundation Models που σχεδιάστηκαν για τον συντονισμό και τη βελτιστοποίηση μεγάλων στόλων αυτόνομων κινητών ρομπότ σε κέντρα αποθήκευσης και διαλογής προϊόντων. Τα μοντέλα εκπαιδεύονται σε πραγματικά επιχειρησιακά δεδομένα, τα οποία περιλαμβάνουν πληροφορίες για τις θέσεις των ρομπότ, τους προορισμούς τους, τις εργασίες τους και τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις. Στόχος του DeepFleet είναι να προβλέπει τη μελλοντική συμπεριφορά του στόλου και να υποστηρίζει το συντονισμό των ρομπότ, τη δυναμική δρομολόγηση και τον επαναπρογραμματισμό των εργασιών, συμβάλλοντας στη βελτιστοποίηση της λειτουργίας των αποθηκών.

5.2.2 Σχεδιασμός και ανάπτυξη

Για την ανάπτυξη του συστήματος αξιοποιήθηκε η γνώση που διαμορφώθηκε από προηγούμενες ερευνητικές προσεγγίσεις της Τεχνητής Νοημοσύνης και της Επιχειρησιακής Έρευνας. Στον τομέα πρόβλεψης τροχιών πολλαπλών πρακτόρων, αναπτύχθηκαν μέθοδοι που βασίζονται στα RNNs, σε μηχανισμούς που εντοπίζουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ πρακτόρων και σε GNNs που βοηθούν στην πρόβλεψη μελλοντικών κινήσεων [26, 27]. Στη διαχείριση στόλων ρομπότ, οι παραδοσιακές μέθοδοι βελτιστοποίησης ενισχύθηκαν με τεχνικές μηχανικής μάθησης αξιοποιώντας ευρετικούς αλγόριθμους. Παράλληλα, αναπτύχθηκαν προσεγγίσεις βασισμένες στο Imitation Learning, όπου το μοντέλο εκπαιδεύεται από τις επιτυχημένες λύσεις καθώς και στο Reinforcement Learning που επιτρέπει τη βελτίωση των στρατηγικών του [28, 29, 30, 31, 32]. Στην χωροχρονική μοντελοποίηση αξιοποιήθηκαν τα νευρωνικά δίκτυα βελτιώνοντας την πρόβλεψη της εξέλιξης του συστήματος. Τα Foundation Models απέδειξαν ότι έχουν υψηλή απόδοση σε εργασίες χειρισμού ρομπότ και οπτικής αντίληψης. Προσφέρουν δυνατότητα γενίκευσης, την υποστήριξη στην εκτέλεση πολλαπλών εργασιών και αξιόπιστη λειτουργία σε πραγματικές συνθήκες.

Ωστόσο, οι περισσότερες από αυτές τις μεθόδους έχουν σχεδιαστεί για να λειτουργούν σε περιβάλλοντα μικρής κλίμακας και περιορισμένο αριθμό πρακτόρων [33, 34], γεγονός που ανέδειξε την ανάγκη ανάπτυξης ενός μοντέλου ικανού να λειτουργεί αποτελεσματικά σε

αποθήκες όπου δραστηριοποιούνται χιλιάδες ρομπότ ταυτόχρονα, όπως τα κέντρα παραγγελιών της Amazon.

Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

Η διάταξη της αποθήκης μοντελοποιείται ως γράφος $G = (V, E)$, όπου κάθε κορυφή $v \in V$ αντιστοιχεί σε μία από τις M προκαθορισμένες θέσεις της αποθήκης και κάθε ακμή $(u, v) \in E$ αντιστοιχεί σε μια επιτρεπόμενη μετακίνηση μεταξύ δύο θέσεων.

Ο στόλος αποτελείται από N κινητά ρομπότ, όπου $N \ll M$, τα οποία κινούνται προκειμένου να εκτελέσουν τις εργασίες που ορίζονται από τον συντονιστή. Οι εργασίες αυτές περιλαμβάνουν την παραλαβή ενός αντικειμένου από μια θέση, μεταφορά μέσα στο δίκτυο, παράδοση του αντικειμένου σε διαφορετική θέση του δικτύου.

Σε κάθε χρονική στιγμή t , κάθε ρομπότ i περιγράφεται από ένα διάνυσμα κατάστασης:

$$s_t^i = (p_t^i, \theta_t^i, g_t^i, \ell_t^i)$$

όπου :

- p_t^i είναι η τρέχουσα θέση του ρομπότ
- θ_t^i είναι ο προσανατολισμός του ρομπότ
- g_t^i είναι ο προορισμός του ρομπότ και
- ℓ_t^i είναι η κατάσταση φόρτωσης, δηλαδή αν μεταφέρει ή όχι κάποιο αντικείμενο.

Η συνολική κατάσταση της αποθήκης συμβολίζεται ως:

$$S_t \in \mathbb{R}^{M \times d}$$

και προκύπτει από το σύνολο των χαρακτηριστικών όλων των κορυφών και τις πληροφορίες που σχετίζονται με τα ρομπότ. Με τον τρόπο αυτό αποτυπώνεται η συνολική κατάσταση της αποθήκης σε κάθε χρονική στιγμή.

Με βάση το ιστορικό λειτουργίας του συστήματος, το DeepFleet προβλέπει τις επόμενες καταστάσεις και ενέργειες των ρομπότ. Η διαδικασία αυτή περιγράφεται μαθηματικά από τη συνάρτηση F_θ :

$$(\hat{A}_{t:t+H-1}, \hat{S}_{t+1:t+H}) = F_\theta(A_{t-K:t-1}, S_{t-K:t})$$

Όπου :

- K είναι το χρονικό εύρος του ιστορικού που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη
- H είναι ο χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης
- $S_{t-K:t}$ είναι η ακολουθία των προηγούμενων καταστάσεων του συστήματος
- $A_{t-K:t-1}$ είναι η ακολουθία των ενεργειών των ρομπότ
- $\hat{S}_{t+1:t+H}$ είναι η ακολουθία των προβλεπόμενων καταστάσεων
- $\hat{A}_{t:t+H-1}$ είναι η ακολουθία των προβλεπόμενων ενεργειών

Η διατύπωση αυτή επέτρεψε τη διερεύνηση των βασικών παραμέτρων που επηρεάζουν τη μοντελοποίηση και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς των ρομπότ. Ειδικότερα εξετάστηκαν το χρονικό και χωρικό πλαίσιο του προβλήματος, ο τρόπος ενημέρωσης του συστήματος, η αναπαράσταση κάθε ρομπότ ως ανεξάρτητη οντότητα και του συστήματος ως συνόλου, η διάδοση της πληροφορίας στο χώρο και στον χρόνο και οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ρομπότ.

Η διερεύνηση αυτών των παραμέτρων οδήγησε στην ανάπτυξη τεσσάρων αρχιτεκτονικών Foundation Models, καθένα από τα οποία έχει διαφορετικές σχεδιαστικές παραδοχές και προσεγγίζει το ίδιο πρόβλημα πρόβλεψης. Το Robot-Centric (RC) επικεντρώνεται στη συμπεριφορά κάθε ρομπότ και προβλέπει την επόμενη ενέργεια του με βάση το ιστορικό του. Το Robot-Floor (RF) συνδυάζει την τοπική πληροφορία κάθε ρομπότ με την συνολική κατάσταση της αποθήκης χρησιμοποιώντας μηχανισμό διασταυρούμενης προσοχής (cross-attention). Το Image-Floor (IF) αναπαριστά τον χώρο της αποθήκης ως εικόνα και χρησιμοποιεί συνελκτικά νευρωνικά δίκτυα για την ανάλυση της κατάστασης του περιβάλλοντος, ενώ το Graph-Floor αξιοποιεί Νευρωνικά Δίκτυα Γράφων (GNNs) και Transformers για τη μοντελοποίηση των σχέσεων μεταξύ των ρομπότ και του περιβάλλοντος.

Οι τέσσερις αρχιτεκτονικές συγκρίθηκαν και αξιολογήθηκαν ως προς την ικανότητά τους να προβλέπουν την εξέλιξη του συστήματος και να υποστηρίζουν τη λήψη επιχειρησιακών αποφάσεων.

Αξιολόγηση και ανάλυση των αρχιτεκτονικών

Για την αξιολόγηση των τεσσάρων αρχιτεκτονικών χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα επτά ημερών από επτά διαφορετικούς ορόφους της αποθήκης, οι οποίοι δεν είχαν χρησιμοποιηθεί κατά την εκπαίδευση των μοντέλων. Για κάθε δείγμα, οι αρχιτεκτονικές χρησιμοποιήθηκαν για την πρόβλεψη των τροχιών των ρομπότ για εξήντα δευτερόλεπτα οι οποίες στη συνέχεια συγκρίθηκαν με τις πραγματικές τροχιές.

Χρησιμοποιήθηκαν δυο βασικοί δείκτες. Ο πρώτος δείκτης είναι ο Dynamic Time Warping (DTW) [35], ο οποίος δίνει την απόκλιση μεταξύ πραγματικής και προβλεπόμενης συμπεριφοράς των ρομπότ ως προς τη θέση, την ταχύτητα, την κατάσταση και τον χρόνο συγκεκριμένων ενεργειών. Ο δεύτερος δείκτης είναι ο Congestion Delay Error (CDE), ο οποίος δίνει το σφάλμα μεταξύ της πραγματικής και της προβλεπόμενης καθυστέρησης που προκαλείται από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ρομπότ. Η καθυστέρηση λόγω συμφόρησης υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση

$$\frac{t_{total} - t_{fr \ flow}}{t_{to}}$$

όπου t_{total} είναι ο πραγματικός χρόνος μετακίνησης των ρομπότ, ενώ $t_{fr \ flow}$ είναι ο υποθετικός χρόνος μετακίνησης αν τα ρομπότ δεν παρεμπόδιζαν το ένα το άλλο. Και στους δύο δείκτες, χαμηλότερες τιμές σημαίνουν καλύτερη επίδοση.

Οι τέσσερις αρχιτεκτονικές παρουσιάζουν διαφορές ως προς το μέγεθος των μοντέλων. Πιο συγκεκριμένα το Robot-Centric διαθέτει 97 εκατομμύρια παραμέτρους, ενώ το Robot-Floor και το Image-Floor διαθέτουν 840 και 900 εκατομμύρια παραμέτρους αντίστοιχα. Το Graph-Floor είναι αρκετά μικρότερο και διαθέτει 13 εκατομμύρια παραμέτρους. Επίσης τα δεδομένα, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση των αρχιτεκτονικών είναι

διαφορετικής κλίμακας και αντιστοιχούν σε διαφορετικές ώρες λειτουργίας των ρομπότ. Τα αποτελέσματα της σύγκρισης των τεσσάρων αρχιτεκτονικών παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.

MODEL	PARAMETER COUNT	DTW Deviation			CDE %
		Position	State	Timing	
Robot-centric	97M	8.68	0.11	14.91	3.40
Robot-floor	840M	16.11	0.23	6.53	9.60
Image-floor	900M	25.02	1.58	48.29	186.56
Graph-floor	13M	10.75	0.75	21.35	14.22

Πίνακας 3: Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αρχιτεκτονικών του DeepFleet

Πηγή: DeepFleet: Multi-Agent Foundation Models for Mobile Robots.[25]

Το Robot-Centric παρουσιάζει την καλύτερη συνολική επίδοση στους περισσότερους δείκτες, με τις χαμηλότερες τιμές στην απόκλιση θέσης (8,68), κατάστασης (0,11) και στον δείκτη CDE (3,40%). Το Robot-Floor παρουσιάζει την καλύτερη επίδοση ως προς τον χρόνο των ενεργειών DTW Timing (6,53), ωστόσο απαιτεί μεγαλύτερο αριθμό παραμέτρων. Το Graph-Floor παρουσιάζει ανταγωνιστική επίδοση, αν και διαθέτει πολύ μικρότερο αριθμό παραμέτρων, ενώ το Image-Floor εμφανίζει τις υψηλότερες τιμές σε όλους τους δείκτες.

Η προσέγγιση, κατά την οποία ολόκληρη η αποθήκη αναπαρίσταται ως εικόνα και η επεξεργασία πραγματοποιείται με συνελκτικά νευρωνικά δίκτυα, δεν αποτελεί την καταλληλότερη αναπαράσταση για τη μοντελοποίηση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ρομπότ. Επιπλέον, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η παροχή πληροφοριών για ολόκληρο τον χώρο της αποθήκης, σε κάθε ρομπότ, δεν οδηγεί σε αποδοτική αξιοποίηση των παραμέτρων του μοντέλου. Αντίθετα, καλύτερα αποτελέσματα φαίνεται να επιτυγχάνονται όταν δίνεται έμφαση στις τοπικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ρομπότ, οι οποίες στη συνέχεια συνδυάζονται για να προκύψει η συνολική εικόνα του συστήματος. Παράλληλα οι αρχιτεκτονικές που αξιοποιούν ασύγχρονα δεδομένα κίνησης, δηλαδή καταγράφουν τις αλλαγές στην κατάσταση των ρομπότ καθώς αυτές πραγματοποιούνται, παρουσιάζουν

καλύτερη απόδοση, ενώ παράλληλα μπορούν να χρησιμοποιούν και μικρότερο αριθμό παραμέτρων.

Επιπλέον, εξετάστηκε για τις αρχιτεκτονικές Robot-Centric και Graph-Floor, οι οποίες παρουσίασαν τις καλύτερες επιδόσεις στην πρώτη αξιολόγηση, η απόδοση των μοντέλων σε σχέση με το μέγεθός τους και τον όγκο των δεδομένων εκπαίδευσης. Ο συντονισμός χιλιάδων ρομπότ αποτελεί ένα πρόβλημα μεγάλης κλίμακας και είναι σημαντική η έρευνα που εξετάζει κατά πόσο η αύξηση των διαθέσιμων δεδομένων και των υπολογιστικών πόρων μπορεί να οδηγήσει σε βελτίωση της πρόβλεψης. Τα αποτελέσματα ήταν θετικά, υποδεικνύοντας ότι η περαιτέρω κλιμάκωση μπορεί να συμβάλει στη βελτίωση των μοντέλων.

Μετά την αξιολόγηση και ανάλυση των αρχιτεκτονικών, εξετάζεται συνοπτικά η λειτουργία του κάθε μοντέλου και ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η πρόβλεψη της κίνησης των ρομπότ και η ενημέρωση της κατάστασης της αποθήκης.

5.2.3 Λειτουργία των μοντέλων DeepFleet

Robot-Centric

Το μοντέλο εκπαιδεύεται με τη μέθοδο Behavior Cloning σε συνδυασμό με την τεχνική Teacher Forcing. Η Behavior Cloning είναι μία μέθοδος, κατά την οποία το μοντέλο μαθαίνει να μιμείται τις ενέργειες ενός ειδικού ή τις ενέργειες που καταγράφονται στα πραγματικά δεδομένα λειτουργίας. Κατά την τεχνική Teacher Forcing, το μοντέλο χρησιμοποιεί ως είσοδο την πραγματική προηγούμενη ενέργεια, αντί για τη δική του πρόβλεψη. Αυτό επιταχύνει τη διαδικασία εκμάθησης καθώς το μοντέλο προσπαθεί να αναπαράγει όσο το δυνατόν πιο πιστά τη συμπεριφορά από τα δεδομένα εκπαίδευσης.

Κατά τη φάση της πρόβλεψης, το μοντέλο Robot-Centric εφαρμόζεται παράλληλα σε όλα τα ρομπότ που βρίσκονται στον χώρο της αποθήκης. Επειδή το μοντέλο προβλέπει μόνο τις ενέργειες των ρομπότ, απαιτείται ένα ξεχωριστό μοντέλο περιβάλλοντος το οποίο ελέγχει αν οι ενέργειες μπορούν να πραγματοποιηθούν χωρίς συγκρούσεις. Αν υπάρχει σύγκρουση ή δέσμευση της θέσης, το ρομπότ παραμένει σε κατάσταση αναμονής. Η νέα κατάσταση της αποθήκης χρησιμοποιείται ως είσοδος για το επόμενο βήμα πρόβλεψης.

Με βάση τα παραπάνω, το μοντέλο Robot-Centric προβλέπει τις ενέργειες των ρομπότ, ενώ το μοντέλο του περιβάλλοντος καθορίζει ποιες από αυτές μπορούν να πραγματοποιηθούν και ενημερώνει την κατάσταση της αποθήκης.

Robot-Floor

Το μοντέλο συνδυάζει τις πληροφορίες που λαμβάνει από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ίδιων των ρομπότ και αυτές που προέρχονται από το περιβάλλον της αποθήκης. Οι δύο αυτές μορφές πληροφορίας ενσωματώνονται μέσω των μηχανισμών της αυτοπροσοχής (self-attention) και της διασταυρούμενης προσοχής (cross-attention). Ο μηχανισμός της αυτοπροσοχής επιτρέπει στο μοντέλο να μάθει πώς η κίνηση κάθε ρομπότ επηρεάζεται από την παρουσία και τη συμπεριφορά των υπολοίπων. Παράλληλα, μέσω του μηχανισμού της διασταυρούμενης προσοχής, κάθε ρομπότ αξιοποιεί πληροφορίες από τον χώρο της αποθήκης.

Το Robot-Floor αποκωδικοποιεί τις ενέργειες ενός ρομπότ κάθε φορά και η διαδικασία γίνεται ασύγχρονα. Αυτό σημαίνει ότι η νέα κατάσταση ενός ρομπότ ενημερώνεται και προστίθεται στο ιστορικό του, χωρίς όμως να είναι απαραίτητη η ταυτόχρονη ενημέρωση όλων των ρομπότ. Επιπλέον, το Robot-Floor μπορεί να λειτουργήσει με δύο διαφορετικούς τρόπους. Μπορεί να επεξεργαστεί ταυτόχρονα ένα στιγμιότυπο όλου του στόλου, επιτρέποντας την ταχεία πρόβλεψη των ενεργειών όλων των ρομπότ, είτε να αξιοποιήσει μεγαλύτερο ιστορικό για κάθε ρομπότ ξεχωριστά, όταν αυτό κρίνεται σημαντικό για την πρόβλεψη.

Image-Floor

Το μοντέλο Image-Floor αντιμετωπίζει ολόκληρη την αποθήκη ως μια πολυκαναλική εικόνα και χρησιμοποιεί τις πληροφορίες που δέχεται για την πρόβλεψη της εξέλιξης του στόλου. Λαμβάνει ως είσοδο ένα ιστορικό στιγμιότυπων της αποθήκης και με αυτό προβλέπει το επόμενο στιγμιότυπο [36, 37]. Η πυκνή αναπαράσταση σε επίπεδο εικόνας

επιτρέπει την άμεση επεξεργασία κάθε θέσης της αποθήκης και την καλύτερη κατανόηση του χώρου, της κυκλοφορίας και της τοπικής συμφόρησης.

Η πρόβλεψη αφορά ταυτόχρονα τη μεταβολή της θέσης, τον προσανατολισμό και την κατάσταση φόρτωσης των ρομπότ. Με αυτόν τον τρόπο το μοντέλο αποτυπώνει την κατάσταση του στόλου στο ίδιο χρονικό βήμα.

Graph-Floor

Το μοντέλο Graph-Floor συνδυάζει καθολική αντίληψη του χώρου, με συγχρονισμένες ενημερώσεις και προβλέψεις ενεργειών. Αναπαριστά ολόκληρη την αποθήκη ως έναν χωροχρονικό γράφο, δηλαδή ένα δίκτυο κόμβων και συνδέσεων που αποτυπώνει τις θέσεις της αποθήκης, τις επιτρεπόμενες μετακινήσεις και την εξέλιξη της κατάστασης των ρομπότ.

Επιπλέον προβλέπει ξεχωριστά την ενέργεια κάθε ρομπότ του στόλου. Με αυτόν τον τρόπο πετυχαίνει να αποτυπώνει τη χρονική συνέχεια των καταστάσεων και τη χωρική γειτνίαση των ρομπότ.

Η επεξεργασία της πληροφορίας πραγματοποιείται με το συνδυασμό δύο μηχανισμών, της διάδοσης μηνυμάτων και της αυτοπροσοχής. Η διάδοση των μηνυμάτων επιτρέπει την ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ των γειτονικών θέσεων, ενώ η αυτοπροσοχή δίνει στο μοντέλο τη δυνατότητα να αξιοποιεί πληροφορίες και από τις πιο απομακρυσμένες περιοχές της αποθήκης.

5.2.4 Συμπεράσματα

Η μελέτη του συστήματος DeepFleet έδειξε ότι η αποτελεσματικότητα ενός μοντέλου Τεχνητής Νοημοσύνης για τον συντονισμό και την επιτυχή συνεργασία μεγάλων στόλων ρομπότ εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο δομείται το ίδιο το επιχειρησιακό πρόβλημα. Η δομή αυτή αφορά την αποτύπωση του χώρου της αποθήκης, τη χρονική εξέλιξη του συστήματος και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ρομπότ. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, η πρόβλεψη των επόμενων ενεργειών των ρομπότ είναι αποτελεσματικότερη από την άμεση πρόβλεψη της συνολικής κατάστασης της αποθήκης.

Παράλληλα, η αύξηση του μεγέθους του μοντέλου και του όγκου των δεδομένων εκπαίδευσης μπορεί να οδηγήσει σε περαιτέρω βελτίωση της απόδοσης. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το μοντέλο Graph-Floor, το οποίο, παρά το μικρό του μέγεθος, επιτυγχάνει ανταγωνιστική επίδοση. Αυτό δείχνει πως ένα μοντέλο δεν είναι απαραίτητο να είναι μεγάλο για να αποδώσει, όταν η αρχιτεκτονική του είναι προσαρμοσμένη στη δομή του προβλήματος. Τα αποτελέσματα αυτά παρέχουν τη βάση για περαιτέρω έρευνα και βελτίωση της απόδοσης των μοντέλων, με στόχο την αξιοποίησή τους στις αποθήκες της Amazon.

Το DeepFleet αποτελεί χαρακτηριστικό παράδειγμα σύνδεσης της Επιχειρησιακής Έρευνας με την Τεχνητή Νοημοσύνη. Η πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς των ρομπότ μπορεί να υποστηρίξει τη λήψη επιχειρησιακών αποφάσεων συμβάλλοντας στη βελτιστοποίηση της λειτουργίας του στόλου σε ένα σύνθετο και δυναμικό περιβάλλον αποθήκευσης.

6. Τελικά Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία μελέτησε το ρόλο της Τεχνητής Νοημοσύνης στην Επιχειρησιακή Έρευνα. Ειδικότερα, εξετάστηκε η δυνατότητα ενσωμάτωσης τεχνικών Τεχνητής Νοημοσύνης στα βασικά στάδια της επιχειρησιακής βελτιστοποίησης. Αφετηρία υπήρξε η κλασική προσέγγιση, σύμφωνα με την οποία ένα πραγματικό πρόβλημα μετασχηματίζεται σε μαθηματικό μοντέλο και στη συνέχεια επιλύεται με τις κατάλληλες μεθόδους βελτιστοποίησης. Η προσέγγιση αυτή εξακολουθεί να αποτελεί τη βάση για τη λήψη αποφάσεων, ιδιαίτερα σε προβλήματα όπου απαιτείται η ικανοποίηση περιορισμών και η βέλτιστη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων. Ωστόσο, η αυξανόμενη πολυπλοκότητα των συστημάτων, ο μεγάλος όγκος δεδομένων και η ανάγκη λήψης αποφάσεων σε πραγματικό χρόνο δημιουργούν νέες απαιτήσεις, στις οποίες οι τεχνικές της Τεχνητής Νοημοσύνης μπορούν να συμβάλουν ουσιαστικά.

Η σωστή μαθηματική διατύπωση αποτελεί βασική προϋπόθεση για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η επιλογή των μεταβλητών απόφασης, των περιορισμών και της αντικειμενικής συνάρτησης καθορίζει σε σημαντικό βαθμό την αξιοπιστία και τη χρησιμότητα των αποτελεσμάτων. Ανάλογα με το πρόβλημα, χρησιμοποιούνται διαφορετικές κατηγορίες μαθηματικών μοντέλων. Ο Γραμμικός και ο Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός χρησιμοποιούνται για γραμμικά προβλήματα, ενώ τα Δικτυακά Μοντέλα για προβλήματα που περιλαμβάνουν ροές και συνδέσεις μεταξύ κόμβων. Το Πρόβλημα του Περιοδευόντος Πωλητή αποτελεί χαρακτηριστικό παράδειγμα προβλήματος συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου εξαρτάται από τη δομή και τις απαιτήσεις του προβλήματος.

Η μελέτη των τεχνικών της Τεχνητής Νοημοσύνης που αναλύθηκαν αποτελεί ένα μέρος μόνο των προσεγγίσεων που μπορούν να αξιοποιηθούν στην Επιχειρησιακή Έρευνα. Τα Γραφικά Νευρωνικά Δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προβλήματα στα οποία υπάρχουν στοιχεία που συνδέονται ή αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ενώ τα Αναδρομικά Νευρωνικά Δίκτυα είναι κατάλληλα όταν η χρονική ακολουθία των δεδομένων έχει ιδιαίτερη σημασία. Η Ενισχυτική Μάθηση και η Μίμηση Μάθησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν αντίστοιχα σε προβλήματα στα οποία απαιτείται η εκμάθηση

στρατηγικών ή ενεργειών. Επομένως, δεν υπάρχει μία ενιαία προσέγγιση που να είναι κατάλληλη για όλα τα προβλήματα και η επιλογή της τεχνικής συνδέεται με τις απαιτήσεις και τα χαρακτηριστικά της κάθε εφαρμογής.

Η δυνατότητα ενσωμάτωσης της Τεχνητής Νοημοσύνης εξετάστηκε στα τρία βασικά στάδια της Επιχειρησιακής Έρευνας: την παραμετροποίηση, τη διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου και τη βελτιστοποίηση. Στο στάδιο της παραμετροποίησης, οι τεχνικές πρόβλεψης παρέχουν εκτιμήσεις για παραμέτρους που μεταβάλλονται με τον χρόνο, ενώ οι πιο ολοκληρωμένες προσεγγίσεις συνδέουν την ακρίβεια της πρόβλεψης με την ποιότητα της τελικής απόφασης. Στη διαμόρφωση των μαθηματικών μοντέλων, τα Μεγάλα Γλωσσικά Μοντέλα μπορούν να μετατρέψουν περιγραφές σε φυσική γλώσσα σε μαθηματικές διατυπώσεις. Παράλληλα, στο στάδιο της επίλυσης η Τεχνητή Νοημοσύνη μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία βελτιστοποίησης, με στόχο τη μείωση του υπολογιστικού κόστους και τη βελτίωση της απόδοσης.

Ιδιαίτερα σημαντικό συμπέρασμα της εργασίας είναι ότι η αξία της Τεχνητής Νοημοσύνης δεν περιορίζεται στην παραγωγή μιας πρόβλεψης ή μιας λύσης. Η πληροφορία που παράγει συνδέεται με τη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Το γεγονός αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό σε δυναμικά προβλήματα, όπου οι παράμετροι και οι συνθήκες μεταβάλλονται συνεχώς και η απόφαση πρέπει να προσαρμόζεται ανάλογα.

Στη συνέχεια εξετάστηκαν δύο case studies, τα οποία παρουσίασαν στην πράξη όσα αναλύθηκαν στο θεωρητικό μέρος της εργασίας. Η εφαρμογή στη Bosch έδειξε ότι η Τεχνητή Νοημοσύνη μπορεί να ενσωματωθεί σε μια συγκεκριμένη επιχειρησιακή διαδικασία και να συμβάλει στην αυτοματοποίηση, στη μείωση του χρόνου εκτέλεσης και του λειτουργικού κόστους. Επίσης, ανέδειξε ότι η επιτυχής εφαρμογή δεν εξαρτάται μόνο από την τεχνολογία, αλλά και από την ποιότητα των δεδομένων, την προσαρμογή των εργαζομένων και την ενοποίηση με τα πληροφοριακά συστήματα. Ο ανθρώπινος παράγοντας εξακολουθεί να έχει σημαντικό ρόλο στην εφαρμογή και στον έλεγχο των συστημάτων. Το DeepFleet αφορούσε ένα πρόβλημα μεγαλύτερης κλίμακας και πολυπλοκότητας. Η μελέτη έδειξε ότι η απόδοση των μοντέλων για τον συντονισμό ενός στόλου ρομπότ εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη δομή του προβλήματος, δηλαδή τη χωρική και χρονική αναπαράσταση του συστήματος και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των

ρομπότ. Η δυνατότητα κλιμάκωσης των μοντέλων και του όγκου των δεδομένων εκπαίδευσης δημιουργεί προοπτικές για περαιτέρω βελτίωση της απόδοσης.

Συμπερασματικά, η μελέτη έδειξε ότι η Τεχνητή Νοημοσύνη και η Επιχειρησιακή Έρευνα δεν είναι ανταγωνιστικές, αλλά λειτουργούν συμπληρωματικά. Η Επιχειρησιακή Έρευνα παρέχει τη μαθηματική δομή, τους περιορισμούς και τα κριτήρια βάσει των οποίων λαμβάνονται οι αποφάσεις, ενώ η Τεχνητή Νοημοσύνη προσθέτει τη μάθηση, την πρόβλεψη, την προσαρμογή και την αυτοματοποίηση. Η συνεργασία των δύο προσεγγίσεων δημιουργεί προοπτικές για περαιτέρω ανάπτυξη καθώς και την αντιμετώπιση προβλημάτων μεγαλύτερης κλίμακας και πολυπλοκότητας. Η ραγδαία και συνεχής εξέλιξη της τεχνολογίας και η διαρκής διεύρυνση των δυνατοτήτων της Τεχνητής Νοημοσύνης δημιουργούν νέα πεδία εφαρμογής στην Επιχειρησιακή Έρευνα, γεγονός που καθιστά αναγκαία την περαιτέρω διερεύνηση της σχέσης των δύο πεδίων.

Βιβλιογραφία

- [1] Winston W. L., Goldberg J. B. (2004). Operations Research. Applications and Algorithms. Fourth Edition.
- [2] Fan Z., Ghaddar B., Wang X., Xing L., Zhang Y., Zhou Z. (2024). Artificial Intelligence for Operations Research: Revolutionizing the Operations Research Process. ArXiv 2401.03244.
- [3] Taha H. A. (2024). Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα. Εκδόσεις Τζιόλα. 11^η Έκδοση.
- [4] Hillier F. S., Lieberman G. J. (2022). Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα. Εκδόσεις Τζιόλα. 11^η Έκδοση.
- [5] Zhou J., Cui G., Hu S., Zhang Z., Yang C., Liu Z., Wang L., Li C., Sun M. (2020). Graph neural networks: A review of methods and applications. AI Open, 1:57-81.
- [6] Xu K., Hu W., Leskovec J., Jegelka S. (2019). How powerful are graph neural networks? In Proceedings of the International Conference on Learning Representations.
- [7] Medsker L. R. and Jain L. (2001). Recurrent neural networks. Design and Applications, 5:64-67.
- [8] Hussein A., Gaber M. M., Elyan E., Jayne C. (2017). Imitation Learning: A survey of learning methods. ACM Computing Surveys, 50(2).
- [9] Elmachtoub A. N., Grigas P. (2021). Smart “Predict, then Optimize”. Management Science, 68 (1): 9-26.
- [10] Maragno D., Wiberg H. M., Bertsimas D., Birbil S. I., den Hertog D., Fajemisin A. O. (2021). Mixed-Integer Optimization with Constraint Learning. ArXiv: 2111.04469.
- [11] Bergman D., Huang T., Brooks P. A., Lodi A., Raghunathan A. (2019). JANOS: An Integrated Predictive and Prescriptive Modeling Framework. ArXiv: 1911.09461.

- [12] Hutter F., Hoos H. H., Leyton-Brown K., Stützle T. (2009). ParamILS: An automatic algorithm configuration framework. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 36:267-306.
- [13] IBM ILOG CPLEX. (2009). V12. 1: User's Manual for CPLEX. International Business Machines Corporation.
- [14] Gurobi (2022). Gurobi Optimizer Reference Manual.
- [15] Berkelaar M. (2015). Package 'IpSolve'.
- [16] López-Ibáñez M., Dubois-Lacoste J., Cáceres L. P., Birattari M., Stützle T. (2016). The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, 3:43-58.
- [17] Boone T., Fahimnia B., Ganeshan R., Herold D. M., Sanders N. R. Generative AI: Opportunities, challenges, and research directions for supply chain resilience. *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.* 2025, 199, 104135.
- [18] Javidroozi V., Tawil A. R., Azad R. M. A., Bishop B., Elmitwally N. S. AI-Enabled Customised Workflows for Smarter Supply Chain Optimisation: A Feasibility Study. *Appl. Sci.* 2025, 15, 9402.
- [19] Fan Z., Yan Z., Wen S. Deep Learning and Artificial Intelligence in Sustainability: A Review of SDGs, Renewable Energy, and Environmental Health. *Sustainability* 2023, 15, 13493.
- [20] Grida M., Mostafa N. A. Are smart contracts too smart for Supply Chain 4.0? A Blockchain framework to mitigate challenges. *J. Manuf. Technol. Manag.* 2023, 34, 644-665.
- [21] Beta K., Nagaraj S. S., Weerasinghe T. D. B. The role of artificial intelligence on supply Chain resilience. *J. Enterp. Inf. Manag.* 2025, 38, 950-973.
- [22] Moica S., Lucian T., Kostopoulos V., Gligor A., Mostafa N. A. (2025). GenAI Technology Approach for Sustainable Warehouse Management Operations: A Case Study from the Automotive Sector. *Sustainability*, 17(20), 9081.
- [23] Matyi H., Tamas P. An Innovative Framework for Quality Assurance in Logistics Packaging. *Logistics* 2023, 7, 82.
- [24] Lee J., Park J., Mostafa N. A. Artificial Intelligence Dimensions and Design Features

- for the Knowledge-based Work of the Future: A Socio-Technical Perspective. Data Sci. Manag. 2025.
- [25] Agaskar A., Siva S., Pickering W., O'Brien K., Kekeh C., Barbosa A. O. G., Li A., Sarker B. G., Chua A., Nemade M., Thattai C., Di J., Iyengar I., Dharoor R., Kirouani D., Erskine J., Hegazy T., Niekum S., Khan U. A., Pecora F., Durham J. W. (2025). DeepFleet: Multi-Agent Foundation Models for Mobile Robots. ArXiv 2508.08574v3.
- [26] Salzmann T., Ivanovic B., Chakravarty P., Pavone M. Trajectron ++: Dynamically -feasible trajectory forecasting with heterogeneous data. In Proceedings of the European Conference on Computer Vision (ECCV), 2020.
- [27] Wang M., Zou H., Liu Y., Wang Y., Li G. A Joint Prediction Method of Multi-Agent to Reduce Collision Rate. ArXiv: 2411.07612, 2024.
- [28] Fung N., Rogers J., Nieto C., Christensen H. I., Kemna S., Sukhatme G. Coordinating multi-robot systems through environmental partitioning for adaptive informative sampling. In Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2019.
- [29] Choudhury S., Gupta J. K., Kochenderfer M. J., Sadigh D., Bohg J. Dynamic Multi-Robot Task Allocation under Uncertainty and Temporal Constraints. In Proceedings Of Robotics: Science and Systems (RSS), 2020.
- [30] Sartoretti G., Kerr J., Shi Y., Wagner G., Kumar T. K. S., Koenig S., Choset H. PRIMAL: Pathfinding via Reinforcement and Imitation Multi-Agent Learning. IEEE Robotics and Automation Letters, July 2019.
- [31] Liu Z., Chen B., Zhou H., Koushik G., Hebert M., Zhao D. MAPPER: Multi-Agent Path Planning with Evolutionary Reinforcement Learning in Mixed Dynamic Environments. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), October 2020.
- [32] Tang Y., Xiong X., Xi J., Li J., Biyik E., Koenig S. RAILGUN: A Unified Convolutional Policy for Multi-Agent Path Finding Across Different Environments and Tasks. In Proc. International Symposium on Combinatorial Search (SoCS), 2025.

- [33] Yan J., Li J. Multi-Agent Motion Planning for Differential Drive Robots Through Stationary State Search. In Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, April 2025.
- [34] Zhang Y., Harabor D., Le Bodic P., Stuckey P. J. Efficient Multi Agent Path Finding with Turn Actions. In Proceedings of the International Symposium on Combinatorial Search, 2023.
- [35] Müller M. Dynamic Time Warping. Information Retrieval for Music and Motion, pages 69-84, 2007.
- [36] Xing Z., Feng Q., Chen H., Dai Q., Hu H., Wu Z., Jiang Y. G. A survey on video diffusion models. ACM Computing Surveys, 2024.
- [37] Zhou P., Wang L., Liu Z., Hao Y., Hui P., Tarkoma S., Kangasharju J. A Survey on Generative AI and LLM for Video Generation, Understanding, and Streaming. ArXiv: 2404. 16038, 2024.

Υπεύθυνη Δήλωση Συγγραφέα:

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν.1599/1986, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής μου εργασίας, δεν προσβάλλει κάθε μορφής δικαιώματα διανοητικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας και προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχει έργα/εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών/δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης.