



**ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**



**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ**  
**ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ (ΔΙΠ)**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**«Ενίσχυση Αξιοπιστίας Αεροπορικών Συστημάτων μέσω της  
Εφαρμογής Προληπτικής Συντήρησης»**

**ΚΑΨΑΛΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΖΗΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ**

**ΠΑΤΡΑ ΜΑΙΟΣ, 2025**

Η παρούσα εργασία αποτελεί πνευματική ιδιοκτησία του φοιτητή/της φοιτήτριας («συγγραφέας/δημιουργός») που την εκπόνησε. Στο πλαίσιο της πολιτικής ανοικτής πρόσβασης ο/η συγγραφέας/δημιουργός εκχωρεί στο ΕΑΠ, μη αποκλειστική άδεια χρήσης του δικαιώματος αναπαραγωγής, προσαρμογής, δημόσιου δανεισμού, παρουσίασης στο κοινό και ψηφιακής διάχυσής τους διεθνώς, σε ηλεκτρονική μορφή και σε οποιοδήποτε μέσο, για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς, άνευ ανταλλάγματος και για όλο το χρόνο διάρκειας των δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας. Η ανοικτή πρόσβαση στο πλήρες κείμενο για μελέτη και ανάγνωση δεν σημαίνει καθ' οιονδήποτε τρόπο παραχώρηση δικαιωμάτων διανοητικής ιδιοκτησίας του/της συγγραφέα/δημιουργού ούτε επιτρέπει την αναπαραγωγή, αναδημοσίευση, αντιγραφή, αποθήκευση, πώληση, εμπορική χρήση, μετάδοση, διανομή, έκδοση, εκτέλεση, «μεταφόρτωση» (downloading), «ανάρτηση» (uploading), μετάφραση, τροποποίηση με οποιονδήποτε τρόπο, τμηματικά ή περιληπτικά της εργασίας, χωρίς τη ρητή προηγούμενη έγγραφη συναίνεση του/της συγγραφέα/δημιουργού. Ο/Η συγγραφέας/δημιουργός διατηρεί το σύνολο των ηθικών και περιουσιακών του δικαιωμάτων.

Εγκρίθηκε στις 17/05/25 από την Επιτροπή Κρίσης αποτελούμενη από:

**Ονοματεπώνυμο**

Ζηκόπουλος Χρήστος

**Βαθμίδα**

Α' Επιβλέπων

Ρακιτζής Αθανάσιος

Β' Επιβλέπων

## Ευχαριστίες

Αυτή η διπλωματική εργασία σηματοδοτεί την ολοκλήρωση μιας απαιτητικής, αλλά εξαιρετικά δημιουργικής ακαδημαϊκής πορείας, κατά τη διάρκεια της οποίας είχα την τύχη να λάβω πολύτιμη στήριξη από ανθρώπους που θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς.

Πρώτα απ' όλα, εκφράζω την ειλικρινή μου ευγνωμοσύνη στον επιβλέποντα καθηγητή μου, κύριο Χρήστο Ζηκόπουλο, για την αδιάκοπη καθοδήγηση, τις γνώσεις που μου μετέδωσε και τις πολύτιμες συμβουλές του καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας. Η συμβολή του υπήρξε καθοριστική για την ολοκλήρωση της έρευνάς μου. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής για τον χρόνο τους και τις χρήσιμες παρατηρήσεις τους, που συνέβαλαν στη βελτίωση του τελικού αποτελέσματος.

Ένα ιδιαίτερο «ευχαριστώ» αξίζει η οικογένειά μου, που στάθηκε δίπλα μου με αμέριστη υποστήριξη, κατανόηση και ενθάρρυνση σε κάθε μου βήμα. Χωρίς τη δική τους παρουσία, η διαδρομή αυτή θα ήταν πολύ πιο δύσκολη.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους φίλους και συναδέλφους μου, για τη συνεργασία, τις πολύτιμες συζητήσεις μας και τη διαρκή στήριξή τους, που με βοήθησαν να αντιμετωπίσω τις προκλήσεις αυτής της εργασίας.

Με εκτίμηση,

Ιωάννης Καψάλης

## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην ανάλυση αξιοπιστίας ενός αεροπορικού υλικού και στον τρόπο με τον οποίο η προληπτική συντήρηση μπορεί να συμβάλει στην ενίσχυση της αξιοπιστίας των αεροπορικών συστημάτων. Αρχικά, γίνεται ανάλυση των δεδομένων ζωής του υλικού, με σκοπό τον προσδιορισμό της καταλληλότερης κατανομής χρησιμοποιώντας το λογισμικό Minitab και στατιστικά εργαλεία όπως το Probability Plot, το Distribution ID Plot και τον έλεγχο Anderson-Darling. Στη συνέχεια, υπολογίζονται κρίσιμες παράμετροι αξιοπιστίας, όπως ο Μέσος Χρόνος Μέχρι την Αποτυχία (MTTF) και ο ρυθμός αστοχιών, μέσω της Μεθόδου Μέγιστης Πιθανοφάνειας (MLE). Επίσης, μέσω γραφημάτων όπως το διάγραμμα επιβίωσης και το διάγραμμα ρυθμού αποτυχιών, καθορίζονται τα βέλτιστα όρια συντήρησης. Τέλος, πραγματοποιείται μελέτη κόστους, συγκρίνοντας το συνολικό κόστος συντήρησης της υπάρχουσας πολιτικής συντήρησης σε σχέση με αυτό που προκύπτει εάν εφαρμοστεί ως όριο αντικατάστασης το βέλτιστο όριο, προκειμένου να αξιολογηθεί η οικονομική βιωσιμότητα των προτεινόμενων στρατηγικών και η συμβολή τους στην ενίσχυση της αξιοπιστίας.

### Λέξεις-Κλειδιά

Προληπτική συντήρηση, Ανάλυση Αξιοπιστίας, Μέσος Χρόνος Μέχρι την Αποτυχία (MTTF), Loglogistic Κατανομή, Κόστος συντήρησης

## **DIPLOMA THESIS**

### **«Enhancing reliability of aviation systems using Preventive Maintenance»**

STUDENT NAME

KAPSALIS IOANNIS

#### **Abstract**

This thesis focuses on the reliability analysis of an aviation component and how preventive maintenance can enhance the reliability of aviation systems. Initially, a lifetime data analysis of the component is conducted to determine the most appropriate distribution using Minitab and statistical tools such as the Probability Plot, Distribution ID Plot, and the Anderson-Darling test. Then, key reliability parameters, including the Mean Time To Failure (MTTF) and failure rate, are calculated using the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method. Additionally, Survival Plot and Hazard Plot are utilized to define the optimal maintenance intervals. Finally, a cost analysis is conducted, comparing the total maintenance cost of the existing maintenance policy with the cost resulting from applying the optimal replacement limit. This aims to assess the economic feasibility of the proposed strategies and their contribution to enhancing reliability.

#### **Key-Words**

Preventive Maintenance, Reliability Analysis, Mean Time To Failure (MTTF), Loglogistic Distribution, Maintenance Cost

## Πίνακας περιεχομένων

Ευχαριστίες.....	iv
Περίληψη .....	v
Abstract.....	vi
Κατάλογος Εικόνων .....	ix
Κατάλογος Πινάκων .....	x
Συντομεύσεις-Ακρωνύμια .....	xi
1.Εισαγωγή .....	1
2.Ανάλυση Αξιοπιστίας και Επιβίωσης (Survival and Reliability Analysis) .....	3
2.1 Το Τρίγωνο της Αεροπλοΐμότητας.....	4
2.1.1 Ασφάλεια .....	4
2.1.2 Αξιοπιστία .....	6
2.1.3 Ποιότητα .....	6
2.2 Βασικές Έννοιες .....	7
2.2.1 Συνάρτηση Αξιοπιστίας.....	7
2.2.2 Ρυθμός Αποτυχίας .....	7
2.2.3 Μέσος Χρόνος Μέχρι την Αποτυχία- Μέσος Χρόνος Μεταξύ Αποτυχιών.....	8
2.3 Λογοκριμένα Δεδομένα (Censored data) .....	9
2.4 Δοκιμή Καλής Προσαρμογής (Goodness-of-Fit Tests).....	11
2.4.1 Έλεγχος Anderson Darling.....	11
2.4.2 Γενίκευση ελέγχου Anderson–Darling (Generalized Anderson–Darling test) .....	12
2.4.3 Έλεγχος Kolmogorov–Smirnov .....	13
2.5 Παραμετρική Εκτίμηση (Parametric estimation) .....	14
2.5.1 Μέθοδος της μέγιστης πιθανότητας (Maximum likelihood method).....	15
2.5.2 Μέθοδος Ελάχιστων Τετραγώνων (Least Squares Method) .....	16
2.6 Μη παραμετρική εκτίμηση (Non Parameter Estimation) .....	17
2.6.1 Εκτιμητής Kaplan-Meier .....	17
2.7 Κατανομές (Distributions).....	19
2.7.1 Ομοιόμορφη Κατανομή (Uniform Distribution).....	19
2.7.2 Εκθετική Κατανομή (Exponential distribution) .....	20
2.7.3 Weibull Κατανομή (Weibull distribution) .....	20
2.7.4 Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Log-normal distribution) .....	22
2.7.5 Λογαριθμολογιστική Κατανομή (Loglogistic distribution).....	23
2.8 Διάγραμμα Pareto (Pareto Chart) .....	26

2.9 Συσχέτιση (Correlation) .....	26
3. Συντήρηση .....	29
3.1 Είδη Συντήρησης .....	29
3.2 Προληπτική Συντήρηση (Preventive Maintenance) .....	32
3.3 Προληπτική Συντήρηση και Αξιοπιστία .....	35
3.4 Κόστος Συντήρησης .....	36
3.4.1 Κατηγοριοποίηση Κόστους .....	37
3.4.2 Κόστη Προληπτικής Συντήρησης .....	38
3.4.3 Κόστη Διορθωτικής Συντήρησης .....	38
3.4.4 Υπολογισμός Κόστους Συντήρησης .....	39
4. Εφαρμογή: Ανάλυση Δεδομένων Αεροπορικού Υλικού .....	42
4.1 Μελέτη αξιοπιστίας για κύκλους λειτουργίας .....	45
4.1.1 Επιλογή Κατανομής .....	45
4.1.2 Υπολογισμός παραμέτρων αξιοπιστίας .....	48
4.2 Μελέτη αξιοπιστίας για μήνες λειτουργίας .....	57
4.2.1 Επιλογή κατανομής .....	57
4.2.2 Υπολογισμός παραμέτρων αξιοπιστίας .....	63
4.3 Έλεγχος συσχέτισης δεδομένων .....	71
4.4 Βέλτιστα Όρια Συντήρησης .....	72
4.4.1 Βέλτιστο όριο για κύκλους λειτουργίας .....	73
4.4.2 Βέλτιστο όριο για μήνες λειτουργίας .....	73
5. Μελέτη Κόστους .....	75
5.1 Μελέτη κόστους για κύκλους λειτουργίας .....	76
5.2 Μελέτη κόστους για μήνες λειτουργίας .....	80
6. Σύνοψη και συμπεράσματα .....	83
Βιβλιογραφία .....	87
Επίλογος .....	92



## Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1: The PDF curves of Log-Logistic distribution.....	25
Εικόνα 2: Pareto Chart.....	44
Εικόνα 3: Distribution ID Plot 1, Cycles.....	46
Εικόνα 4: Distribution ID Plot 2, Cycles.....	46
Εικόνα 5: Distribution ID Plot 3, Cycles.....	47
Εικόνα 6: Censoring, Cycles.....	49
Εικόνα 7: Probability Plot, Cycles.....	53
Εικόνα 8: Cumulative Failure Plot, Cycles.....	53
Εικόνα 9: Survival Plot, Cycles.....	54
Εικόνα 10: Hazard Plot, Cycles.....	55
Εικόνα 11: Distribution Overview Plot, Cycles.....	56
Εικόνα 12: Distribution ID Plot 1, Months.....	58
Εικόνα 13: Distribution ID Plot 2, Months.....	58
Εικόνα 14: Distribution ID Plot 3, Months.....	59
Εικόνα 15: PDF 3P Longnormal, Months.....	61
Εικόνα 16: PDF 3P Loglogistic, Months.....	61
Εικόνα 17: PDF Loglogistic, Months.....	61
Εικόνα 18: PDF Weibull, Months.....	61
Εικόνα 19: PDF 3P Weibull, Months.....	61
Εικόνα 20: PDF of Loglogistic, 3P Loglogistic & 3P Lognormal, Months.....	62
Εικόνα 21: Censoring, Months.....	64
Εικόνα 22: Probability Plot, Months.....	67
Εικόνα 23: Cumulative Failure Plot, Months.....	68
Εικόνα 24: Survival Plot, Months.....	69
Εικόνα 25: Hazard Plot, Months.....	70
Εικόνα 26: Distribution Overview Plot, Months.....	71
Εικόνα 27: Correlation Coefficient Spearman.....	72
Εικόνα 28: Differences of means-Tukey, Cycles.....	79
Εικόνα 29: Differences of means-Tukey, Months.....	81

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1: Cost Symbols.....	41
Πίνακας 2: Lifetime Data .....	43
Πίνακας 3: Goodness-of-Fit, Cycles .....	45
Πίνακας 4: Parameter Estimates, Cycles .....	50
Πίνακας 5: Characteristics of Distribution, Cycles .....	50
Πίνακας 6: Percentiles, Cycles .....	51
Πίνακας 7: Survival Probabilities, Cycles.....	52
Πίνακας 8: Cumulative Failure Probabilities, Cycles.....	52
Πίνακας 9: Goodness-of-Fit, Months .....	57
Πίνακας 10: Lowest AD values .....	59
Πίνακας 11: Parameter Estimates .....	60
Πίνακας 12: Parameter Estimates, Months.....	64
Πίνακας 13: Characteristics of Distribution, Months .....	65
Πίνακας 14: Table of Percentiles, Months .....	66
Πίνακας 15: Survival Probabilities, Months.....	66
Πίνακας 16: Cumulative Failure Probabilities, Months.....	67
Πίνακας 17: Simulation, Cycles .....	77
Πίνακας 18: Total Cost, Cycles .....	78
Πίνακας 19: Tukey Pairwise Comparisons, Cycles .....	79
Πίνακας 20: Simulation, Months .....	80
Πίνακας 21: Total Cost, Months .....	81
Πίνακας 22: Tukey Pairwise Comparisons, Months .....	82

## Συντομεύσεις-Ακρωνύμια

AD (Anderson-Darling)- Anderson-Darling

CBM (Condition-Based Maintenance)- Προγνωστική Συντήρηση

CDF (Cumulative Distribution Function)- Αθροιστική συνάρτηση κατανομής

CM (Corrective Maintenance)- Διορθωτική συντήρηση

CvM - Cramér-von Mises

DOM (Design-Out Maintenance)- Σχεδιαστική Πρόληψη Αποτυχιών

EDF (Empirical Distribution Function) -Εμπειρική κατανομή

GAD (Generalized Anderson-Darling Test) - Γενικευμένο τεστ Anderson-Darling

ICAO (International Civil Aviation Organization)- Διεθνής Οργανισμός Πολιτικής Αεροπορίας

KM (Kaplan-Meier) - Kaplan-Meier

KS - Kolmogorov-Smirnov

LL (Loglogistic distribution)- Λογαριθμολογιστική Κατανομή

ML (Maximum Likelihood method)- μέθοδος της μέγιστης πιθανότητας

MLE (Maximum Likelihood estimator)- εκτιμητής της μέγιστης πιθανότητας

MTBF (Mean Time between Failures-Μέσος Χρόνος Μεταξύ Αποτυχιών

MTTF (Mean Time to Failure) -Μέσος Χρόνος Μέχρι την Αποτυχία

OTL (Operating Time Limit)- Συμπλήρωση ορίου ζωής

PDF (Probability Density Function)-Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

PM (Preventive Maintenance)- Προληπτική Συντήρηση

RBM (Risk-Based Maintenance)- Συντήρηση βάσει Κινδύνου

RCM (Reliability-Centered Maintenance)- Συντήρηση βάσει Αξιοπιστίας

SMS (Safety Management System)- Σύστημα Διαχείρισης Ασφάλειας

## 1.Εισαγωγή

Η λειτουργική αξιοπιστία των αεροπορικών συστημάτων, των οποίων οι αστοχίες συνδέονται με συνέπειες που αφορούν την ασφάλεια των επιβατών, την οικονομική αποδοτικότητα της λειτουργίας τους, καθώς και την επίδρασή τους στο περιβάλλον, αποτελεί δείκτη-προτεραιότητα για την ποιότητά τους και εξαρτάται ουσιαστικά από την οργάνωση της διαδικασίας συντήρησης (Papic et al., 2021).

Η συντήρηση είναι καθοριστικής σημασίας για τη μακροπρόθεσμη επιτυχία κάθε βιομηχανικής διαδικασίας. Ο ρόλος της εκτείνεται πολύ πέρα από απλές επισκευές και αποτελεί βασικό παράγοντα καθορισμού της λειτουργικής αποδοτικότητας και της μακροχρόνιας βιωσιμότητας. Η κατανόηση των αποτελεσμάτων από τις διαδικασίες συντήρησης, όπως η μείωση του χρόνου διακοπής λειτουργίας, η επιμήκυνση της διάρκειας ζωής του εξοπλισμού και η βελτίωση της ασφάλειας είναι ζωτικής σημασίας, καθώς τα αποτελέσματα της συντήρησης επηρεάζουν σημαντικά την επίτευξη στόχων, όπως η παραγωγικότητα, η αποδοτικότητα κόστους και η διασφάλιση ποιότητας (Hamasha et al., 2023).

Με την πάροδο του χρόνου, η συντήρηση εξελίχθηκε σημαντικά, ακολουθώντας τις τεχνολογικές προόδους και την αυξανόμενη πολυπλοκότητα των μηχανολογικών συστημάτων. Αναπτύχθηκαν διάφορες προσεγγίσεις και φιλοσοφίες συντήρησης, οι οποίες προσαρμόζονται στις ανάγκες κάθε κλάδου, όπως και στο κλάδο των αεροπορικών συστημάτων (Kourousis, 2020).

Η διεξαγωγή ανάλυσης αξιοπιστίας ενός αεροπορικού υλικού αποτελεί το αντικείμενο της παρούσας Μεταπτυχιακής Διπλωματικής Εργασίας και στόχος της είναι να διερευνήσει τον τρόπο με τον οποίο η προληπτική συντήρηση μπορεί να συμβάλει στη βελτίωση της αξιοπιστίας των αεροπορικών συστημάτων. Στη συνέχεια, περιγράφεται λεπτομερώς η δομή της εργασίας.

Στο Κεφάλαιο 2, παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες της αξιοπιστίας και της επιβίωσης των αεροπορικών συστημάτων. Ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στο "Τρίγωνο της Αεροπλοϊμότητας", το οποίο αποτελείται από την ασφάλεια, την ποιότητα και την αξιοπιστία. Ακόμη, γίνεται ανάλυση στατιστικών εννοιών, όπως η συνάρτηση αξιοπιστίας, ο ρυθμός αποτυχίας και ο μέσος χρόνος μεταξύ αποτυχιών (MTBF). Εξετάζονται επίσης οι κυριότερες μέθοδοι ελέγχου καλής προσαρμογής, οι οποίες είναι παραμετρικές (ML, Least Squares) αλλά και μη

παραμετρικές (Kaplan-Meier). Τέλος, γίνεται αναφορά στις σημαντικότερες κατανομές που χρησιμοποιούνται στις αναλύσεις αξιοπιστίας, όπως Weibull, Lognormal και Loglogistic.

Οι διάφορες προσεγγίσεις συντήρησης παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 3, δίνοντας έμφαση στην προληπτική συντήρηση (PM). Παράλληλα αναφέρονται και άλλοι τύποι συντήρησης, όπως η διορθωτική, η προγνωστική και η συντήρηση βάσει αξιοπιστίας (RCM). Επιπλέον, αναλύεται ο ρόλος της προληπτικής συντήρησης στη βελτίωση της αξιοπιστίας και της λειτουργικής απόδοσης των αεροπορικών συστημάτων. Τέλος περιγράφονται οικονομικές παράμετροι και οι διαφορετικές κατηγορίες κόστους.

Στο Κεφάλαιο 4, γίνεται εφαρμογή της θεωρίας σε πραγματικά δεδομένα αεροπορικού υλικού. Αρχικά, επιλέγεται η καταλληλότερη κατανομή για την περιγραφή των δεδομένων, με χρήση του λογισμικού Minitab και στατιστικών εργαλείων όπως το Probability Plot και το Distribution ID Plot. Στη συνέχεια, υπολογίζονται κρίσιμες παράμετροι αξιοπιστίας, όπως το MTTF και ο ρυθμός αστοχιών. Ταυτόχρονα παρουσιάζονται και αναλύονται βασικά διαγράμματα αξιοπιστίας, όπως το διάγραμμα επιβίωσης και το διάγραμμα ρυθμού αστοχιών. Από την ανάλυση των εν λόγω διαγραμμάτων καθορίζονται βέλτιστα όρια συντήρησης.

Το Κεφάλαιο 5 περιλαμβάνει την μελέτη κόστους. Η υπόψη μελέτη συγκρίνει το συνολικό κόστος συντήρησης της υπάρχουσας πολιτικής, με αυτό της νέας στρατηγικής, όπου εφαρμόζεται το βέλτιστο όριο αντικατάστασης. Σκοπός της είναι η αξιολόγηση της οικονομικής βιωσιμότητας των προτεινόμενων στρατηγικών και της συμβολής τους στη βελτίωση της αξιοπιστίας. Ο υπολογισμός του συνολικού κόστους γίνεται μέσω προσομοίωσης, η οποία εκτελείται στο Excel.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 6, γίνεται σύνοψη των βασικών συμπερασμάτων που προκύπτουν από την ανάλυση αξιοπιστίας και κόστους, καθώς και από τη βιβλιογραφική επισκόπηση. Ανάλογα με τα αποτελέσματα της μελέτης κόστους, θα επιβεβαιωθεί εάν η προληπτική συντήρηση συμβάλλει ουσιαστικά στην ενίσχυση της αξιοπιστίας και αν είναι οικονομικά αποδοτική στρατηγική.

Όσον αφορά τα ευρήματα της παρούσας εργασίας, αποδείχθηκε ότι τα δεδομένα ακολουθούν τη λογαριθμολογιστική κατανομή και σύμφωνα με αυτήν υπολογίστηκαν οι παράμετροι αξιοπιστίας. Από την ανάλυση αξιοπιστίας, σε συνδυασμό με την μελέτη κόστους που διενεργήθηκε, αποδείχθηκε ότι η εφαρμογή της Προληπτικής συντήρησης ενισχύει την αξιοπιστία του συστήματος αλλά δεν είναι πιο αποδοτική οικονομικά σε σύγκριση με την τρέχουσα πολιτική συντήρησης του υπό εξέταση υλικού.

## 2.Ανάλυση Αξιοπιστίας και Επιβίωσης (Survival and Reliability Analysis)

Η διαρκής εξέλιξη των βιομηχανικών και τεχνολογικών συστημάτων τα καθιστά πιο αποδοτικά, αλλά και πιο πολύπλοκα. Ωστόσο, τυχόν βλάβες στα εξαρτήματα μπορεί να οδηγήσουν σε σοβαρές ζημιές και οικονομικές απώλειες. Για το λόγο αυτό, είναι απαραίτητο να αναλυθεί η επίδραση των εξαρτημάτων στη συνολική λειτουργία του συστήματος, να εφαρμοστούν κατάλληλες στρατηγικές συντήρησης που διασφαλίζουν την ομαλή λειτουργία τους, να περιοριστεί ο κίνδυνος αστοχιών και να ενισχυθεί η συνολική αξιοπιστία του συστήματος (L. Chen et al., 2022).

Η ανάλυση της αξιοπιστίας (ή επιβίωσης) βασίζεται σε εκτεταμένες μελέτες που αξιοποιούν κατανομές διάρκειας ζωής, με δεδομένα που προέρχονται από πειραματικές δοκιμές αντοχής (Jia, 2020). Πρόκειται δηλαδή για ένα σύνολο στατιστικών τεχνικών που επιτρέπουν την εκτίμηση του χρόνου μέχρι την εμφάνιση ενός συγκεκριμένου γεγονότος. Αυτή η μέθοδος έχει σημαντικό ρόλο στη βελτίωση της αξιοπιστίας συστημάτων και εξοπλισμού. Το εξεταζόμενο γεγονός μπορεί να διαφέρει ανάλογα με το περιβάλλον εφαρμογής (Diamoutene et al., 2021).

Πρόκειται για έναν κλάδο της στατιστικής που ασχολείται με τη μελέτη του χρόνου έως την εμφάνιση ενός συγκεκριμένου γεγονότος. Τέτοια παραδείγματα είναι ο χρόνος επιβίωσης ασθενών με καρκίνο, ο χρόνος έως την αποτυχία μηχανικών συστημάτων, ο χρόνος μέχρι την πτώχευση μιας επιχείρησης ή η περίοδος που απαιτείται για την επίτευξη εγκυμοσύνης σε ζευγάρια. Συνολικά, οποιοδήποτε σύνολο μη αρνητικών δεδομένων που σχετίζεται με άτομα μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο μελέτης στην ανάλυση επιβίωσης. Από την άλλη, η ανάλυση αξιοπιστίας αφορά κυρίως τον έλεγχο του χρόνου έως την αποτυχία μηχανικών συσκευών και προϊόντων, χωρίς να εστιάζει συνήθως σε ανθρώπινα δεδομένα. Στη σύγχρονη βιομηχανία και επιστήμη, οι τεχνικές της ανάλυσης επιβίωσης και της ανάλυσης αξιοπιστίας είναι ζωτικής σημασίας, καθώς έχουν εξελιχθεί μέσα από μακροχρόνια έρευνα και ανάπτυξη (Taketomi et al., 2022).

Στις αναλύσεις δεδομένων επιβίωσης και αξιοπιστίας, η χρήση παραμετρικών κατανομών είναι απαραίτητη για τους ερευνητές. Παρόλα αυτά, πολλές από τις κατανομές αυτές δεν περιλαμβάνονται στα κλασικά στατιστικά εγχειρίδια. Οι κατανομές που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση επιβίωσης παρουσιάζουν δύο βασικά χαρακτηριστικά: πρώτον, τα δεδομένα που περιγράφουν είναι πάντα μη αρνητικά, και δεύτερον, η κατανομή του χρόνου επιβίωσης

συχνά εμφανίζει έντονη ασυμμετρία, με μακριά ουρά προς τα δεξιά. Επιπλέον, οι συγκεκριμένες κατανομές αποτυπώνουν τους υποκείμενους μηχανισμούς που επηρεάζουν την αποτυχία ή τον θάνατο, όπως η διαδικασία της γήρανσης και το φαινόμενο της βρεφικής θνησιμότητας (Taketomi et al., 2022).

## **2.1 Το Τρίγωνο της Αεροπλοΐμότητας**

Η αεροπλοΐμότητα καλύπτει όλες τις δραστηριότητες, τεχνικές και μη τεχνικές, που είναι απαραίτητες για το σχεδιασμό, την πιστοποίηση, την κατασκευή, τη συντήρηση και την ασφαλή λειτουργία ενός αεροσκάφους καθ' όλη τη διάρκεια της ζωής του. Η συνεχής πρόοδος της τεχνολογίας, οι νέες επιστημονικές και μηχανικές προσεγγίσεις, καθώς και οι κανονιστικές απαιτήσεις στον τομέα της αεροπορίας, προσφέρουν νέες ευκαιρίες αλλά και προκλήσεις για τη βιομηχανία (Kourousis, 2020).

Το τρίγωνο της πλοϊμότητας προσφέρει μια απλή προσέγγιση για την κατανόηση των διαδικασιών που εξασφαλίζουν την ασφαλή λειτουργία ενός αεροσκάφους και των εξαρτημάτων του. Οι τρεις πλευρές του αντιπροσωπεύουν τα βασικά στοιχεία που απαιτούνται για να παραμείνει το αεροσκάφος ικανό προς πτήση, που είναι η Ασφάλεια, η Αξιοπιστία και η Ποιότητα. Αν κάποιο από αυτά τα στοιχεία δεν πληρεί τις απαιτούμενες προϋποθέσεις, η πλοϊμότητα ενδέχεται να μειωθεί σε επικίνδυνο βαθμό, με αποτέλεσμα να αυξηθούν οι κίνδυνοι που αφορούν την ασφάλεια των πτήσεων (Barrera, 2022).

Αντιθέτως, η ενίσχυση οποιασδήποτε από τις παραμέτρους του τριγώνου μπορεί να οδηγήσει σε βελτίωση της πλοϊμότητας. Αυτό όμως μπορεί να οδηγήσει σε αυξημένα κόστη, τα οποία δεν είναι πάντα οικονομικά βιώσιμα. Για την αποτελεσματική διαχείριση της πλοϊμότητας απαιτείται η κατάλληλη ισορροπία μεταξύ των τριών αυτών στοιχείων (Barrera, 2022).

### **2.1.1 Ασφάλεια**

Η αεροπορική ασφάλεια εξαρτάται από τη σωστή διαχείριση και τον περιορισμό των κινδύνων που σχετίζονται με τις επιχειρησιακές και υποστηρικτικές λειτουργίες της αεροπορίας. Στο πλαίσιο αυτό, το Σύστημα Διαχείρισης Ασφάλειας (SMS) λειτουργεί ως ένας ολοκληρωμένος

μηχανισμός που επιτρέπει την προληπτική αναγνώριση και αντιμετώπιση των κινδύνων και διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο στη συνολική βελτίωση της ασφάλειας (Kivanç et al., 2025).

Το SMS περιλαμβάνει το σύνολο των διαδικασιών, των εγγράφων, των πληροφοριακών συστημάτων και των μηχανισμών που χρησιμοποιούνται από έναν οργανισμό για την επίβλεψη και συνεχή βελτίωση της ασφάλειας. Η αεροπορική βιομηχανία έχει αναπτύξει ισχυρές διαδικασίες για τη διασφάλιση της ασφάλειας των αερομεταφορών. Ο Διεθνής Οργανισμός Πολιτικής Αεροπορίας (ICAO), ο οποίος υπάγεται στα Ηνωμένα Έθνη, δημιουργεί διεθνή πρότυπα και συστάσεις που αποσκοπούν στη διατήρηση ενός ασφαλούς, αποτελεσματικού, προστατευμένου, οικονομικά βιώσιμου και περιβαλλοντικά υπεύθυνου κλάδου πολιτικής αεροπορίας (Stroeve et al., 2022).

Σύμφωνα με το SMS του ICAO, η διαχείριση της ασφάλειας διαχωρίζεται σε τέσσερις βασικούς άξονες (Stroeve et al., 2022):

1. Πολιτική και Στόχοι Ασφάλειας (θέσπιση κατευθυντήριων γραμμών και στόχων).
2. Διαχείριση Κινδύνων Ασφάλειας (ταυτοποίηση και αντιμετώπιση κινδύνων).
3. Εγγύηση Ασφάλειας (διαρκής παρακολούθηση και βελτίωση της ασφάλειας).
4. Προαγωγή Ασφάλειας (ενίσχυση της κουλτούρας ασφάλειας στον οργανισμό).

Οι οργανισμοί εφαρμόζουν δύο βασικά πλαίσια: τα Κρατικά Προγράμματα Ασφάλειας (SSP) και τα SMS. Στην Ευρώπη, το Ευρωπαϊκό Πρόγραμμα Ασφάλειας Αεροπορίας (EASP) λειτουργεί ως ενδιάμεσο εργαλείο για την υποστήριξη των κρατών-μελών στην ανάπτυξη των δικών τους SSP (Barrera, 2022).

Η διερεύνηση ατυχημάτων και περιστατικών, καθώς και των αποκλίσεων από τα πρότυπα ασφάλειας, αποτελεί θεμελιώδες στοιχείο των προγραμμάτων ασφάλειας. Η επίτευξη αποδεκτού επιπέδου ασφάλειας απαιτεί μια συνεχή διαδικασία αναγνώρισης κινδύνων και διαχείρισης ρίσκου, που περιλαμβάνει την καλλιέργεια κουλτούρας ασφάλειας, τη δημιουργία συστημάτων αναφοράς περιστατικών και τη διερεύνηση συμβάντων. Όσον αφορά την ασφάλεια, η πιο απαιτητική είναι η καθιέρωση κουλτούρας, καθώς επηρεάζει την αποτελεσματικότητα των συστημάτων αναφοράς. Σε ορισμένες περιπτώσεις, ο φόβος για τις συνέπειες της αναφοράς περιστατικών μπορεί να αποτελεί εμπόδιο, ειδικά σε πολιτισμικά περιβάλλοντα όπου η "κουλτούρα δικαιοσύνης" δεν εφαρμόζεται επαρκώς. Παρά τις αδυναμίες σε αυτόν τον τομέα, η έρευνα ατυχημάτων έχει συμβάλει σημαντικά στη διαμόρφωση ισχυρών κανονισμών, ενισχύοντας την ανθεκτικότητα του συστήματος (Barrera, 2022).



### 2.1.2 Αξιοπιστία

Η αεροπορία αποτελεί ένα πολυσύνθετο σύστημα, στο οποίο διάφορα αλληλοεξαρτώμενα υποσυστήματα συνεργάζονται για να διατηρήσουν υψηλά επίπεδα ασφάλειας και αξιοπιστίας. Παρά τη ραγδαία τεχνολογική πρόοδο, εξακολουθούν να καταγράφονται περιστατικά και ατυχήματα, κάτι που αναδεικνύει την ανάγκη για πιο συστηματική ανάλυση όλων των συνιστωσών του αεροπορικού κλάδου (Muecklich et al., 2023).

Η αξιοπιστία περιγράφει την ικανότητα ενός αεροσκάφους ή ενός εξαρτήματος να ανταποκρίνεται στις προδιαγραφές του σχεδιασμού του. Κατά τη φάση σχεδιασμού, η Εγγενής Αξιοπιστία (Inherent Reliability) είναι η βασική έννοια, η οποία μεταφέρεται στο τελικό προϊόν μόνο εάν οι διαδικασίες παραγωγής, συντήρησης και διαρκούς πλοϊμότητας είναι επαρκείς. Ένας από τους κύριους στόχους ενός προγράμματος αξιοπιστίας είναι η διατήρηση της εγγενούς αξιοπιστίας μέσω ενός δυναμικού και αποτελεσματικού προγράμματος συντήρησης αεροσκαφών. Η βελτίωση της εγγενούς αξιοπιστίας είναι εφικτή μόνο μέσω του επανασχεδιασμού, γεγονός που καθιστά απαραίτητη την ύπαρξη μιας κατάλληλης πολιτικής τροποποιήσεων (Barrera, 2022).

### 2.1.3 Ποιότητα

Η διαχείριση έργων διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο σε κάθε στάδιο της αεροπορικής βιομηχανίας, από τη σχεδίαση και κατασκευή αεροσκαφών, την προσαρμογή προϊόντων, τη συντήρηση έως τη λειτουργία και ανάκτησή τους. Λόγω της μεγάλης σημασίας της ποιότητας για τους κατασκευαστές αεροσκαφών, τις αεροπορικές εταιρείες και τους επιβάτες, είναι λογικό να απαιτείται ένα σαφώς καθορισμένο πλαίσιο διαχείρισης ποιότητας εντός αυτού του πεδίου (Marion et al., 2022).

Η ποιότητα αφορά τη βελτίωση των διαδικασιών που διασφαλίζουν την αποτελεσματικότητα ενός οργανισμού. Το ελάχιστο αποδεκτό επίπεδο ποιότητας είναι η συμμόρφωση με τους ισχύοντες κανονισμούς και πρότυπα. Οι οργανισμοί οφείλουν να αναπτύξουν ένα σύστημα παρακολούθησης της συμμόρφωσης/ποιότητας για να διατηρούν αυτό το επίπεδο. Ωστόσο, μπορούν να θέσουν υψηλότερα πρότυπα ποιότητας, τα οποία συμβάλλουν στην επιτυχία και την ανταγωνιστικότητά τους (Barrera, 2022).

Οι τρεις πυλώνες (Ασφάλεια, Αξιοπιστία, Ποιότητα) συμβάλλουν στη μείωση των κινδύνων και αλληλοεπηρεάζονται, υποστηρίζοντας ο ένας τον άλλον για τη διασφάλιση της πλοϊμότητας (Barrera, 2022).

## 2.2 Βασικές Έννοιες

### 2.2.1 Συνάρτηση Αξιοπιστίας

Η αξιοπιστία αναφέρεται στην ικανότητα ενός συστήματος, υποσυστήματος ή εξαρτήματος να εκτελεί τη λειτουργία του σύμφωνα με τις προβλεπόμενες προδιαγραφές και εντός των προκαθορισμένων ορίων λειτουργίας, χωρίς να απαιτείται προγραμματιστός έλεγχος. Σε αναλυτική μορφή, η συνάρτηση αξιοπιστίας ή επιβίωσης  $R(t)$  εκφράζει την πιθανότητα το σύστημα να λειτουργεί πέρα από τον χρόνο  $t$ :

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F(t) \quad (1)$$

όπου το  $F(t)$  είναι η συνάρτηση κατανομής αθροιστικών πιθανοτήτων (CDF) που περιγράφει τα διαστήματα μεταξύ των διαδοχικών αποτυχιών (Kourousis, 2020).

Αν το  $F(t)$  παραγωγίζεται, τότε η παράγωγός του είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για τον χρόνο μέχρι την αποτυχία (Ben-Daya et al., 2016):

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (2)$$

Ο ορισμός της αξιοπιστίας δίνεται ως ακολούθως: «Η αξιοπιστία ενός αντικειμένου είναι η ικανότητα του αντικειμένου να εκτελεί μια απαιτούμενη λειτουργία, υπό δεδομένες περιβαλλοντικές και λειτουργικές συνθήκες και για έναν καθορισμένο χρονικό διάστημα» (Ben-Daya et al., 2016).

### 2.2.2 Ρυθμός Αποτυχίας

Ο ρυθμός αποτυχίας αποτελεί ένα μέτρο αξιοπιστίας που χρησιμοποιείται στον προγραμματισμό και τη διαχείριση της λειτουργίας των συστημάτων. Είναι μια πιθανοτική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας των συστημάτων και διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στον υπολογισμό των δεικτών αξιοπιστίας κατά τη φάση του προγραμματισμού (Jan Henning Jürgensen, 2016).

Έστω ότι ένα αντικείμενο έχει επιβιώσει σε ένα διάστημα χρόνου  $[0, t]$ . Η συνθήκη πιθανότητας ότι το αντικείμενο θα αποτύχει στο χρονικό διάστημα  $(t, t + \delta t]$ , δεδομένου ότι λειτουργεί τη στιγμή  $t$ , δίνεται από (Ben-Daya et al., 2016):

$$P(t \leq T \leq t + \delta t | T > t) = \frac{F(t + \delta t) - F(t)}{R(t)} \quad (3)$$

Διαιρώντας αυτή τη συνθήκη πιθανότητας με το  $\delta t$  και αφήνοντας το  $\delta t \rightarrow 0$  έχουμε:

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{F(t+\delta t) - F(t)}{\delta t} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (4)$$

Αυτή η συνάρτηση καλείται συνάρτηση ποσοστού αποτυχίας (ή συνάρτηση κινδύνου) και δηλώνεται ως  $h(t)$ , έτσι ώστε:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (5)$$

### 2.2.3 Μέσος Χρόνος Μέχρι την Αποτυχία- Μέσος Χρόνος Μεταξύ Αποτυχιών

Ο μέσος χρόνος μέχρι την αποτυχία ή μεταξύ αποτυχιών (MTTF ή MTBF) αποτελεί μέτρο της αξιοπιστίας ενός συστήματος ή υποσυστήματος. Μεγάλες τιμές του MTTF σημαίνουν και αυξημένα επίπεδα αξιοπιστίας (Kourousis, 2020).

Ο Μέσος Χρόνος Μέχρι την Αποτυχία (MTTF) και ο Μέσος Χρόνος Μεταξύ Αποτυχιών (MTBF) αποτελούν δύο βασικές μετρήσεις που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση της αξιοπιστίας συστημάτων. Συχνά αναφέρονται μαζί, αλλά έχουν διαφορετική σημασία και χρήση (Harmon et al., 2021).

Το MTTF θεωρείται ένας καθοριστικός παράγοντας για την εκτίμηση της διάρκειας ζωής συστημάτων που δεν μπορούν να επισκευαστούν. Είναι ένα κρίσιμο μέτρο για τον προσδιορισμό του χρονικού διαστήματος που ένα προϊόν ή σύστημα μπορεί να λειτουργεί χωρίς να παρουσιάσει αποτυχία. Χρησιμοποιείται στον προγραμματισμό συντήρησης και στον σχεδιασμό συστημάτων που δεν επιδέχονται επισκευή (Żyluk et al., 2023). Ακόμη δεν λαμβάνει υπόψη το χρόνο που απαιτείται για επισκευές ή συντήρηση. Η βασική εφαρμογή του είναι να αξιολογεί πόσο καιρό ένα σύστημα μπορεί να παραμείνει λειτουργικό πριν απαιτηθεί να αντικατασταθεί (Harmon et al., 2021).

Το MTBF περιγράφεται ως ένας δείκτης που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της αξιοπιστίας συστημάτων ή εξαρτημάτων, με ιδιαίτερη αναφορά στον χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ δύο συνεχόμενων αποτυχιών. Χρησιμοποιείται κυρίως σε συστήματα που είναι επισκευάσιμα, επιτρέποντας την αποκατάσταση και επαναφορά τους σε λειτουργία μετά από αποτυχία (Yuan & Lu, 2023).

Περιλαμβάνει τόσο το συνολικό χρόνο λειτουργίας όσο και το χρόνο αποκατάστασης (Μέσος Χρόνος Αποκατάστασης ή MTTR). Ως αποτέλεσμα, το MTBF είναι πάντα ίσο ή μεγαλύτερο από το MTTF, καθώς συνυπολογίζει τόσο τη λειτουργία όσο και τον απαιτούμενο χρόνο για την αποκατάσταση του συστήματος μετά από αστοχία (Harmon et al., 2021).

Το MTTF και το MTBF είναι ίσα σε περιπτώσεις που δεν πραγματοποιείται καμία επισκευή ή αποκατάσταση μετά από μια αποτυχία. Αυτό ισχύει για συστήματα που δεν επιδέχονται επισκευές και σταματούν οριστικά να λειτουργούν μετά την αποτυχία. Τότε οι δύο μετρήσεις ταυτίζονται, διότι η αποτυχία σηματοδοτεί το τέλος της λειτουργικής ζωής του συστήματος. Αυτή η συνθήκη είναι χαρακτηριστική για μη επισκευάσιμα συστήματα, όπου η αποτυχία οδηγεί στην πλήρη απόσυρσή τους (Harmon et al., 2021).

Σύμφωνα με τους Ben-Daya et al. (2016) ο μέσος χρόνος μέχρι την πρώτη αποτυχία ενός αντικειμένου είναι η αναμενόμενη τιμή της τυχαίας μεταβλητής  $T$ . Δηλαδή:

$$MTTF = E[T] = \int_0^{\infty} tf(t)dt \quad (6)$$

Με τη μέθοδο της ολοκλήρωσης κατά μέρη, έχουμε το εξής αποτέλεσμα:

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (7)$$

## 2.3 Λογοκριμένα Δεδομένα (Censored data)

Τα περισσότερα δεδομένα που σχετίζονται με αποτυχίες των δεδομένων μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες: τα πλήρη και τα λογοκριμένα δεδομένα (Ben-Daya et al., 2009).

Τα πλήρη δεδομένα αφορούν το σύνολο των πληροφοριών, ο οποίες περιλαμβάνουν τους χρόνους αποτυχίας για όλες τις μονάδες που μελετήθηκαν. Για παράδειγμα, εάν εξεταστούν πέντε συσκευές σε ένα πειραματικό περιβάλλον και όλες αποτύχουν, οι χρόνοι έως την αποτυχία θα παρέχουν ολοκληρωμένα στοιχεία για τον χρόνο αποτυχίας κάθε συσκευής στο δείγμα (Ben-Daya et al., 2009).

Από την άλλη, τα λογοκριμένα δεδομένα προκύπτουν όταν δεν είναι διαθέσιμες όλες οι πληροφορίες σχετικά με τους χρόνους αποτυχίας. Αυτό μπορεί να συμβεί εάν κάποιες συσκευές του δείγματος δεν έχουν αποτύχει ή οι ακριβείς χρόνοι αποτυχίας δεν είναι γνωστοί τη στιγμή της ανάλυσης. Τα λογοκριμένα δεδομένα διακρίνονται σε τρεις κύριους τύπους: τα δεξιά λογοκριμένα (right-censored data), τα λογοκριμένα κατά διαστήματα (interval-censored data) και τα αριστερά λογοκριμένα (left-censored data) (Ben-Daya et al., 2009).

Αναλυτικά:

1. Δεξιά Λογοκριμένα Δεδομένα: Έστω ότι  $X$  είναι μια μεταβλητή που εκφράζει τη διάρκεια ζωής ενός στοιχείου. Αν γνωρίζουμε ότι το στοιχείο απέτυχε μετά από μια

συγκεκριμένη χρονική στιγμή  $t$ , αλλά δεν γνωρίζουμε την ακριβή στιγμή αστοχίας, τότε το  $X$  θεωρείται δεξιά λογοκριμένο (Kvam et al., 2023). Αφορούν δηλαδή συσκευές που δεν έχουν αποτύχει μέχρι τη στιγμή ολοκλήρωσης της δοκιμής. Αν για παράδειγμα δοκιμαστούν δέκα συσκευές και επτά από αυτές αποτύχουν, τα δεδομένα για τις τρεις συσκευές που δεν απέτυχαν θεωρούνται δεξιά λογοκριμένα. Ο όρος "δεξιά λογοκριμένα" υποδηλώνει ότι η αποτυχία ενδέχεται να συμβεί μετά τη χρονική στιγμή της τελευταίας διαθέσιμης παρατήρησης (Ben-Daya et al., 2009).

2. Λογοκριμένα Κατά Διαστήματα Δεδομένα: Στη προκειμένη περίπτωση, η ακριβής χρονική στιγμή της αποτυχίας είναι άγνωστη, αλλά γνωρίζουμε ότι συνέβη μέσα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Για παράδειγμα, ένα μηχάνημα επιθεωρείται στις 1000 ώρες λειτουργίας και είναι λειτουργικό, αλλά στις 1200 ώρες διαπιστώνεται ότι έχει αποτύχει. Τότε γνωρίζουμε ότι η αποτυχία συνέβη μεταξύ 1000 και 1200, χωρίς να γνωρίζουμε την ακριβή στιγμή (Ben-Daya et al., 2009).
3. Αριστερά Λογοκριμένα Δεδομένα : Αν γνωρίζουμε ότι η αστοχία συνέβη πριν από μια χρονική στιγμή  $t$ , αλλά η ακριβής στιγμή είναι άγνωστη, τότε το  $X$  είναι αριστερά λογοκριμένο (Kvam et al., 2023). Εμφανίζονται δηλαδή όταν γνωρίζουμε ότι μια αποτυχία συνέβη πριν από μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, αλλά η ακριβής στιγμή είναι άγνωστη. Για παράδειγμα, αν μια συσκευή είχε ήδη αποτύχει πριν από τις 200 ώρες λειτουργίας, αλλά δεν γνωρίζουμε πότε ακριβώς απέτυχε, τα δεδομένα θεωρούνται αριστερά λογοκριμένα (Ben-Daya et al., 2009).

Υπάρχουν δύο τύποι λογοκρισίας, η λογοκρισία τύπου I και η λογοκρισία τύπου II:

1. Λογοκρισία Τύπου I εμφανίζεται όταν μια δοκιμή περιλαμβάνει  $n$  στοιχεία και σταματά σε μια προκαθορισμένη χρονική στιγμή  $t_0$ . Σε αυτό το χρονικό σημείο, όλα τα στοιχεία που δεν έχουν παρουσιάσει αστοχία αποσύρονται από τη δοκιμή και καταγράφονται ως δεξιά λογοκριμένα (Kvam et al., 2023).
2. Η Λογοκρισία Τύπου II εμφανίζεται όταν μια διαδικασία δοκιμής, η οποία περιλαμβάνει  $n$  στοιχεία ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ), σταματά αφού αποτύχει ένας προκαθορισμένος αριθμός  $k$  στοιχείων ( $k \leq n$ ). Τα στοιχεία που δεν έχουν αποτύχει μέχρι εκείνη τη χρονική στιγμή θεωρούνται δεξιά λογοκριμένα, με τη λογοκρισία να πραγματοποιείται στη χρονική στιγμή  $t = X_{k:n}$ , η οποία καθορίζεται τυχαία με βάση το χρόνο της  $k$ -οστής αποτυχίας (Kvam et al., 2023).

## 2.4 Δοκιμή Καλής Προσαρμογής (Goodness-of-Fit Tests)

Η αξιολόγηση της καταλληλότητας μιας προσαρμοσμένης κατανομής πραγματοποιείται μέσω ελέγχων υποθέσεων. Σε αυτούς τους ελέγχους, τίθεται μια μηδενική υπόθεση ( $H_0$ ), η οποία υποστηρίζει ότι το δείγμα δεδομένων και η προσαρμοσμένη κατανομή ανήκουν στον ίδιο πληθυσμό. Για να εκτιμηθεί το σφάλμα από πιθανή λανθασμένη απόρριψη της  $H_0$ , χρησιμοποιείται μια ποσοτική μέτρηση. Τα αποτελέσματα των ελέγχων συγκρίνονται με προκαθορισμένες κρίσιμες τιμές, οι οποίες εξαρτώνται από το μέγεθος του δείγματος και το επίπεδο σημαντικότητας ( $\alpha$ ). Η πιθανότητα να απορριφθεί μια αληθής  $H_0$  αντιπροσωπεύεται από το επίπεδο σημαντικότητας (Berlinger et al., 2021).

Ο κύριος σκοπός μιας δοκιμής καλής προσαρμογής είναι να εξετάσει σε ποιο βαθμό ένα συγκεκριμένο μοντέλο (όπως μια κατανομή πιθανότητας) "ταιριάζει" με ένα σύνολο δεδομένων. Αυτού του είδους οι δοκιμές χρησιμοποιούνται για να αξιολογηθεί η καταλληλότητα ενός μοντέλου και για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιούνται στατιστικές μέθοδοι. Αυτό προσφέρει ένα αυστηρό πλαίσιο ανάλυσης, ενώ ταυτόχρονα παρέχει μια μέθοδο για τη σύγκριση του τρόπου που ένα σύνολο δεδομένων «ταιριάζει» με διάφορες εναλλακτικές κατανομές μοντέλων, όπως οι κατανομές πιθανοτήτων – κάτι πολύ σημαντικό κατά τη διαδικασία κατασκευής μοντέλων (Ben-Daya et al., 2016).

Οι δύο πιο γνωστές δοκιμές καλής προσαρμογής για μοντέλα που περιλαμβάνουν συναρτήσεις κατανομής είναι:

1. Η δοκιμή Anderson–Darling για την προσαρμογή συνεχών κατανομών.
2. Η δοκιμή Kolmogorov–Smirnov.

### 2.4.1 Έλεγχος Anderson Darling

Σύμφωνα με τους Knaack and Jens Schneider (2020), ο έλεγχος Anderson-Darling (AD) αναπτύχθηκε το 1954 και αποτελεί βελτίωση του τεστ Cramér-von Mises (CvM). Στόχος ήταν να δοθεί μεγαλύτερη έμφαση στις ουρές της κατανομής για να επιτευχθεί καλύτερη αξιολόγηση της προσαρμογής. Για τον σκοπό αυτό, εισήχθη μια συνάρτηση βάρους:

$$\psi(u) = \frac{1}{u(1-u)} \quad (8)$$

που προστέθηκε στα υπόλοιπα τετραγώνων, όπως δείχνει η σχέση:

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} [Pn(ef) - P(ef)]^2 \psi[P(ef)] dP(ef) = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[Pn(ef) - P(ef)]^2}{P(ef)[1 - P(ef)]} dP(ef) \quad (9)$$

Η συνάρτηση CDF παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1. Επομένως, αυτό είναι το ακριβές διάστημα που ορίζεται η Εξίσωση (8), με την τιμή της συνάρτησης να τείνει στο άπειρο στα άκρα του διαστήματος. Η ολοκληρωτική έκφραση του στατιστικού τεστ μετατρέπεται σε άθροισμα, η οποία αρχικά απλοποιείται με την αντικατάσταση της συνεχούς CDF με  $P(ef)=u$  και  $dP(ef)=du$ . Στη συνέχεια, το ενιαίο ολοκλήρωμα χωρίζεται σε ολοκληρώματα για κάθε βήμα πιθανότητας με  $P(ef,i)=u_i$ . Σύμφωνα με την εκτίμηση της μεθόδου της Καλιφόρνιας, η εμπειρική κατανομή (EDF) είναι  $P_n(ef,i)=p_i=i/n$  για αύξουσα ταξινόμηση με  $ef,1 \leq ef,2 \leq \dots \leq ef,n$ . Για  $p_0=0$  και  $p_n=1$ , το κλάσμα του ολοκληρώματος απλοποιείται. Η απλή ολοκλήρωση και η συλλογή των όρων οδηγούν στο τελικό αποτέλεσμα (Knaack & Jens Schneider, 2020):

$$A^2 = -n + \sum_{i=1}^n \frac{1-2i}{n} [\ln(u_i)) + \ln(1 - u_{n+1-i})] \quad (10)$$

Το τεστ AD όπως και το τεστ CvM βασίζεται σε εκτίμηση της πιθανότητας και δεν χρησιμοποιεί τις εμπειρικές τιμές. Ως εκ τούτου, η ακρίβειά του εξαρτάται από την επιλογή του εκτιμητή πιθανότητας, το οποίο το καθιστά μη κατάλληλο για όλες τις αξιολογήσεις προσαρμογής.

#### 2.4.2 Γενίκευση ελέγχου Anderson–Darling (Generalized Anderson–Darling test)

Δεδομένου ότι το κλασικό τεστ AD βασίζεται στον εκτιμητή πιθανότητας της μεθόδου της Καλιφόρνια, προτείνεται το γενικευμένο τεστ Anderson-Darling (GAD). Η παραγωγή του ακολουθεί παρόμοια διαδικασία, μέχρι το σημείο όπου η εκτίμηση πιθανότητας της μεθόδου Καλιφόρνια αντικαθιστά τη γενική προσέγγιση. Η αντικατάσταση αυτή παραλείπεται και το  $p_i$  διατηρείται απροσδιόριστο. Συγκεντρώνοντας τους ολοκληρωμένους όρους, προκύπτει (Berlinger et al., 2021):

$$AG^2 = n\{-1 - \ln[u_n(1 - u_1)] + \sum_{i=1}^{n-1} [p_i^2 \ln(\frac{u_{i+1}}{u_i}) - (p_i - 1)^2 \ln(\frac{1-u_{i+1}}{1-u_i})]\} \quad (11)$$

Αντικαθιστώντας το  $p_i$  στην Εξίσωση (11) με τον εκτιμητή της μεθόδου της Καλιφόρνια, τότε επιστρέφουμε στην κλασική μορφή της AD, όπως ορίζεται στην Εξίσωση (10). Ένα βασικό πλεονέκτημα του τεστ GAD είναι η ευελιξία στην επιλογή του εκτιμητή πιθανότητας, καθιστώντας δυνατή την ομοιόμορφη χρήση του τόσο για την προσαρμογή συναρτήσεων όσο και για τον έλεγχο καλής προσαρμογής (Berlinger et al., 2021).

Στη συμβατική δοκιμή AD, η πιθανότητα  $p_0$  ορίζεται ως μηδέν και η  $p_n$  ως ένα. Διαφορετικά, η Εξίσωση (9) δεν μπορεί να προσδιοριστεί. Το τεστ GAD, ωστόσο, δίνει τη δυνατότητα

προσαρμογής των θέσεων απεικόνισης, εκτός από την τελευταία, η οποία παραμένει ίδια με εκείνη της EDF. Παρόλα αυτά, η χρήση της τελευταίας θέσης απεικόνισης στην προσαρμογή της CDF και στον έλεγχο καλής προσαρμογής δεν είναι απολύτως συνεπής όταν ο εκτιμητής πιθανότητας δεν είναι της μορφής  $i/n$ . Αυτή η ασυνέπεια είναι πιο εμφανής σε μικρά δείγματα, όπου η τελευταία θέση απεικόνισης αποκλίνει περισσότερο από τη μονάδα (Berlinger et al., 2021).

Για να επιτραπεί η προσαρμογή ακόμη και της τελευταίας θέσης απεικόνισης  $p_n$ , η συνάρτηση βάρους  $\psi(u)$  της κλασικής δοκιμής AD διαχωρίζεται, ώστε να προκύψουν δύο στατιστικά τεστ: το ένα δίνει μεγαλύτερο βάρος στις χαμηλές τιμές απεικόνισης, ενώ το άλλο δίνει έμφαση στις υψηλότερες τιμές. Υιοθετώντας την προσέγγιση με αυξημένο βάρος στο κάτω όριο έχουμε:

$$\psi(u) = \frac{1}{u} \quad (12)$$

Στην Εξίσωση (9), η μετατροπή του ολοκληρώματος σε αθροιστική μορφή με την διατήρηση των θέσεων απεικόνισης  $p_i$  ως ορίσματα, οδηγεί σε μια νέα στατιστική δοκιμή.

$$A_{G,LT}^2 = n\left\{\frac{1}{2} - 2p_n(1 - u_n) - p_n^2 \ln(u_n) + \sum_{i=1}^{n-1} [p_i^2 \ln\left(\frac{u_i+1}{u_i}\right) + 2p_i(u_i - u_{i+1})]\right\} \quad (13)$$

Σύμφωνα με την Εξίσωση (13), η  $n$ -οστή θέση απεικόνισης μπορεί πλέον να επιλεγεί ελεύθερα. Ωστόσο, όσον αφορά τη βαθμωτή συνάρτηση, πρέπει να σημειωθεί ότι ακόμη και για πολύ μεγάλες τιμές του  $\varepsilon$  (όταν τείνει στο άπειρο), η πιθανότητα εμφάνισης μιας επιπλέον παρατήρησης δεν φτάνει ποτέ στο ένα. Αυτό συμβαίνει μόνο εάν χρησιμοποιηθεί εκτιμητής που ορίζει την τελευταία θέση απεικόνισης ως μονάδα.

Αυτό σημαίνει ότι η απόκλιση μεταξύ του τελευταίου βήματος και της CDF αυξάνεται απεριόριστα. Παρ' όλα αυτά, λόγω της παράλληλης μείωσης του αντίστοιχου βάρους, η συνολική επίδραση στη στατιστική δοκιμή παραμένει αμελητέα, ιδίως για μεγάλα μεγέθη δειγμάτων (Berlinger et al., 2021).

### 2.4.3 Έλεγχος Kolmogorov–Smirnov

Το τεστ Kolmogorov–Smirnov (KS) αποτελεί μια κατάλληλη μέθοδο ελέγχου για δείγματα μικρού μεγέθους. Σε αυτή την περίπτωση, τα δεδομένα της δοκιμής αντιμετωπίζονται ως η εμπειρική αθροιστική συνάρτηση κατανομής  $P_n(\varepsilon f)$ , γνωστή και ως EDF, η οποία προσδιορίζεται μέσω της σχέσης (Berlinger et al., 2021):

$$P_n(\varepsilon f) = \frac{\text{number of observations} \leq \varepsilon f}{n} \quad (14)$$



Σε κάθε διακριτό βήμα της EDF, συγκρίνονται το αρχικό και το τελικό σημείο με την θεωρητική CDF  $P(\varepsilon f)$  στη συγκεκριμένη θέση του οριζόντιου άξονα (τετμημένη), προσδιορίζοντας τις αποκλίσεις ( $D^+$  και  $D^-$ ). Η μέγιστη απόκλιση που παρατηρείται χρησιμοποιείται ως το στατιστικό τεστ  $D$  και υπολογίζεται με:

$$D^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \left| \frac{i}{n} - P(\varepsilon f, i) \right| \quad (15)$$

και

$$D^- = \max_{1 \leq i \leq n} \left| \frac{i-1}{n} - P(\varepsilon f, i) \right| \quad (16)$$

Οπότε

$$D = \max[D^+, D^-] \quad (17)$$

Η μηδενική υπόθεση  $H_0$  στο τεστ KS υποστηρίζει ότι η EDF προέρχεται από τον ίδιο πληθυσμό με τη θεωρητική CDF. Για δείγματα με μέγεθος μεγαλύτερο από 35, η κρίσιμη τιμή της απόκλισης ( $D_{crit}$ ), η οποία καθορίζει την απόρριψη της  $H_0$ , μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά ως (Berlinger et al., 2021):

$$D_{crit} = \sqrt{-\frac{1}{2n} \ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (18)$$

όπου  $n$  ο συνολικός αριθμός των παρατηρήσεων και  $\alpha$  η επιλεγμένη στατιστική σημαντικότητα.

## 2.5 Παραμετρική Εκτίμηση (Parametric estimation)

Η εκτίμηση παραμέτρων αναφέρεται σε μεθόδους που χρησιμοποιούν τα δεδομένα για να υπολογίσουν αριθμητικές τιμές για παραμέτρους των οποίων οι ακριβείς τιμές είναι άγνωστες. Τα δεδομένα προέρχονται από ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους  $n$  του εξεταζόμενου πληθυσμού και στόχος είναι να εκτιμηθεί μια παράμετρος  $\theta$ , η οποία μπορεί να είναι διάνυσμα. Η διαδικασία εκτίμησης είναι ένας τύπος ή εξίσωση (ρητή ή υπόρρητη). Το αποτέλεσμα σημειώνεται ως  $\hat{\theta}$  και για να το εκφράσουμε σε σχέση με το δείγμα, γράφουμε  $\hat{\theta}(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$  ή  $\hat{\theta}(y_1, y_2, \dots, y_n)$ , ανάλογα με το αν το  $\hat{\theta}$  είναι τυχαία μεταβλητή ή μια σταθερή αριθμητική τιμή. Το πρώτο ονομάζεται εκτιμητής και το δεύτερο εκτίμηση (Ben-Daya et al., 2016).

Είναι σημαντικό να γίνει κατανοητό ότι σε αυτή τη διαδικασία υπάρχει αβεβαιότητα—διαφορετικά δείγματα από τον ίδιο πληθυσμό μπορεί να δώσουν διαφορετικά αποτελέσματα για το  $\hat{\theta}$ . Η αβεβαιότητα πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά την επιλογή της κατάλληλης μεθοδολογίας και κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Μια κοινή προσέγγιση είναι η εκτίμηση διαστημάτων εμπιστοσύνης, τα οποία καθορίζονται έτσι ώστε η πιθανότητα το διάστημα να περιέχει την πραγματική τιμή της παραμέτρου  $\theta$  να είναι μια συγκεκριμένη ποσότητα,  $\gamma$ . Συνήθως, το  $\gamma$  είναι 0,95 ή 0,99 και τα αποτελέσματα αναφέρονται ως διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και 99%, αντίστοιχα (Ben-Daya et al., 2016).

Υπάρχουν δύο βασικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των παραμέτρων: η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων και η μέθοδος της μέγιστης πιθανότητας (Myung, 2003).

### 2.5.1 Μέθοδος της μέγιστης πιθανότητας (Maximum likelihood method)

Μια διαδικασία εκτίμησης ευρέως εφαρμόσιμη είναι η μέθοδος της μέγιστης πιθανότητας (ML). Εφαρμόζοντας τη μέθοδο, διατυπώνουμε τη συνάρτηση πιθανότητας, η οποία είναι η κοινή κατανομή των δεδομένων. Αυτή εκφράζεται ως συνάρτηση των παραμέτρων της κατανομής και των δεδομένων  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ . Ο εκτιμητής μέγιστης πιθανότητας (MLE) των παραμέτρων είναι το σύνολο των τιμών που μεγιστοποιεί αυτή τη λειτουργία. Η ιδέα είναι ότι η συνάρτηση πιθανότητας αντιπροσωπεύει τη κοινή πιθανότητα των δεδομένων και επιλέγονται τιμές παραμέτρων, οι οποίες μεγιστοποιούν την πιθανότητα από τη λήψη του δείγματος που πραγματικά παρατηρήθηκε. Αυτό συχνά ονομάζεται αρχή πιθανότητας (Ben-Daya et al., 2016).

Εάν οι χρόνοι αποτυχίας  $n$  αντικειμένων είναι στατιστικά ανεξάρτητοι, η συνάρτηση πιθανότητας δίνεται από:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \theta) \quad (19)$$

όπου  $f(y; \theta)$  είναι η συνάρτηση πυκνότητας αποτυχίας. Στην περίπτωση των ατελών δεδομένων (με στατιστικά ανεξάρτητες αποτυχίες), αναδιατάσσουμε το σύνολο των δεδομένων για τα πρώτα  $r$  δεδομένα και έχουμε  $Y_i = y_i$ , ενώ για τα υπόλοιπα δεδομένα έχουμε  $Y_i > a_i$ ,  $i = r+1, \dots, n$ . Η συνάρτηση πιθανότητας δίνεται από:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^r f(y_i; \theta) \prod_{i=r+1}^n [1 - F(a_i; \theta)] \quad (20)$$

όπου  $F(y; \theta)$  είναι η συνάρτηση κατανομής αποτυχίας.

Η μεγιστοποίηση της συνάρτησης πιθανότητας είναι απλή εάν το εύρος παραμέτρων είναι άπειρο και η κατανομή είναι παραγωγήσιμη ως προς την παράμετρο  $\theta$  (ή τους παράγοντες της  $\theta$  στην περίπτωση πολλαπλών παραμέτρων). Οι εξισώσεις πιθανότητας προκύπτουν εξισώνοντας τις παραγώγους με το μηδέν και επιλύοντας τις εξισώσεις για να βρούμε τις εκτιμήσεις των παραμέτρων. Επίσης, χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι μεγιστοποίησης (Ben-Daya et al., 2016).

### 2.5.2 Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων (Least Squares Method)

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απαιτεί την προσαρμογή μιας ευθείας γραμμής σε ένα σύνολο σημείων δεδομένων, έτσι ώστε το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων των σημείων από την ευθεία γραμμή να ελαχιστοποιείται (Ben-Daya et al., 2009).

Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα σύνολο με ζεύγη δεδομένων  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ , τα οποία έχουν ληφθεί και απεικονιστεί και οι τιμές των  $x$  είναι γνωστές. Σύμφωνα με την αρχή των ελαχίστων τετραγώνων, με την οποία ελαχιστοποιείται η κατακόρυφη απόσταση ανάμεσα στα σημεία δεδομένων και την ευθεία γραμμή που ταιριάζει στα δεδομένα, η καλύτερη προσαρμοσμένη ευθεία είναι η γραμμή  $y = \hat{a} + \hat{b}x$ , όπου  $\hat{a}$  είναι η εκτίμηση του  $a$  και  $\hat{b}$  είναι η εκτίμηση του  $b$ . Αυτοί οι εκτιμητές προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης των ελαχίστων τετραγώνων (Ben-Daya et al., 2009):

$$L(a, b) = \sum_{i=1}^N (a + bx_i - y_i)^2 \quad (21) \text{ και δίνονται από}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N}}{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^N x_i)^2}{N}} \quad (22) \text{ και}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} - \hat{b} \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \quad (23)$$

Σημειώνεται ότι η μέθοδος εκτίμησης των ελαχίστων τετραγώνων αποδίδει καλύτερα όταν εφαρμόζεται σε σύνολα δεδομένων που περιλαμβάνουν πλήρη δεδομένα, χωρίς να υπάρχουν λογοκριμένα ή δεδομένα που ανήκουν σε κάποιο διάστημα.

## 2.6 Μη παραμετρική εκτίμηση (Non Parameter Estimation)

Τα μη παραμετρικά μοντέλα είναι ιδιαίτερα ευέλικτα, καθώς η δομή τους δεν ορίζεται εκ των προτέρων, αλλά διαμορφώνεται με βάση τα δεδομένα. Αυτό σημαίνει ότι δεν έχουν σταθερό αριθμό παραμέτρων και προσαρμόζονται δυναμικά (Turkson, 2021). Η μη παραμετρική εκτίμηση αναφέρεται σε στατιστικές μεθόδους που δεν απαιτούν την υπόθεση ότι τα δεδομένα ακολουθούν συγκεκριμένη κατανομή και συνεπώς καθίσταται ως μια προσέγγιση ανεξάρτητη από κατανομές (Wang & Wang, 2023). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο εκτιμητής Kaplan-Meier (K.M.), ο οποίος αποτελεί μία από τις πιο διαδεδομένες μη παραμετρικές μεθόδους (Turkson, 2021).

### 2.6.1 Εκτιμητής Kaplan-Meier

Ο εκτιμητής KM βασίζεται στην εμπειρική εξίσωση αξιοπιστίας ενός πλήρους συνόλου δεδομένων (Wang & Wang, 2023). Είναι μια μη παραμετρική μέθοδος που αναπτύχθηκε το 1958 από τους Kaplan και Meier για την ανάλυση δεδομένων διάρκειας ζωής που περιλαμβάνουν λογοκριμένες τιμές. Η συμβολή τους θεωρείται από τις πιο σημαντικές στη στατιστική ανάλυση του περασμένου αιώνα (Kvam et al., 2023).

Όταν δεν υπάρχουν λογοκριμένες παρατηρήσεις, ο εκτιμητής KM ταυτίζεται με τον MLE. Ωστόσο, σε περιπτώσεις λογοκριμένων τιμών, προκύπτει μια σημαντική διαφορά: το βάρος της λογοκριμένης τιμής δεν απορρίπτεται, αλλά κατανέμεται εξίσου στις υπόλοιπες τιμές που καταγράφηκαν μετά από αυτήν. Αυτή η προσέγγιση βασίζεται στη λογική ότι η ακριβής τιμή της λογοκριμένης παρατήρησης είναι μεγαλύτερη από την τιμή καταγραφής, αλλά δεν υπάρχει επαρκής πληροφόρηση για τον ακριβή της προσδιορισμό (Kvam et al., 2023).

Για την κατασκευή μιας καμπύλης KM, απαιτούνται δεδομένα σχετικά με τον χρόνο μέχρι την εμφάνιση του συμβάντος ενδιαφέροντος (π.χ., σε ημέρες, μήνες ή χρόνια) και μια δυαδική μεταβλητή που δείχνει εάν το άτομο έχει βιώσει το συμβάν ή όχι τη δεδομένη χρονική στιγμή (D'Arrigo et al., 2021).

Ο χρόνος μεταξύ της ένταξης ενός ατόμου στη μελέτη και της εμφάνισης του συμβάντος ή της λήξης της παρατήρησης αναπαρίσταται από μια τυχαία μεταβλητή  $T$  ( $T > 0$ ), γνωστή ως «χρόνος επιβίωσης». Αν έχουμε  $n$  συμμετέχοντες και τους χρόνους παρατήρησης  $t_1, t_2, \dots, t_j$ , ( $j \leq n$ ) τότε ο χρόνος επιβίωσης στη χρονική στιγμή  $i$  δίνεται από  $T_i = t_j - t_i$ .

Η KM μέθοδος εκτιμά την υπό όρους πιθανότητα επιβίωσης, δηλαδή την πιθανότητα ένα άτομο να επιβιώσει για έναν συγκεκριμένο αριθμό ημερών, υπό την προϋπόθεση ότι είχε επιβιώσει μέχρι την προηγούμενη χρονική στιγμή. Η υπό όρους πιθανότητα (ή αθροιστική πιθανότητα επιβίωσης) είναι η πιθανότητα  $\widehat{S}(t)$  ένα άτομο να επιβιώσει x ημέρες μετά την εισαγωγή του στη μελέτη, υπό την προϋπόθεση ότι έχει επιβιώσει τις προηγούμενες ημέρες.

Σε ένα υποθετικό σενάριο, εάν κάποιος ασθενής μιας μονάδας εντατικής θεραπείας επιβιώσει για τρεις ημέρες, η αθροιστική επιβίωση (που υπολογίζεται με τον κανόνα του γινομένου των υπό όρων πιθανοτήτων) δίνεται από το γινόμενο των πιθανοτήτων επιβίωσης την 1η ημέρα ( $p_1$ ), τη 2η ημέρα ( $p_2$ ) και την 3η ημέρα ( $p_3$ ) (D'Arrigo et al., 2021):

$$\widehat{S}(t) = p_1 * p_2 * p_3 \quad (24)$$

Αν συμβολίσουμε με  $d_j$  τον αριθμό των αντικειμένων που βιώνουν το συμβάν ενδιαφέροντος στη στιγμή  $t_j$  και με  $n_j$  τον αριθμό των αντικειμένων που παραμένουν σε κίνδυνο εκείνη τη στιγμή, τότε η πιθανότητα θανάτου τη στιγμή  $t_j$  δίνεται από:

$$\hat{q} = \frac{d_j}{n_j} \quad (25)$$

Συνεπώς, η πιθανότητα επιβίωσης στη χρονική στιγμή  $t_j$  είναι:

$$\hat{p} = 1 - \hat{q} = \frac{n_j - d_j}{n_j} \quad (26)$$

Το συνολικό ποσοστό επιβίωσης πέρα από τη στιγμή  $t_j$  προκύπτει από το γινόμενο όλων των επιμέρους πιθανοτήτων επιβίωσης (D'Arrigo et al., 2021):

$$\widehat{S}(t) = \prod_{j/t_j \leq t} \hat{P}_j \quad (27)$$

Αυτή είναι η εκτίμηση KM, και η διακύμανση της εκτιμάται με τη σχέση του Greenwood:

$$Var[\widehat{S}(t)] = S(t)^2 \sum_{j/t_j \leq t} \frac{d_j}{n_j(n_j - d_j)} \quad (28)$$

Η διακύμανση αυτή είναι αντιστρόφως ανάλογη του αριθμού των ατόμων που βρίσκονται σε κίνδυνο.

## 2.7 Κατανομές (Distributions)

Σε αυτή την ενότητα, θα δοθεί έμφαση στις πιο διαδεδομένες και χρήσιμες κατανομές για την ανάλυση δεδομένων ζωής. Η ομοιόμορφη κατανομή αποτελεί μία από τις θεμελιώδεις συνεχείς κατανομές στις πιθανότητες και τη στατιστική (Οικονόμου et al., 2023), ενώ η εκθετική κατανομή αποτελεί ένα συχνά χρησιμοποιούμενο μοντέλο για την περιγραφή πραγματικών φαινομένων σε τομείς όπως η μηχανική, οι επιχειρήσεις, τα οικονομικά, η ιατρική και η βιολογία (Menberu & Goshu, 2024). Η λογαριθμολογιστική, η λογαριθμοκανονική και η Weibull αποτελούν τις τρεις πιο διαδεδομένες κατανομές του λογαριθμοτοποθεσιακού-κλιμακωτού μοντέλου, το οποίο χρησιμοποιείται εκτενώς σε ιατρικές και μηχανικές μελέτες (Taketomi et al., 2022). Ακολουθεί αναλυτική παρουσίαση τους, με παράθεση των μαθηματικών τύπων που τις περιγράφουν.

### 2.7.1 Ομοιόμορφη Κατανομή (Uniform Distribution)

Η συγκεκριμένη κατανομή βρίσκει ευρεία εφαρμογή σε διάφορους τομείς, όπως η προσομοίωση τυχαίων διαδικασιών και η μοντελοποίηση συστημάτων. Κάθε τιμή της μέσα σε ένα συγκεκριμένο εύρος εμφανίζεται με την ίδια πιθανότητα. Όσον αφορά τις προσομοιώσεις, χρησιμοποιείται ως σημείο εκκίνησης για τη δημιουργία άλλων κατανομών μέσω της μεθόδου αντίστροφης συνάρτησης κατανομής. Επιπλέον, χρησιμοποιείται στην κρυπτογραφία για τη δημιουργία τυχαίων κλειδιών, καθώς και στην ανάλυση συστημάτων για την περιγραφή της αβεβαιότητας (Οικονόμου et al., 2023).

Σύμφωνα με τους Ben Daya et al. (2016):

η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (CDF) δίνεται από τη σχέση:

$$F(x; \theta) = \frac{x-a}{b-a}, a \leq x \leq b \quad (29)$$

Το ζεύγος παραμέτρων είναι  $\theta = \{a, b\}$ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) είναι:

$$f(x; \theta) = \frac{1}{b-a}, a \leq x \leq b \quad (30)$$

Η συνάρτηση ρυθμού αποτυχίας δίνεται από την εξής σχέση:

$$h(x) = \frac{1}{b-x} \quad (31)$$

### 2.7.2 Εκθετική Κατανομή (Exponential distribution)

Όταν ένα σύστημα παρουσιάζει σταθερό ρυθμό αστοχίας, περιγράφεται από την εκθετική κατανομή. Αυτή χρησιμοποιείται σε μελέτες αξιοπιστίας, καθώς υπάρχουν συστήματα που εμφανίζουν συνεπή και σταθερό ρυθμό αστοχίας. Λόγω της απλότητας των μαθηματικών της ιδιοτήτων, θεωρείται μια από τις πιο εύκολες κατανομές στην ανάλυση αξιοπιστίας (Yanming Yang, 2019).

Επιπλέον, στη μοντελοποίηση των διαδικασιών Poisson, η χρονική απόσταση μεταξύ γεγονότων μπορεί συχνά να εκτιμηθεί μέσω της εκθετικής κατανομής. Ωστόσο, πρακτικά η υπόθεση των σταθερών ρυθμών κινδύνου και των σταθερών ρυθμών εμφάνισης γεγονότων δεν ισχύει πάντα, γεγονός που περιορίζει την προσαρμοστικότητα αυτού του μοντέλου (Menberu & Goshu, 2024).

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function) δίνεται από τη σχέση (Ben-Daya et al., 2009):

$$f(t) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (32)$$

όπου  $t \geq 0$  και  $\theta > 0$  είναι σταθερά.

Η μέση τιμή και η διακύμανση της εκθετικής κατανομής, συμβολίζονται ως  $\mu$  και  $\sigma^2$  και ορίζονται από τις εξισώσεις:

$$\mu = \theta \quad (33)$$

$$\sigma^2 = \theta^2 \quad (34)$$

Όταν χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση του χρόνου μέχρι την αστοχία ενός συστήματος ή ενός εξαρτήματος, η παράμετρος  $\theta$  αντιστοιχεί στον μέσο χρόνο μέχρι την αστοχία (MTTF). Επίσης, ο ρυθμός αστοχίας παραμένει σταθερός και ισούται με  $1/\theta$  (Ben-Daya et al., 2009).

### 2.7.3 Weibull Κατανομή (Weibull distribution)

Η ανάλυση δεδομένων αξιοπιστίας αποτελεί βασική προσέγγιση για τη μελέτη της διάρκειας ζωής του εξοπλισμού, την κατανόηση των κανόνων εμφάνισης βλαβών, τη διερεύνηση των μηχανισμών αστοχίας και την ανάπτυξη κατάλληλων στρατηγικών συντήρησης (Yang, Li, & Xu, 2022).

Η κατανομή Weibull και οι παραλλαγές της μπορούν να προσαρμοστούν σε διάφορα μοτίβα ρυθμού αστοχίας. Το γεγονός αυτό την καθιστά ως ένα σημαντικό εργαλείο στη μηχανική αξιοπιστίας και στη μοντελοποίηση της διάρκειας ζωής (Jia, 2020).

Χάρη στην ικανότητά της να περιγράφει διάφορες μορφές καμπυλών ρυθμού αποτυχίας, αποτελεί ένα από τα πιο διαδεδομένα εργαλεία στην ανάλυση αξιοπιστίας. Με τις πολλαπλές μορφές και χαρακτηριστικά της, προσφέρει ένα αξιόπιστο μοντέλο για την ανάλυση δεδομένων βλαβών σε πραγματικές συνθήκες. Στον αεροπορικό εξοπλισμό, που αποτελεί ένα σύνθετο σύστημα, τα χαρακτηριστικά των βλαβών είναι επίσης πολύπλοκα, γεγονός που καθιστά την κατανομή των βλαβών ποικιλόμορφη. Η κατανομή Weibull μπορεί να αξιοποιηθεί για την κατανόηση των χαρακτηριστικών βλαβών σε διάφορα στάδια λειτουργίας, καθώς και σε διαφορετικές κατηγορίες αεροπορικού εξοπλισμού. Η εμπειρία έχει δείξει ότι η συγκεκριμένη κατανομή είναι ιδανική για την ανάλυση αξιοπιστίας δεδομένων διάρκειας ζωής εξαρτημάτων αεροσκαφών, εξαιτίας της εξαιρετικής της ευελιξίας και προσαρμοστικότητας (Yang, Li, & Xu, 2022).

Παράλληλα αποτελεί μία από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες κατανομές διάρκειας ζωής στον τομέα της συντήρησης. Χαρακτηρίζεται από ευελιξία, καθώς μπορεί να προσαρμόζεται σε διάφορες μορφές. Η συνάρτηση ρυθμού αποτυχίας της εξαρτάται από την τιμή της παραμέτρου μορφής ( $\beta$ ) και μπορεί να είναι φθίνουσα, σταθερή ή αυξανόμενη. Αυτή η προσαρμοστικότητα την καθιστά ιδανική για την ανάλυση της συμπεριφοράς αποτυχίας πολλών πραγματικών συστημάτων (Ben-Daya et al., 2009).

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function) δίνεται από τη σχέση:

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{(\beta-1)} * e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta} \quad (35)$$

Η συνάρτηση αξιοπιστίας δίνεται από τον τύπο:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta} \quad (36)$$

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cumulative distribution function) δίνεται από τη σχέση:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta} \quad (37)$$



Ο Μέσος Χρόνος μέχρι τη Βλάβη (Mean Time to Failure) δίνεται από τη σχέση:

$$MTTF = \theta * \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (38)$$

όπου  $\Gamma(\cdot)$  είναι η Κατανομή Γάμμα (Gamma Function).

Η συνάρτηση ρυθμού βλαβών (Failure Rate) δίνεται από τον τύπο:

$$h(t) = \frac{\beta}{\theta} * \left(\frac{t}{\theta}\right)^{(\beta-1)} \quad (39)$$

όπου  $t \geq 0$ ,  $\beta > 0$ ,  $\theta > 0$ ,  $\theta$  η παράμετρος κλίμακας (scale parameter) και  $\beta$  η παράμετρος μορφής (shape parameter) (Ben-Daya et al., 2009).

#### 2.7.4 Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Log-normal distribution)

Μετά την εκθετική και την Weibull, η λογαριθμοκανονική κατανομή θεωρείται η τρίτη πιο διαδεδομένη κατανομή. Είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική στην προσαρμογή δεδομένων για την ανάλυση αξιοπιστίας, όπως η μελέτη του χρόνου αστοχίας εξοπλισμού σε δοκιμές κόπωσης ή σε δοκιμές αξιοπιστίας σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας. Η δημοτικότητά της οφείλεται κυρίως στη στενή της σχέση με την κανονική κατανομή. Παρόλα αυτά, η λογαριθμοκανονική κατανομή παρέχει συχνά εξαιρετική προσαρμογή σε δεδομένα που δεν σχετίζονται άμεσα με την κανονική κατανομή (Taketomi et al., 2022).

Εφαρμόζεται κυρίως σε θετικές τιμές και έχει σημαντική χρήση σε κλάδους όπως η μηχανική, η οικονομία και η ιατρική. Το χαρακτηριστικό αυτό την καθιστά ιδανική για τη μέτρηση δεδομένων και την πρόβλεψη τάσεων στους τομείς που αναφέρθηκαν. Επειδή η συλλογή πραγματικών δεδομένων μπορεί να είναι δύσκολη λόγω της περιπλοκότητας των μετρήσεων, η χρήση προσομοιώσεων που βασίζονται στη λογαριθμοκανονική κατανομή αποτελεί μια αποτελεσματική λύση για την ανάλυση και πρόβλεψη (Aslam, 2024).

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function) δίνεται από τη σχέση (Ben-Daya et al., 2009):

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2} \quad (40)$$

Όπου  $\mu$  και  $\sigma$  είναι οι παράμετροι της κατανομής με  $\sigma > 0$ .

Εάν μια τυχαία μεταβλητή  $X$  ορίζεται ως  $X = \ln T$ , όπου το  $T$  ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή με παραμέτρους  $\mu$  και  $\sigma$ , τότε η  $X$  κατανέμεται κανονικά με μέση τιμή  $\mu$  και τυπική

απόκλιση  $\sigma$ . Αυτή η ιδιότητα επιτρέπει την αξιοποίηση της τυπικής κανονικής κατανομής σε υπολογισμούς που αφορούν τη λογαριθμοκανονική κατανομή.

Οι εκφράσεις για τη μέση τιμή και τη διακύμανσή της είναι οι εξής:

$$Mean = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (41)$$

$$Variance = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \quad (42)$$

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cumulative distribution function) δίνεται από τη σχέση:

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\sigma\tau\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2} d\tau \quad (43)$$

Η συνάρτηση αξιοπιστίας δίνεται από τον τύπο:

$$R(t) = P(T > t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right) \quad (44)$$

Η συνάρτηση ρυθμού βλαβών (Failure Rate) δίνεται από τον τύπο:

$$h(t) = \frac{\varphi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)}{t\sigma[1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)]}, \quad (45)$$

όπου  $\varphi$  και  $\Phi$  αντιστοιχούν στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) και στην αθροιστική συνάρτηση κατανομής (CDF) της τυπικής κανονικής κατανομής, αντίστοιχα (Ben-Daya et al., 2009).

### 2.7.5 Λογαριθμολογιστική Κατανομή (Loglogistic distribution)

Η κατανομή Loglogistic (LL), έχει μια ευέλικτη και προσαρμόσιμη μαθηματική μορφή. Ανήκει στην ομάδα των παραμετρικών μοντέλων για τον υπολογισμό του χρόνου επιβίωσης, όπου η συνάρτηση κινδύνου αρχικά αυξάνεται και στη συνέχεια μειώνεται, και ενίοτε μπορεί να εμφανίζει μια κορυφή. Η κατανομή LL μπορεί να λειτουργήσει ως κατάλληλο εναλλακτικό μοντέλο για την κατανομή Weibull (Al-Shomrani et al., 2016).

Η LL είναι μια ευρέως χρησιμοποιούμενη κατανομή που αρχικά εφαρμόστηκε για να μελετηθεί η πληθυσμιακή ανάπτυξη. Στον τομέα της ανάλυσης εισοδηματικής ανισότητας, είναι γνωστή ως κατανομή Fisk, λόγω της εργασίας του Fisk (1961). Επιπλέον, έχει εφαρμογή

σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους, όπως η ανάλυση αξιοπιστίας, η ανάλυση επιβίωσης, η αναλογιστική επιστήμη, η οικονομία, η μηχανική και η υδρολογία (Lima & Cordeiro, 2017).

Σε ορισμένες περιπτώσεις, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εναλλακτική της λογαριθμοκανονικής κατανομής, καθώς περιγράφει μια αυξανόμενη συνάρτηση ρυθμού αποτυχίας (hazard rate function). Επιπλέον, η εφαρμογή της είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε λογοκριμένα δεδομένα (censored data), τα οποία εμφανίζονται συχνά σε αναλύσεις αξιοπιστίας και στα πειράματα διάρκειας ζωής (Lima & Cordeiro, 2017).

Σύμφωνα με τους Yang, Li, & Cui (2022),  $\mu$  είναι η παράμετρος θέσης και  $\sigma$  η παράμετρος κλίμακας και ισχύει ότι:

$$\mu = \ln a \quad (46)$$

$$\sigma = 1/\beta \quad (47)$$

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) της LL δίνεται από τη σχέση:

$$f(t; \alpha, \beta) = \frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}}{\left(1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right)^2}, t > 0 \quad (48)$$

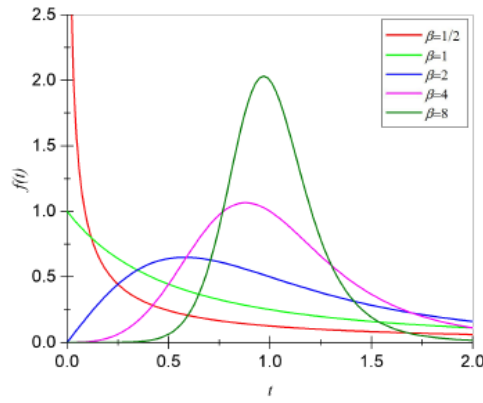
Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (CDF) της LL κατανομής για την αποτυχία δίνεται από:

$$F(t; \alpha, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{-\beta}} = \frac{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}{1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}, \quad (49)$$

όπου  $\alpha > 0$  είναι η παράμετρος κλίμακας (scale parameter), η οποία αντιστοιχεί στη διάμεσο της LL, και  $\beta > 0$  είναι η παράμετρος σχήματος (shape parameter), η οποία καθορίζει το σχήμα της PDF.

Παρατηρείται ότι η καμπύλη της PDF για αυτήν την κατανομή μπορεί να έχει εντελώς διαφορετικά σχήματα, καθώς η κατανομή μπορεί να είναι μονοτονικά φθίνουσα, μονοκόρυφη (unimodal) ή δεξιά λοξή (right-skewed). Όσο αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου σχήματος  $\beta$ , η καμπύλη της PDF γίνεται πιο συμμετρική.

Λόγω της ευελιξίας και της ποικιλίας των πιθανών σχημάτων της PDF, η LL έχει αποκτήσει αυξανόμενη εφαρμογή στον τομέα της ανάλυσης αξιοπιστίας, συμπεριλαμβανομένων τομέων όπως η οικονομία, τα δίκτυα, οι μεταφορές, το περιβάλλον και άλλες εφαρμογές αξιοπιστίας. Αποτελεί δηλαδή ένα αποτελεσματικό και αποδοτικό εργαλείο για την προσαρμογή δεδομένων.



*Εικόνα 1: The PDF curves of Log-Logistic distribution*

Στην Εικόνα 1 φαίνονται οι διάφορες μορφές που μπορεί να πάρει η καμπύλη PDF ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου σχήματος ( $\beta$ ).

Η συνάρτηση αξιοπιστίας εκφράζει την πιθανότητα η διάρκεια ζωής ενός προϊόντος να είναι μεγαλύτερη από έναν καθορισμένο χρόνο. Ονομάζεται συνάρτηση επιβίωσης και συμβολίζεται ως  $R(t)$ . Η εν λόγω συνάρτηση δίνεται από τη σχέση (Yang, Li, & Cui, 2022):

$$R(t; a, \beta) = 1 - F(t; a, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{a}\right)^\beta} \quad (50)$$

Η συνάρτηση ρυθμού αποτυχίας αναφέρεται ως ρυθμός αποτυχίας ή συνάρτηση κινδύνου (hazard rate) και συμβολίζεται ως  $\lambda(t)$  ή  $h(t)$ . Η συνάρτηση της δίνεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\lambda(t; a, \beta) = h(t; a, \beta) = \frac{f(t; a, \beta)}{R(t; a, \beta)} = \frac{\left(\frac{\beta}{a}\right) \left(\frac{t}{a}\right)^{\beta-1}}{1 + \left(\frac{t}{a}\right)^\beta} \quad (51)$$

Η συνάρτηση του MTTF δίνεται από τη σχέση (Lima & Cordeiro, 2017):

$$E(T) = MTTF = \frac{\pi a \beta^{-1}}{\sin(\pi \beta^{-1})}, \quad \beta > 1 \quad (52)$$

Η συνάρτηση των εκατοστιαίων σημείων (quantiles) μπορεί να εκφραστεί ως η αντίστροφη συνάρτηση της αθροιστικής κατανομής αστοχίας (CDF) ως ακολούθως (Yang, Li, & Cui, 2022):

$$M_p = F^{-1}(p; a, \beta) = a \left( \frac{p}{1-p} \right)^{\frac{1}{\beta}}, \quad (53)$$

όπου  $p = F(x_p)$ ,  $0 < p < 1$ .

## 2.8 Διάγραμμα Pareto (Pareto Chart)

Το διάγραμμα Pareto αποτελεί ένα γραφικό τρόπο απεικόνισης ποιοτικών δεδομένων. Για τη δημιουργία του οι κατηγορίες ταξινομούνται με βάση τη συχνότητά τους, από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη και προκύπτει ως ένα ιστόγραμμα. Το ύψος των ράβδων αντιστοιχεί στη συχνότητα εμφάνισης κάθε κατηγορίας, ενώ οι κατηγορίες αναγράφονται στον οριζόντιο άξονα (Ben-Daya et al., 2016).

Το εν λόγω διάγραμμα παρουσιάζει το πλεονέκτημα ότι είναι εύκολο στην κατανόηση και την ερμηνεία, διότι συνδυάζει στοιχεία από ραβδογράμματα και διαγράμματα γραμμών. Αυτός ο συνδυασμός επιτρέπει την ταχύτερη αναγνώριση των προβλημάτων που μπορεί να εμφανιστούν είτε στο πεδίο εργασίας είτε στο εσωτερικό μιας επιχείρησης. Η χρήση ενός τέτοιου διαγράμματος συμβάλλει στον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης για το εκάστοτε ζήτημα, ενώ παράλληλα εξασφαλίζει μεγαλύτερη ακρίβεια στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων (Wiranto, 2023).

Η αρχή του Pareto, γνωστή επίσης ως κανόνας 80/20, αποτελεί ένα από τα πιο βασικά εργαλεία ποιότητας που αναγνωρίζονται από την Αμερικανική Εταιρεία Ποιότητας (ASQ) για τη βελτίωση των διαδικασιών. Το διάγραμμα Pareto δίνει τη δυνατότητα στους ειδικούς ποιότητας να λαμβάνουν τεκμηριωμένες αποφάσεις και να ιεραρχούν τις παρεμβάσεις που απαιτούνται για την επίτευξη των στόχων τους. Η κεντρική ιδέα του διαγράμματος βασίζεται στην παραδοχή ότι οι παράγοντες που επηρεάζουν ένα αποτέλεσμα δεν έχουν την ίδια βαρύτητα. Εστιάζοντας αρχικά στους παράγοντες που έχουν τη μεγαλύτερη επίδραση, μπορεί να επιταχυνθεί η επίτευξη του επιθυμητού αποτελέσματος, εξοικονομώντας έτσι χρόνο, κόπο και περιττά κόστη (Alkiayat, 2021).

## 2.9 Συσχέτιση (Correlation)

Η συσχέτιση αναφέρεται στη σχέση που υπάρχει μεταξύ δύο μεταβλητών, δηλαδή στο πώς η μεταβολή της μίας μεταβλητής επηρεάζει την άλλη. Αν η αύξηση της μίας μεταβλητής συνοδεύεται με αύξηση της άλλης, έχουμε θετική συσχέτιση. Αντιθέτως, αν η αύξηση της μίας μεταβλητής οδηγήσει σε μείωση της άλλης, τότε προκύπτει αρνητική συσχέτιση. Ο όρος

συσχέτιση χρησιμοποιείται κυρίως για να περιγράψει γραμμικές σχέσεις μεταξύ δύο συνεχών μεταβλητών και εκφράζεται μέσω του συντελεστή Pearson (Schober & Schwarte, 2018).

Βασική υπόθεση του συντελεστή συσχέτισης Pearson είναι ότι τα δεδομένα ακολουθούν κανονική κατανομή. Επιπρόσθετα, έχει αποδειχθεί ότι ο συντελεστής συσχέτισης είναι ανθεκτικός σε αυτήν την υπόθεση, πράγμα που σημαίνει ότι μπορεί να εκτιμηθεί με ακρίβεια και σε κατανομές που δεν είναι συμμετρικές (Janse et al., 2021).

Έστω η μεταβλητή A και η μεταβλητή B. Ο συντελεστής Pearson υπολογίζεται από τον τύπο (Maulana et al., 2023):

$$\rho(A, B) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{A_i - \bar{A}}{\sigma_A} \right) \left( \frac{B_i - \bar{B}}{\sigma_B} \right) \quad (54)$$

όπου n είναι το πλήθος των ταξινομημένων ζευγών τιμών.

Σε περιπτώσεις που τα δεδομένα δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, ή όταν έχουμε ταξινομικές μεταβλητές (ordinal) ή υπάρχουν ακραίες τιμές (outliers), είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί ο συντελεστής Spearman. Αυτός μετρά τη μονοτονική σύνδεση μεταξύ των μεταβλητών (Schober & Schwarte, 2018).

Ο συντελεστής συσχέτισης κατά βαθμίδες Spearman είναι μία μη παραμετρική μέθοδος που υπολογίζει την συσχέτιση. Αντί για τις ακριβείς τιμές των παρατηρήσεων, η μέθοδος Spearman χρησιμοποιεί τις βαθμίδες των παρατηρήσεων, ταξινομώντας τις από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη. Από αυτό προκύπτει και η λέξη "βαθμίδα" στο όνομά της. Η εν λόγω προσέγγιση είναι ανθεκτική στις ακραίες τιμές (outliers) (Janse et al., 2021).

Ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman εκφράζει το βαθμό και την κατεύθυνση της σχέσης μεταξύ δύο μεταβλητών. Ο βαθμός της συσχέτισης μπορεί να είναι ισχυρός ή ασθενής, ενώ η κατεύθυνση μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Έστω ότι η μεταβλητή A έχει τη βαθμίδα  $R_A$  και η μεταβλητή B τη βαθμίδα  $R_B$ . Η διαφορά τους συμβολίζεται ως (Ali & Al-Hameed, 2022):

$$d = R_A - R_B \quad (55)$$

Τότε ο συντελεστής Spearman υπολογίζεται από τον τύπο:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad (56)$$

όπου n είναι το πλήθος των ταξινομημένων ζευγών τιμών.

Και οι δύο συντελεστές συσχέτισης κυμαίνονται από -1 έως +1, με το 0 να δηλώνει ότι δεν υπάρχει γραμμική ή μονοτονική σύνδεση. Όσο ο συντελεστής πλησιάζει το 1 ή το -1, η σχέση γίνεται ισχυρότερη. Στην Pearson συσχέτιση, όταν η τιμή είναι κοντά στο 1 ή στο -1, η σχέση

προσεγγίζει μια ευθεία γραμμή, ενώ στην Spearman, οι τιμές αυτές υποδηλώνουν μια σταθερά αυξανόμενη ή μειούμενη τάση, ανεξάρτητα από την μορφή της καμπύλης (Stroeve et al., 2022).

Οι στατιστικοί έλεγχοι υποθέσεων και τα διαστήματα εμπιστοσύνης χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της στατιστικής σημαντικότητας των αποτελεσμάτων και την εκτίμηση της ισχύος της σχέσης στον πληθυσμό από τον οποίο αντλήθηκαν τα δεδομένα (Schober & Schwarte, 2018).

Γενικά, πριν υπολογιστεί ένας συντελεστής συσχέτισης, προτείνεται να εξεταστεί το διάγραμμα διασποράς των δεδομένων, προκειμένου να διαπιστωθεί αν μπορεί να υπάρξει μια γραμμική συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών και αν ο υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης είναι λογικός (Janse et al., 2021).

### 3. Συντήρηση

Τα σύγχρονα μηχανολογικά συστήματα αποτελούνται από διάφορα εξαρτήματα τα οποία συνεργάζονται για την εξασφάλιση της ομαλής τους λειτουργίας. Τέτοια συστήματα βρίσκονται σε ποικίλους τομείς (αεροναυπηγική, παραγωγή ενέργειας, ιατρική τεχνολογία, βιομηχανικές γραμμές παραγωγής) και κάθε εξάρτημα παίζει καθοριστικό ρόλο στην απόδοση και την αξιοπιστία του συστήματος. Όταν ένα εξάρτημα απαιτεί συντήρηση και αποσυρθεί προσωρινά, αυτό μπορεί να επηρεάσει τη συνολική απόδοση του συστήματος, είτε προκαλώντας πλήρη διακοπή λειτουργίας είτε μειώνοντας την αποδοτικότητά του. Γι' αυτόν τον λόγο, οι υπεύθυνοι για τη λειτουργία τέτοιου είδους συστημάτων επιδιώκουν να εφαρμόσουν στρατηγικές που διασφαλίζουν τη μέγιστη αξιοπιστία καθ' όλη τη διάρκεια ζωής τους (Alamri & Mo, 2022).

#### 3.1 Είδη Συντήρησης

Οι πιο θεμελιώδεις προσεγγίσεις συντήρησης είναι οι κάτωθι (Kourousis, 2020):

1. Διορθωτική Συντήρηση (Corrective Maintenance)
2. Προληπτική Συντήρηση (Preventive Maintenance)
3. Αναβάθμιση ή Τροποποίηση (Upgrade or Modification)
4. Ευκαιριακή Συντήρηση (Opportunistic Maintenance)
5. Προγνωστική Συντήρηση (Predictive ή Condition-Based Maintenance, CBM)
6. Συντήρηση βάσει Αξιοπιστίας (Reliability-Centered Maintenance, RCM)
7. Συντήρηση βάσει Κινδύνου (Risk-Based Maintenance, RBM)
8. Σχεδιαστική Πρόληψη Αποτυχιών (Design-Out Maintenance)

Οι ανωτέρω προσεγγίσεις παρέχουν ευελιξία και προσαρμοστικότητα στις απαιτήσεις των σύγχρονων συστημάτων, ειδικά σε κλάδους όπως η αεροπορία, όπου η αξιοπιστία και η ασφάλεια είναι κρίσιμες (Kourousis, 2020).

Η Διορθωτική Συντήρηση εφαρμόζεται χωρίς προγραμματισμό, έπειτα από την αποτυχία ενός συστήματος ή εξαρτήματος (Ben-Daya et al., 2016). Δηλαδή σε αυτή την προσέγγιση οι βλάβες αντιμετωπίζονται μόνο όταν συμβούν και ο εξοπλισμός παραμένει λειτουργικός μέχρι την εμφάνιση αυτών. Σε περίπτωση βλάβης ακολουθεί επισκευή ή αντικατάσταση για την



αποκατάσταση της λειτουργικότητας του συστήματος (Hamasha et al., 2023). Στόχος της CM είναι ο εντοπισμός, η απομόνωση και η επιδιόρθωση της αστοχίας, ώστε το σύστημα ή το επιμέρους εξάρτημα να επανέλθει σε πλήρη λειτουργία, σύμφωνα με τις προδιαγραφές του κατασκευαστή (Kourousis, 2020).

Η CM εφαρμόζεται κυρίως σε μη κρίσιμα συστήματα, όπου οι διακοπές λειτουργίας δεν έχουν σημαντική επίδραση στη συνολική απόδοση. Ορισμένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα της είναι η μειωμένη ανάγκη για σχεδιασμό, η απλότητα, η δυνατότητα που έχει η ομάδα συντήρησης να επικεντρώνεται σε άλλες εργασίες και το χαμηλό βραχυπρόθεσμο κόστος. Ωστόσο, τα βασικά μειονεκτήματα της είναι το αυξημένο κόστος μακροπρόθεσμης συντήρησης και οι διακοπές λειτουργίας που ενδέχεται να προκύψουν από τις απρόβλεπτες αστοχίες (Hamasha et al., 2023).

Όσον αφορά την Προληπτική Συντήρηση (PM), αυτή πραγματοποιείται σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα πριν εμφανιστεί βλάβη και σκοπεύει στην αποτροπή των δυσλειτουργιών. Μέσω αυτής, οι πιθανές απώλειες που προκαλούνται από αστοχίες εξαρτημάτων μειώνονται, ενώ παράλληλα περιορίζεται και το κόστος που προκύπτει από τις διακοπές λειτουργίας (C. Zhang et al., 2025).

Αποτελεί δηλαδή μια στρατηγική που περιλαμβάνει τον προγραμματισμό τακτικών επιθεωρήσεων και συντηρήσεων, με στόχο την πρόληψη απρόβλεπτων βλαβών και τη διασφάλιση της απρόσκοπτης λειτουργίας του εξοπλισμού. Η εφαρμογή της PM ενισχύει την αξιοπιστία και τη διάρκεια ζωής των μηχανημάτων, ενώ ταυτόχρονα περιορίζει τα έξοδα που σχετίζονται με τις απρόβλεπτες διακοπές λειτουργίας (Hardt et al., 2021). Το εν λόγω είδος συντήρησης θα αναλυθεί περαιτέρω στην ενότητα 3.2.

Σε αντίθεση με τα προκαθορισμένα διαστήματα επιθεώρησης και τα όρια της PM, η Ευκαιριακή Συντήρηση (OM) δεν ακολουθεί προκαθορισμένο πρόγραμμα (Barde, 2024). Όταν ένα σύστημα τεθεί εκτός λειτουργίας, είτε λόγω βλάβης είτε λόγω προγραμματισμένης συντήρησης, εκτελείται η στρατηγική της ευκαιριακής συντήρησης. Με αυτή αξιοποιείται ο χρόνος που το σύστημα δεν λειτουργεί και εκτελείται συντήρησή του. Σε αυτό το διάστημα γίνονται παράλληλα συντηρήσεις και σε άλλα εξαρτήματα και έτσι μειώνεται ο κίνδυνος μελλοντικών βλαβών (Drent et al., 2019). Συνεπώς, η αξιοπιστία του συστήματος και των κρίσιμων εξαρτημάτων ενισχύεται και μειώνονται παράλληλα οι περιττές διακοπές λειτουργίας και τα κόστη ευκαιρίας (He et al., 2025).

Η στρατηγική της Αναβάθμισης ή Τροποποίησης αποσκοπεί στη βελτίωση της απόδοσης και της δυνατότητας συντήρησης ενός συστήματος. Η μέθοδος αυτή μπορεί να απαιτηθεί ως λύση σε προβλήματα που προκύπτουν κατά το σχεδιασμό ή την κατασκευή του συστήματος. (Kourousis, 2020). Σύμφωνα με την Ομοσπονδιακή Υπηρεσία Αεροπορίας (FAA, 2020), οι αναβαθμίσεις είναι κρίσιμες για τη διατήρηση της επιχειρησιακής ικανότητας, αλλά και για τη συμμόρφωση με νέες ρυθμιστικές απαιτήσεις ή τεχνολογικές εξελίξεις. Για παράδειγμα, συστήματα αεροσκαφών τροποποιούνται συχνά ούτως ώστε να ενσωματώσουν νέες λειτουργίες ή να βελτιώσουν την απόκριση σε κρίσιμες καταστάσεις, αυξάνοντας με αυτόν τον τρόπο την αξιοπιστία και την ασφάλεια του στόλου.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η Προγνωστική Συντήρηση (CBM) χρησιμοποιεί δεδομένα σε πραγματικό χρόνο και ειδικές τεχνολογίες παρακολούθησης για να καθορίσει την κατάσταση του εξοπλισμού. Επισκευές γίνονται ανάλογα με την πραγματική κατάσταση του συστήματος ή όταν απαιτείται. Έτσι μειώνεται το κόστος και οι διακοπές λειτουργίας (Kalosi et al., 2016).

Ακόμη η CBM επιτρέπει την αποτελεσματικότερη λήψη αποφάσεων συντήρησης, καθώς αξιοποιεί τις πληροφορίες σε πραγματικό χρόνο. Με την ταχύτατη εξέλιξη των τεχνικών αισθητήρων, η CBM έχει εκτενή εφαρμογή σε πολλούς βιομηχανικούς τομείς για την πρόβλεψη μελλοντικών αποτυχιών (Zheng et al., 2024)

Η μέθοδος της Συντήρησης βάσει Αξιοπιστίας (RCM) είναι μια συστηματική διαδικασία που στοχεύει στη διαμόρφωση των βέλτιστων στρατηγικών συντήρησης και εξετάζει τις λειτουργίες και τις πιθανές αποτυχίες των εξαρτημάτων, ούτως ώστε να καθοριστεί η πιο αποτελεσματική προσέγγιση (Gackowiec, 2019).

Αποτελεί δηλαδή μια προσέγγιση συντήρησης που εστιάζει στην αξιοπιστία του συστήματος και περιλαμβάνει την ανάλυση των λειτουργιών και των πιθανών αποτυχιών του εξοπλισμού, τον προσδιορισμό των επιπτώσεων αυτών των αποτυχιών και την ανάπτυξη στρατηγικών συντήρησης για την πρόληψη ή την αντιμετώπισή τους. Επιπλέον, επικεντρώνεται στην κατανόηση των τρόπων αποτυχίας και τις συνέπειές τους, ώστε να αναπτυχθούν στρατηγικές προληπτικής συντήρησης που βελτιώνουν την αξιοπιστία και την απόδοση των συστημάτων. Χρησιμοποιείται ευρέως σε βιομηχανίες για τη μείωση των εξόδων συντήρησης (Musthopa et al., 2023).

Η Συντήρηση βάσει Κινδύνου αποτελεί μια ακόμα προσέγγιση, η οποία δίνει προτεραιότητα στις δραστηριότητες συντήρησης λαμβάνοντας υπόψη τη σοβαρότητα και την πιθανότητα εμφάνισης βλαβών. Μέσω αυτής της στρατηγικής, οι οργανισμοί μπορούν να διαχειρίζονται

πιο αποδοτικά τους διαθέσιμους πόρους και να εστιάσουν την προσοχή τους σε κρίσιμα εξαρτήματα ή συστήματα με αυξημένο επίπεδο κινδύνου για αποτυχία (Liu et al., 2022).

Επιπρόσθετα, η RBM συμβάλλει στην ανάπτυξη μεθόδων συντήρησης, οι οποίες βασίζονται στον κίνδυνο και χρησιμοποιούνται ως εργαλεία για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με την ανάπτυξη οικονομικά αποδοτικών πολιτικών συντήρησης και ανάλυσης ατυχημάτων. Η συγκεκριμένη προσέγγιση περιλαμβάνει τέσσερα στάδια: τον προσδιορισμό του πεδίου εφαρμογής, την αξιολόγηση του κινδύνου και τον προγραμματισμό της συντήρησης (Alipour et al., 2025).

Τέλος, η Σχεδιαστική Πρόληψη Αποτυχιών είναι μια προσέγγιση η οποία αποσκοπεί στη βελτίωση της αξιοπιστίας και της ευκολίας συντήρησης των συστημάτων, μέσω αλλαγών ή ανασχεδιασμού. Αυτή περιλαμβάνει την αναβάθμιση ή την τροποποίηση του εξοπλισμού, προκειμένου να αντιμετωπιστούν προβλήματα που επηρεάζουν την αξιοπιστία του κατά τη χρήση και τη συντήρηση (Muganyi et al., 2018). Σκοπός της αποτελεί η έγκαιρη ανίχνευση πιθανών ατελειών κατά το στάδιο σχεδιασμού ενός συστήματος, ώστε να αποφευχθούν μελλοντικές δυσλειτουργίες. Δίνει ιδιαίτερη έμφαση σε σοβαρές αστοχίες, οι οποίες ενδέχεται να προκαλέσουν κόστος μεγαλύτερο από το επιτρεπτό όριο (Kourousis, 2020).

### **3.2 Προληπτική Συντήρηση (Preventive Maintenance)**

Η συντήρηση που πραγματοποιείται με προγραμματισμένο τρόπο (εγκαίρως και περιοδικά), σύμφωνα με ένα συγκεκριμένο χρονοδιάγραμμα κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του συστήματος, ονομάζεται προληπτική συντήρηση (PM). Η αποτυχία ενός εξαρτήματος σε ένα σύνθετο σύστημα έχει υψηλό κόστος λόγω των απωλειών από τη διακοπή λειτουργίας του συστήματος και του κόστους που απαιτείται για αντικατάσταση του εξαρτήματος. Σε αυτό λαμβάνεται υπόψη και το πόσο επείγουσα είναι η επισκευή. Τέτοιες δαπάνες μπορούν να επηρεάσουν σημαντικά την επιχείρηση, γι' αυτό και είναι αναγκαία η μετάβαση στην προσέγγιση της PM. Ένα καλά οργανωμένο πρόγραμμα PM μπορεί να μειώσει τα κόστη επισκευής και αντικατάστασης εξαρτημάτων, ενώ ταυτόχρονα δύναται να βελτιώσει τη διάρκεια ζωής των σύνθετων συστημάτων (Alamri & Mo, 2022).

Η PM αποτελεί μια στρατηγική που στοχεύει στην αποφυγή απρόβλεπτων βλαβών κατά τη διάρκεια της λειτουργίας ενός συστήματος ή εξαρτήματος. Αυτό επιτυγχάνεται

πραγματοποιώντας τακτικές εργασίες συντήρησης. Η διαδικασία αυτή επικεντρώνεται στην ανίχνευση και επίλυση προβλημάτων πριν αυτά προκαλέσουν δυσλειτουργίες ή βλάβες. Οι εργασίες συντήρησης προγραμματίζονται βάσει του χρόνου λειτουργίας ή της ηλικίας του συστήματος ή εξαρτήματος, ενώ καθορίζονται και από το προφίλ φθοράς και τα χαρακτηριστικά αποτυχίας του συστήματος. Στην περίπτωση των συστημάτων που επιδέχονται επισκευή, εκτελούνται δραστηριότητες επισκευής, όπως αποσυναρμολόγηση, επιθεώρηση εξαρτημάτων και επανασυναρμολόγηση του συστήματος, με σκοπό την ανανέωσή του και την αποκατάστασή του σε σχεδόν καινούργια κατάσταση (Rai et al., 2024).

Επιπλέον, η PM θεωρείται μια αποδοτική στρατηγική που διασφαλίζει τη συνεχόμενη και αποτελεσματική λειτουργία των συστημάτων, καθώς καθορίζονται συγκεκριμένες εργασίες συντήρησης με βάση τον χρόνο λειτουργίας. Η στρατηγική αυτή περιλαμβάνει εργασίες όπως λίπανση, καθαρισμός, αντικατάσταση και επισκευή του εξοπλισμού. Επίσης, κατά τη διάρκεια αυτών των εργασιών είναι κρίσιμο να εξεταστεί ο επηρεαζόμενος εξοπλισμός για ενδείξεις φθοράς, με σκοπό την αποφυγή βλαβών και τη διασφάλιση της απρόσκοπτης λειτουργίας του (Singh & Singh, 2023).

Ο ρόλος της PM στον τομέα της συντήρησης και αξιοπιστίας αεροσκαφών είναι εξαιρετικά σημαντικός για τη διασφάλιση της βέλτιστης λειτουργίας και της ασφάλειας (Bohrey & Chatpalliwar, 2024). Η PM συμβάλλει στους ακόλουθους τομείς:

**Βελτίωση αξιοπιστίας:** Η PM είναι θεμελιώδης για τη διατήρηση της αξιοπιστίας των συστημάτων και του εξοπλισμού, ειδικά σε τομείς όπως η αεροπορία, οι οποίοι απαιτούν υψηλά επίπεδα ασφάλειας και αποτελεσματικότητας. Με τη συστηματική συντήρηση, οι οργανισμοί ελαχιστοποιούν τις πιθανότητες αναπάντεχων βλαβών που μπορεί να προκαλέσουν ατυχήματα ή διακοπές στη λειτουργία (Singh & Singh, 2023).

**Βελτίωση ασφάλειας:** Η τακτική συντήρηση συμβάλλει στην έγκαιρη αναγνώριση και επίλυση πιθανών κινδύνων που σχετίζονται με την ασφάλεια, αποτρέποντας την εμφάνιση ατυχημάτων, τα οποία επιφέρουν σοβαρές συνέπειες (Singh & Singh, 2023).

**Προβλέψιμες δαπάνες συντήρησης:** Μέσω της PM, οι οργανισμοί μπορούν να υπολογίσουν με μεγαλύτερη ακρίβεια τα έξοδα συντήρησης, γιατί αυτά κατανέμονται σε τακτικά διαστήματα. Αυτό διευκολύνει τον οικονομικό προγραμματισμό και τη χρηματοδότηση (Singh & Singh, 2023).

**Αυξημένη ικανοποίηση εργαζομένων:** Ο εξοπλισμός που διατηρείται σωστά και χωρίς βλάβες συμβάλλει στη δημιουργία ενός πιο σταθερού και παραγωγικού εργασιακού

περιβάλλοντος. Αυτό ενισχύει το ηθικό των εργαζομένων, καθώς μπορούν να δουλέψουν χωρίς διακοπές που προκαλούνται από βλάβες του εξοπλισμού (Singh & Singh, 2023).

Προληπτική δράση συντήρησης: Η PM περιλαμβάνει ενέργειες που προγραμματίζονται για να αποτραπούν οι βλάβες. Αυτή η στρατηγική βοηθά στον εντοπισμό και την επιδιόρθωση προβλημάτων πριν εξελιχθούν, μειώνοντας την πιθανότητα εμφάνισης ξαφνικών βλαβών (Bohrey & Chatpalliwar, 2024).

Μείωση ανεπιθύμητης αδράνειας: Η εφαρμογή κατάλληλων στρατηγικών PM περιορίζει τον χρόνο αδράνειας, επιτρέποντας στα αεροσκάφη να παραμείνουν λειτουργικά για μεγαλύτερα διαστήματα (Bohrey & Chatpalliwar, 2024).

Εξοικονόμηση κόστους: Η PM απαιτεί επενδύσεις σε χρόνο και πόρους, αλλά προσφέρει μακροπρόθεσμα εξοικονόμηση χρημάτων. Αποφεύγονται δηλαδή μεγαλύτερα έξοδα που συνδέονται με επείγουσες επισκευές, απρόβλεπτες διακοπές και πιθανά περιστατικά ασφαλείας (Bohrey & Chatpalliwar, 2024).

Συλλογή και ανάλυση πληροφοριών: Η συλλογή δεδομένων για την κατάσταση και την απόδοση των αεροσκαφών αποτελεί μέρος της PM, επιτρέποντας τη διαμόρφωση καλύτερων στρατηγικών συντήρησης και την αναγνώριση των τάσεων που επηρεάζουν τη συνολική απόδοση (Bohrey & Chatpalliwar, 2024).

Παράταση ζωής εξοπλισμού: Με την τακτική συντήρηση, ο εξοπλισμός διατηρείται σε καλή κατάσταση και η φθορά μειώνεται. Αυτό επιτρέπει στους οργανισμούς να απολαμβάνουν τη μέγιστη απόδοση του εξοπλισμού τους (Dui et al., 2022).

Συμμόρφωση με κανονισμούς: Σε πολλούς κλάδους απαιτείται τακτική συντήρηση και έλεγχοι βάσει κανονισμών. Η PM βοηθά τους οργανισμούς να συμμορφώνονται με τις απαιτήσεις αυτές, αποφεύγοντας πρόστιμα και νομικά προβλήματα (Dui et al., 2022).

Καλύτερη χρήση πόρων: Με την εφαρμογή προγραμματισμένων εργασιών συντήρησης, οι οργανισμοί μπορούν να κατανέμουν τους πόρους τους πιο αποδοτικά. Έτσι μειώνονται οι σπατάλες και η αξιοποίηση του εργατικού δυναμικού και των υλικών γίνεται βέλτιστη (Hardt et al., 2021).

Ενίσχυση παραγωγικότητας: Η συντήρηση εξασφαλίζει τη σωστή λειτουργία του εξοπλισμού και η παραγωγικότητα αυξάνεται. Συνεπώς οι μηχανές λειτουργούν αποδοτικά και χωρίς προβλήματα, οδηγώντας σε βελτιωμένη απόδοση της παραγωγικής διαδικασίας (Rai et al., 2024).

### 3.3 Προληπτική Συντήρηση και Αξιοπιστία

Η PM συμβάλλει σημαντικά στην ενίσχυση της αξιοπιστίας με διάφορους τρόπους. Ακολουθεί μια περιγραφή του πώς η PM βελτιώνει την αξιοπιστία συστημάτων και εξαρτημάτων:

Έγκαιρη ανίχνευση πιθανών βλαβών: Η PM περιλαμβάνει τακτικούς ελέγχους και δραστηριότητες συντήρησης που διευκολύνουν την έγκαιρη αναγνώριση και επίλυση πιθανών προβλημάτων πριν αυτά προκαλέσουν βλάβες στον εξοπλισμό. Αυτή η στρατηγική διασφαλίζει την αδιάλειπτη λειτουργία του εξοπλισμού, μειώνοντας την πιθανότητα αποτυχιών. Επίσης αποτρέπεται η εξέλιξη μικρών προβλημάτων σε σοβαρές βλάβες (Zio et al., 2019).

Μείωση μεταβλητότητας στην απόδοση και βελτιστοποίηση συνθηκών λειτουργίας: Η PM εξασφαλίζει ότι ο εξοπλισμός παραμένει αξιόπιστος και ότι όλα τα εξαρτήματα λειτουργούν σωστά και με συνεπή απόδοση, μειώνοντας έτσι τη μεταβλητότητα. Παράλληλα, ευνοεί την διατήρηση βέλτιστων συνθηκών λειτουργίας με τη διακρίβωση (calibration) (Zhang et al., 2021).

Βελτιστοποίηση διαστήματος συντήρησης: Η PM επιτρέπει τη διαμόρφωση των χρονοδιαγραμμάτων συντήρησης σύμφωνα με τα πραγματικά δεδομένα απόδοσης και τα μοτίβα βλαβών. Αυτό εξασφαλίζει ότι η συντήρηση πραγματοποιείται στις πιο κατάλληλες στιγμές και η αξιοπιστία του συστήματος διατηρείται (Bohrey & Chatpalliwar, 2024).

Αύξηση του MTBF: Η εφαρμογή στρατηγικών PM μπορεί να αυξήσει τον MTBF, ο οποίος αποτελεί σημαντικό δείκτη αξιοπιστίας. Με την αύξηση αυτήν, τα συστήματα λειτουργούν για μεγαλύτερο διάστημα χωρίς βλάβες, ενισχύοντας την αξιοπιστία τους (Bohrey & Chatpalliwar, 2024).

Εκπαίδευση και ανάπτυξη δεξιοτήτων: Η PM περιλαμβάνει συνήθως την εκπαίδευση του προσωπικού σε βέλτιστες πρακτικές και στη λειτουργία του εξοπλισμού. Αυτή η γνώση ενισχύει τις δεξιότητες του προσωπικού, οδηγώντας σε πιο αποτελεσματική συντήρηση (W. Zhang et al., 2021).

Συνολική προσέγγιση με στρατηγικές συντήρησης βασισμένες στην αξιοπιστία (RCM): Η PM μπορεί να ενσωματωθεί σε στρατηγικές συντήρησης που εστιάζουν στη διατήρηση της αξιοπιστίας του συστήματος, δίνοντας προτεραιότητα στα κρίσιμα εξαρτήματα. Αυτή η προσέγγιση διασφαλίζει ότι τα σημαντικότερα εξαρτήματα λαμβάνουν την απαραίτητη προσοχή, ενισχύοντας τη συνολική αξιοπιστία (W. Zhang et al., 2021).

Στρατηγικές αποφάσεις συντήρησης βασισμένες σε δεδομένα: Η PM περιλαμβάνει συχνά τη συλλογή και ανάλυση δεδομένων σχετικά με την κατάσταση του εξοπλισμού. Αυτή η προσέγγιση βοηθά στη λήψη εμπεριστατωμένων αποφάσεων για τη συντήρηση, ενισχύοντας έτσι την αξιοπιστία των συστημάτων (Zio et al., 2019).

### 3.4 Κόστος Συντήρησης

Μεγάλες διεθνείς αεροπορικές εταιρείες εφαρμόζουν παραμετρικές μεθόδους για την εκτίμηση του κόστους συντήρησης των πολιτικών και στρατιωτικών αεροσκαφών, χρησιμοποιώντας συγκεκριμένες παραμέτρους απόδοσης αεροσκαφών και κινητήρων για να υπολογίσουν το κόστος (X. Chen et al., 2023).

Για πολλά συστήματα, το κόστος συντήρησης αποτελεί σημαντικό ποσοστό του συνολικού κόστους του κύκλου ζωής. Επιπλέον, η εμπειρία έχει δείξει ότι το κόστος συντήρησης επηρεάζεται σημαντικά από τις αποφάσεις σχεδίασης κατά τα πρώτα στάδια ανάπτυξης του συστήματος. Ως εκ τούτου, το συνολικό κόστος του κύκλου ζωής είναι σημαντικό να αντιμετωπίζεται ως βασική παράμετρος σχεδίασης, από τη στιγμή του καθορισμού των απαιτήσεων του συστήματος. Με άλλα λόγια, η συντηρησιμότητα σχετίζεται άμεσα με τα χαρακτηριστικά του σχεδιασμού του συστήματος που επιτρέπουν την εκτέλεση συντήρησης με το χαμηλότερο δυνατό κόστος (Ben-Daya et al., 2009).

Όταν αξιολογείται το κόστος συντήρησης, προτείνονται διάφοροι δείκτες που σχετίζονται με το κόστος και μπορεί να είναι χρήσιμοι ως κριτήρια στο σχεδιασμό του συστήματος (Ben-Daya et al., 2009):

1. Κόστος ανά ενέργεια συντήρησης (\$/ενέργεια).
2. Κόστος συντήρησης ανά ώρα λειτουργίας του συστήματος (\$/ώρα).
3. Κόστος συντήρησης ανά μήνα (\$/μήνα).
4. Κόστος συντήρησης ανά επιχείρηση/αποστολή (mission) (\$/αποστολή).
5. Ο λόγος του κόστους συντήρησης προς το συνολικό κόστος του κύκλου ζωής.

### 3.4.1 Κατηγοριοποίηση Κόστους

Το κόστος συντήρησης κατηγοριοποιείται στα άμεσα κόστη, στα έμμεσα κόστη και στα κόστη από συνέπειες.

Άμεσα κόστη: Αφορά τα έξοδα που σχετίζονται με τα υλικά, τα ανταλλακτικά και την εργασία για τη συντήρηση αεροσκαφών. Εξαιρούνται δαπάνες που συνδέονται με τη διαχείριση συντήρησης, τη συντήρηση αεροπορικών εταιρειών και αεροδρομίων, τη διοικητική διαχείριση, την αρχειοθέτηση, την εποπτεία, τις επιθεωρήσεις, τον εξοπλισμό διαδικασιών, τα συστήματα ελέγχου και τις εγκαταστάσεις συντήρησης (X. Chen et al., 2023). Τα κόστη εργασίας εξαρτώνται από τον χρόνο που απαιτείται για την εκτέλεση των ενεργειών συντήρησης. Αν η διακύμανση του χρόνου εκτέλεσης των εργασιών είναι μικρή, μπορεί να παραλειφθεί. Σε αντίθετη περίπτωση δεν μπορεί να παραληφθεί, γιατί εξαρτάται από τη σοβαρότητα της βλάβης και τις εργασίες που απαιτούνται για την αποκατάσταση του συστήματος στην κανονική του λειτουργία. Τα άμεσα κόστη κατηγοριοποιούνται περαιτέρω σε κόστη προληπτικής συντήρησης (Υποενότητα-3.4.2) και κόστη διορθωτικής συντήρησης (Υποενότητα-3.4.3) (Ben-Daya et al., 2016).

Έμμεσα κόστη: Αφορά τα έξοδα που σχετίζονται με τη διαχείριση και τον διοικητικό συντονισμό της συντήρησης αεροσκαφών (X. Chen et al., 2023). Αυτά περιλαμβάνουν τα κόστη εγκατάστασης και λειτουργίας του εργαστηρίου, τα κόστη αποθήκευσης ανταλλακτικών και τα διοικητικά κόστη (μισθοί του διοικητικού προσωπικού, τα κόστη ανάπτυξης και συντήρησης του συστήματος διαχείρισης συντήρησης, κ.λπ.) (Ben-Daya et al., 2016).

Κόστη από συνέπειες: Αφορούν τις απώλειες από αποτυχίες κατά τη διάρκεια των πτήσεων ή των επίγειων λειτουργιών. Περιλαμβάνουν την απώλεια εσόδων από ακυρώσεις ή καθυστερήσεις πτήσεων, τη δυσaréσκεια των επιβατών και την πιθανή απώλεια εμπιστοσύνης (goodwill), καθώς και τα κόστη από πρόστιμα ή αποζημιώσεις που επιβάλλονται λόγω μη συμμόρφωσης με κανονισμούς ή συμβατικές υποχρεώσεις που επηρεάζονται από βλάβες στον εξοπλισμό ή στα αεροσκάφη (Ben-Daya et al., 2016).



### 3.4.2 Κόστη Προληπτικής Συντήρησης

Τα κόστη προληπτικής συντήρησης σύμφωνα με τους Ben-Daya et al. (2016) περιλαμβάνουν:

Το κόστος αντικατάστασης με καινούργιο: Πρόκειται για το κόστος που προκύπτει από την αντικατάσταση μιας μονάδας με καινούργια και θεωρείται προσδιορισμένο. Ορίζεται ως  $C_p$ .

Το κόστος ατελούς συντήρησης (Imperfect PM): Αυτό εξαρτάται από το επίπεδο των ενεργειών συντήρησης και μοντελοποιείται μέσω της μείωσης της εικονικής ηλικίας ή του ρυθμού εμφάνισης των αστοχιών. Η μείωση αυτή χαρακτηρίζεται από τις μεταβλητές  $\tau$  ή  $\delta$ . Το κόστος επίσης εξαρτάται από την ηλικία του αντικειμένου ( $a$ ) κατά τη διάρκεια της συντήρησης ή/και από τον αριθμό των φορών ( $j$ ) που το αντικείμενο έχει υποβληθεί σε προηγούμενες ατελείς ενέργειες συντήρησης. Αν το κόστος εξαρτάται μόνο από την ηλικία του συστήματος ή εξαρτήματος και το επίπεδο της ατελούς συντήρησης, τότε μοντελοποιείται με τη συνάρτηση  $C_p(\tau, a)$  ή  $C_p(\delta, a)$ , της οποίας οι πρώτες μερικές παράγωγοι είναι θετικές, που σημαίνει ότι το κόστος αυξάνεται καθώς το σύστημα ή εξάρτημα γερνά. Αν η ηλικία δεν έχει σημαντική επίδραση, το κόστος μοντελοποιείται με την απλούστερη συνάρτηση  $C_p(\tau)$  ή  $C_p(\delta)$ .

Κόστος γενικής επισκευής (Overhaul): Αυτό αυξάνεται ανάλογα με τις φορές που το σύστημα ή εξάρτημα έχει υποβληθεί σε γενική επισκευή. Αν υπάρχει μεγάλη αβεβαιότητα λόγω των εξαρτημάτων που πρέπει να αντικατασταθούν, τότε πρέπει να μοντελοποιηθεί πιθανοτικά. Στην περίπτωση αυτή, το κόστος της  $k$ -οστής γενικής επισκευής δηλώνεται ως  $\tilde{C}_o(k)$  με  $C_o(k) = E[\tilde{C}_o(k)]$ ,  $k \geq 1$ . Αν η μεταβλητότητα δεν είναι σημαντική, αρκεί να προσδιοριστεί η συνάρτηση  $C_o(k)$ ,  $k \geq 1$ .

### 3.4.3 Κόστη Διορθωτικής Συντήρησης

Τα κόστη διορθωτικής συντήρησης σύμφωνα με τους Ben-Daya et al. (2016) περιλαμβάνουν:

Το κόστος αντικατάστασης με καινούργιο: Αυτό είναι το κόστος που απαιτείται για την αντικατάσταση ενός αποτυχημένου εξαρτήματος με ένα νέο και μπορεί να θεωρηθεί ως σταθερό. Το κόστος αυτό το συμβολίζουμε με  $C_f$ , με  $C_f \geq C_p$ , όπου  $C_p$  το κόστος προληπτικής συντήρησης.

Το κόστος επισκευής: Αν η μεταβλητότητα του κόστους επισκευής είναι μεγάλη, τότε πρέπει να μοντελοποιηθεί πιθανοτικά. Σε αυτή την περίπτωση, το κόστος επισκευής

συμβολίζεται με τη μεταβλητή  $\tilde{C}_r$ , η οποία ακολουθεί συγκεκριμένη συνάρτηση κατανομής. Έστω ότι το  $C_r$  δηλώνει την αναμενόμενη τιμή του  $\tilde{C}_r$  ( $E[\tilde{C}_r]$ ). Αν όμως η μεταβλητότητα θεωρείται αμελητέα, τότε το κόστος επισκευής συμβολίζεται απλά ως  $C_r$ .

Σημειώνεται ότι αν το κόστος επισκευής εξαρτάται από την ηλικία του εξαρτήματος ( $a$ ), τότε το αναμενόμενο κόστος  $C_r(a)$  είναι μια αύξουσα συνάρτηση του  $a$ .

### 3.4.4 Υπολογισμός Κόστους Συντήρησης

Σύμφωνα με τους Alamri and Mo (2022), μετά την αποτυχία ενός εξαρτήματος ή συστήματος, η συντήρηση για την αποκατάστασή του αναφέρεται συνήθως ως επισκευή. Μέσω της επισκευής ή της αντικατάστασης του αποτυχημένου εξαρτήματος, επιδιώκεται η αποκατάσταση της λειτουργίας του εξαρτήματος το συντομότερο δυνατό. Το κόστος συντήρησης αυξάνεται όταν τα εξαρτήματα του συστήματος πλησιάζουν στο τέλος της ζωής τους.

Ο αναμενόμενος αριθμός αστοχιών για ένα εξάρτημα μέσα στη χρονική περίοδο  $t$  συμβολίζεται ως  $EX$ .

Η επάρκεια ανταλλακτικών αποτελεί βασικό στοιχείο στη διαδικασία συντήρησης. Η καθυστέρηση στην προμήθεια των απαραίτητων εξαρτημάτων συνεπάγεται και καθυστέρηση στην παραγωγική διαδικασία. Η διαθεσιμότητα των ανταλλακτικών, σε συνδυασμό με την επίγνωση του κόστους αγοράς κάθε εξαρτήματος, συμβάλλει στη λήψη αποφάσεων σχετικά με τη συντήρηση των υπόλοιπων στοιχείων του συστήματος. Στο παρόν μοντέλο συντήρησης, θεωρείται ότι τα ανταλλακτικά είναι διαρκώς διαθέσιμα. Δεδομένου ότι τα ανταλλακτικά έχουν διαφορετικά κόστη και δεν υπάρχει επιπλέον επιβάρυνση για την αποθήκευση ή τη μεταφορά τους, μπορούμε να ορίσουμε τη μεταβλητή  $S$  ως μία στήλη μήτρας διαστάσεων  $n \times 1$ , όπου  $S_i$  το κόστος ανταλλακτικού και  $n$  ο αριθμός των ανταλλακτικών, με  $1 \leq i \leq n$ . Η μεταβλητή  $S$  αναπαρίσταται ως εξής:

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix} \quad (57)$$

Το κόστος εργασίας (LC), το κόστος διακοπής λειτουργίας (DT) και το κόστος διακοπής λειτουργίας των υπόλοιπων εξαρτημάτων (SH) αποτελούν βασικούς παράγοντες για τον υπολογισμό του κόστους της CM.

Η μεταβλητή LC υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη τον αριθμό των ατόμων που απαιτείται να εργαστούν για την αντικατάσταση του εξαρτήματος (P) και το ωριαίο κόστος ανά άτομο (C). Το LC εκφράζεται ως εξής:

$$LC=PC \text{ (58)}$$

Το κόστος διακοπής λειτουργίας (DT) επηρεάζεται από το χρόνο κατήλωσης, ο οποίος είναι μη προγραμματισμένος. Όταν ένα εξάρτημα αποτύχει, προκύπτει το κόστος απώλειας παραγωγής ανά ώρα (PLS), και εξαρτάται από το χρόνο αντικατάστασης του εξαρτήματος (RP), που είναι σταθερός. Το κόστος διακοπής λειτουργίας δίνεται από τη σχέση (Alamri & Mo, 2022):

$$DT=PLSRP \text{ (59)}$$

Το κόστος διακοπής λειτουργίας των υπόλοιπων εξαρτημάτων (SH) υπολογίζεται ως εξής:

$$SH=PLrRP, \text{ (60)}$$

όπου PLr είναι το συνολικό κόστος απώλειας παραγωγής ανά ώρα για το q-οστό εξάρτημα και RP ο χρόνος αντικατάστασης του εξαρτήματος.

Το συνολικό κόστος της CM ενός συστήματος για ένα δεδομένο χρονικό διάστημα βασίζεται σε τέσσερις βασικές μεταβλητές. Συνεπώς, το κόστος CM μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$C_{CM}=EX(S+LC+DT+SH) \text{ (61)}$$

Για κάθε αντικατάσταση εξαρτήματος στο πλαίσιο εφαρμογής προληπτικής συντήρησης, το κόστος εργασίας (labours cost) στην PM υπολογίζεται ως εξής (Alamri & Mo, 2022):

$$C_{W,PM}=C \cdot P, \text{ (62)}$$

όπου C είναι το ωριαίο κόστος ανά άτομο και P είναι ο αριθμός των ατόμων των ατόμων που απαιτείται να εργαστούν για την αντικατάσταση του εξαρτήματος.

Το κόστος της PM για κάθε αντικατάσταση, μπορεί να υπολογιστεί αν προσθέσουμε στο κόστος εργασίας ( $C_{W,PM}$ ), το κόστος του ανταλλακτικού (S). Οπότε το κόστος της PM για κάθε αντικατάσταση είναι:

$$C_{PM}=S+ C_{W,PM} \text{ (63)}$$

Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζονται οι όροι και οι μαθηματικοί τύποι που παρουσιάστηκαν στην υποενότητα.

ΣΥΜΒΟΛΟ	ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΣΥΜΒΟΛΟΥ	ΤΥΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ
EX	Αναμενόμενος αριθμός αστοχιών για ένα εξάρτημα	
S	Κόστος ανταλλακτικού	
LC	Κόστος εργασίας	$LC=P \cdot C$ (58)
P	Αριθμός ατόμων που απαιτείται να εργαστούν για την αντικατάσταση του εξαρτήματος	
C	Ωριαίο κόστος ανά άτομο	
DT	Κόστος διακοπής λειτουργίας	$DT=PLS \cdot RP$ (59)
PLS	Κόστος απώλεια παραγωγής ανά ώρα	
RP	Χρόνος αντικατάστασης του εξαρτήματος	
SH	Κόστος διακοπής λειτουργίας των υπόλοιπων εξαρτημάτων	$SH=PL \cdot r \cdot RP$ (60)
PLr	Συνολικό κόστος απώλειας παραγωγής ανά ώρα	
$C_{CM}$	Κόστος CM	$C_{CM}=EX \cdot (S+LC+DT+SH)$ (61)
$C_{W,PM}$	Κόστος εργασίας PM για κάθε αντικατάσταση	$C_{W,PM}=C \cdot P$ (62)
$C_{PM}$	Κόστος PM για κάθε αντικατάσταση	$C_{PM}=S+ C_{W,PM}$ (63)

Πίνακας 1: Cost Symbols

## 4.Εφαρμογή: Ανάλυση Δεδομένων Αεροπορικού Υλικού

Το αεροπορικό υλικό που έχει επιλεγεί για την ανάλυση αξιοπιστίας της υπόψη ΜΔΕ είναι το Cable Assy, το οποίο αποτελεί υποσυγκρότημα ενός κύριου συστήματος. Το εξεταζόμενο υλικό φέρεται σε διάφορους τύπους πτητικών μέσων και το όριο ζωής του είναι πεντακόσιοι (500) κύκλοι λειτουργίας ή είκοσι τέσσερις (24) μήνες λειτουργίας, με ότι έρθει πρώτο.

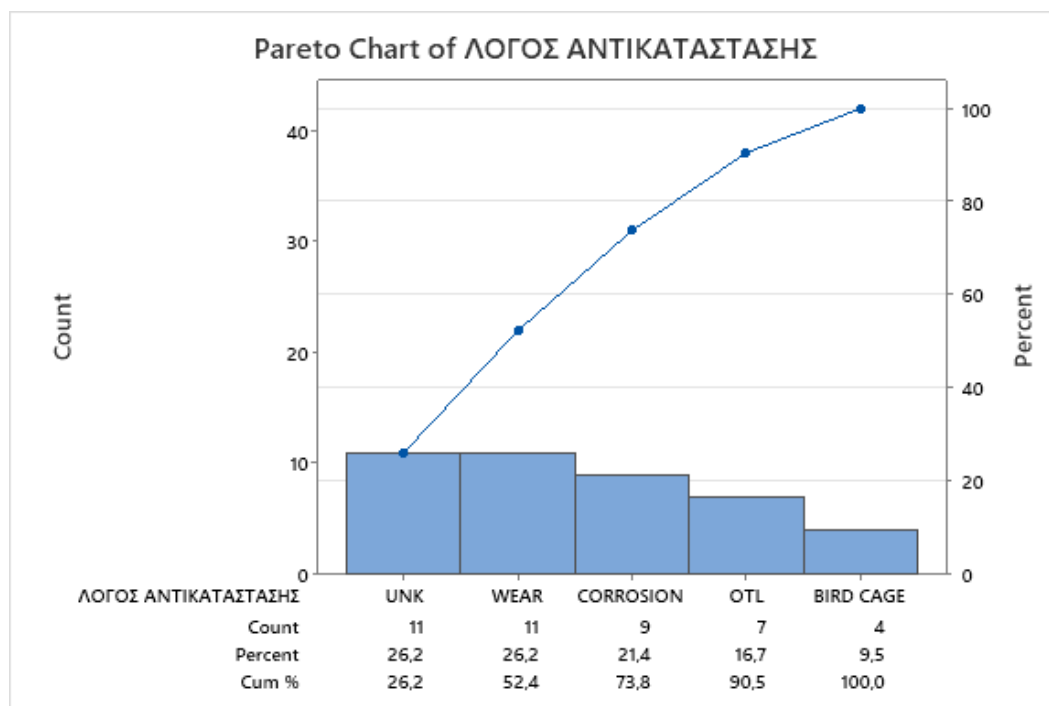
Στον παρακάτω πίνακα παρατίθενται τα στατιστικά στοιχεία του υλικού Cable, τα οποία παρουσιάζουν την διάρκεια ζωής από τοποθέτησης του εν λόγω υλικού σε μήνες και κύκλους λειτουργίας, καθώς και τον λόγο αντικατάστασής του. Σημειώνεται ότι τα κατωτέρω δεδομένα είναι πραγματικά και προέρχονται από αεροπορικό οργανισμό. Λόγω διαβάθμισης των δεδομένων δεν δύναται να παρατεθούν περαιτέρω πληροφορίες σχετικά με τύπους αεροσκαφών, σειριακούς αριθμούς, ώρες πτήσης και άλλα παρόμοια στοιχεία.

A/A	ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΖΩΗΣ ΣΕ ΜΗΝΕΣ	ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΖΩΗΣ ΣΕ ΚΥΚΛΟΥΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	ΛΟΓΟΣ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
1	11	106	Διάβρωση (Corrosion)
2	9	75	Φθορά (Wear)
3	4	71	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
4	3	91	Διάβρωση (Corrosion)
5	2	58	Φθορά (Wear)
6	4	107	Φθορά (Wear)
7	10	82	Παραμόρφωση (BIRD CAGE)
8	6	203	Παραμόρφωση (BIRD CAGE)
9	10	185	Φθορά (Wear)
10	24	258	Όριο Λειτουργίας (OTL)
11	8	204	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
12	14	178	Διάβρωση (Corrosion)
13	13	228	Διάβρωση (Corrosion)
14	19	256	Όριο Λειτουργίας (OTL)
15	16	270	Διάβρωση (Corrosion)
16	22	175	Όριο Λειτουργίας (OTL)
17	4	87	Φθορά (Wear)
18	6	100	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
19	9	238	Διάβρωση (Corrosion)
20	8	115	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
21	4	184	Παραμόρφωση (BIRD CAGE)
22	12	247	Διάβρωση (Corrosion)
23	4	89	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
24	5	174	Φθορά (Wear)
25	9	165	Διάβρωση (Corrosion)
26	20	171	Φθορά (Wear)
27	8	273	Φθορά (Wear)
28	4	83	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
29	1	13	Φθορά (Wear)
30	2	94	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
31	7	182	Παραμόρφωση (BIRD CAGE)
32	8	337	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
33	13	136	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
34	13	282	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
35	14	76	Φθορά (Wear)
36	2	19	Όριο Λειτουργίας (OTL)
37	2	33	Όριο Λειτουργίας (OTL)
38	10	106	Διάβρωση (Corrosion)
39	4	74	Άγνωστη Βλάβη (UNK)
40	3	34	Όριο Λειτουργίας (OTL)
41	7	119	Φθορά (Wear)
42	7	96	Όριο Λειτουργίας (OTL)

Πίνακας 2: Lifetime Data

Παρατηρώντας τα δεδομένα του Πίνακα 2 και λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι το υπό εξέταση υλικό έχει δύο (2) όρια ζωής, η μελέτη αξιοπιστίας θα πραγματοποιηθεί και για τις δύο περιπτώσεις (κύκλοι λειτουργίας και μήνες).

Χρησιμοποιώντας το Minitab και επιλέγοντας Stat>Quality Tools>Pareto Chart προκύπτει το κάτωθι διάγραμμα Pareto:



Εικόνα 2: Pareto Chart

Στην Εικόνα 2 βλέπουμε συνοπτικά τους λόγους για τους οποίους αντικαθίσταται το εξεταζόμενο υλικό. Όλα τα υλικά που αναφέρονται στον Πίνακα 2 αντικαθίστανται λόγω βλάβης (διάβρωση, φθορά, παραμόρφωση, άγνωστη βλάβη), εκτός από τα υλικά με A/A 10, 14, 16, 36, 37, 40 και 42 τα οποία αντικαθίστανται είτε λόγω συμπλήρωσης του ημερολογιακού τους ορίου είτε βρίσκονται ακόμα σε λειτουργία. Παρατηρείται δηλαδή ότι σε επτά (7) περιπτώσεις το υλικό δεν αστοχεί (κατηγορία OTL). Από το διάγραμμα Pareto προκύπτει ότι το 73,8% του προβλήματος, δηλαδή τους λόγους για τους οποίους αντικαθίσταται το εξεταζόμενο υλικό, οφείλεται στο 60 % των αιτιών. Συνεπώς, δεν ισχύει η αρχή του Pareto, δηλαδή ο κανόνας 80/20.

Στη συγκεκριμένη μελέτη τα δεδομένα που εξετάζονται και για τις δύο περιπτώσεις (κύκλοι και μήνες λειτουργίας) είναι λογοκριμένα και πιο συγκεκριμένα δεξιά λογοκριμένα δεδομένα (right-censored data).

## 4.1 Μελέτη αξιοπιστίας για κύκλους λειτουργίας

### 4.1.1 Επιλογή Κατανομής

Για την εύρεση της ιδανικότερης κατανομής που ακολουθούν τα δεδομένα θα χρησιμοποιηθεί το Minitab και πιο συγκεκριμένα αυτό θα γίνει μέσω του Distribution ID Plot.

Χρησιμοποιώντας το Minitab έχουμε :

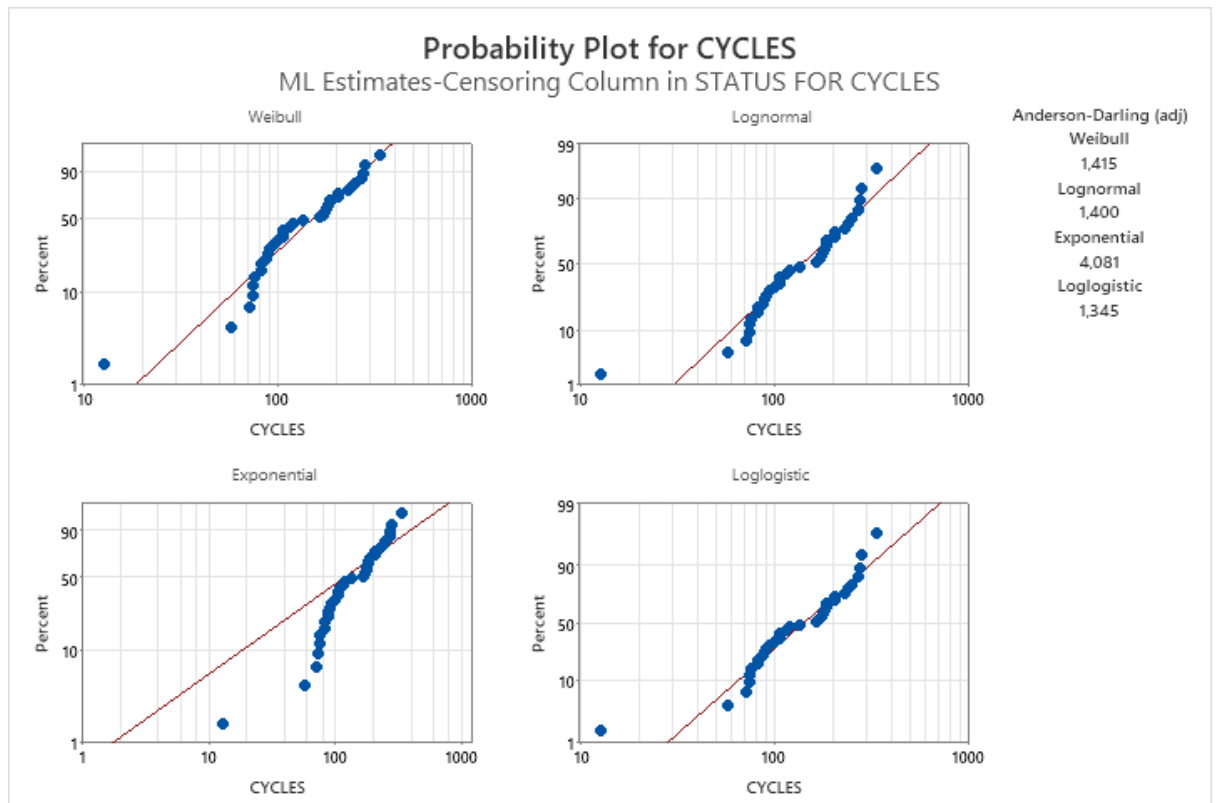
1. Επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival>Distribution Analysis (Right Censoring)>Distribution ID Plot
2. Ως variable επιλέγουμε τη στήλη με τους Κύκλους (Cycles) και επιλέγουμε όλες τις κατανομές.
3. Στο πεδίο Censor, στην επιλογή Use censoring Columns επιλέγουμε τη στήλη STATUS for Cycles που έχουμε δημιουργήσει με τις τιμές 'F' όταν το υλικό αστοχεί και 'C' (Censored) όταν αυτό συνεχίζει να βρίσκεται σε λειτουργία. Στη συνέχεια στο πεδίο censoring value εισάγουμε την τιμή 'C'.

Ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία προκύπτει ο κάτωθι πίνακας και οι ακόλουθες γραφικές παραστάσεις των πιθανοτήτων (Probability Plots):

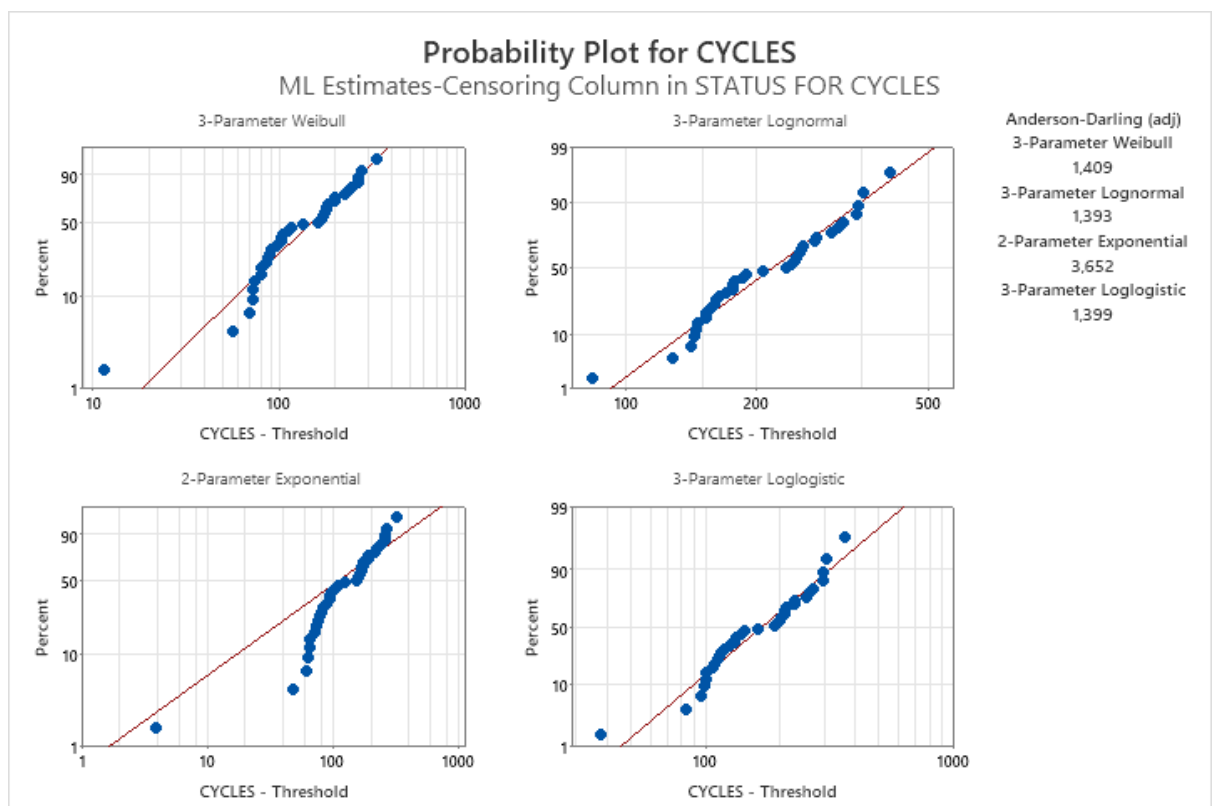
Distribution	Anderson-Darling (adj)
Weibull	1,415
Lognormal	1,400
Exponential	4,081
Loglogistic	1,345
3-Parameter Weibull	1,409
3-Parameter Lognormal	1,393
2-Parameter Exponential	3,652
3-Parameter Loglogistic	1,399
Smallest Extreme Value	2,196
Normal	1,795
Logistic	1,807

Πίνακας 3: Goodness-of-Fit, Cycles

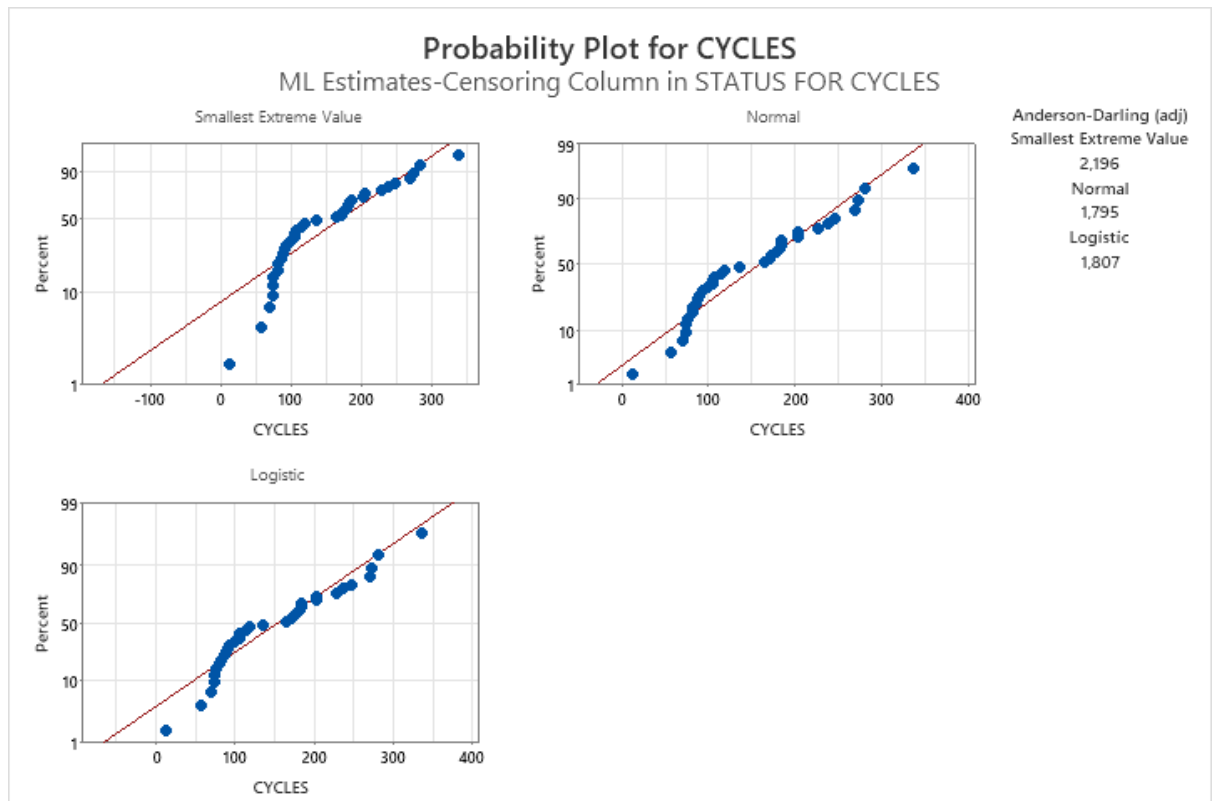




Εικόνα 3: Distribution ID Plot 1, Cycles



Εικόνα 4: Distribution ID Plot 2, Cycles



**Εικόνα 5: Distribution ID Plot 3, Cycles**

Συγκρίνοντας τα διαγράμματα πιθανότητας που φαίνονται στις Εικόνες 3, 4 και 5, παρατηρούμε ότι τα σημεία είναι αρκετά κοντά στην κεντρική γραμμή στις κατανομές Weibull, Lognormal και Loglogistic. Από τον Πίνακα 3 προκύπτει ότι η μικρότερη τιμή του ελέγχου AD αντιστοιχεί στην κατανομή LL και ισούται με 1,345. Από το Minitab έχουμε Stat>Reliability/Survival> Distr. Analysis (Right Censoring) >Distribution Overview Plot και επιλέγοντας τη στήλη με τους κύκλους ως variable, την κατανομή LL και στο πεδίο Censor τα λογοκριμένα δεδομένα, προκύπτει ότι η παράμετρος θέσης (location parameter) είναι  $\mu=4,95649$  και η παράμετρος κλίμακας (scale parameter) είναι  $\sigma=0,352455$ .

Στη διεθνή βιβλιογραφία για την υπόψη κατανομή δεν βρέθηκαν τιμές για την κρίσιμη τιμή του AD, ούτε κάποιος τύπος που να υπολογίζει την τιμή ελέγχου AD λαμβάνοντας υπόψη τα λογοκριμένα δεδομένα. Για την εκτέλεση του ελέγχου της υπόθεσης ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κατανομή LL διενεργήθηκε μια προσομοιωτική μελέτη. Συγκεκριμένα, ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία:

1. Δημιουργήθηκαν στο Minitab 500 τυχαία δείγματα με 42 δεδομένα έκαστο, τα οποία ακολουθούν την κατανομή LL με τις παραμέτρους του αναφέρθηκαν προηγουμένως. Η δημιουργία τυχαίων δειγμάτων της κατανομής LL γίνεται επιλέγοντας την καρτέλα Calc>Random Data>Loglogistic και θέτοντας τις κατάλληλες τιμές.

2. Υπολογίστηκε για κάθε δείγμα η τιμή του ελέγχου AD λαμβάνοντας υπόψη την λογοκρισία των δεδομένων. Επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival> Distr. Analysis (Right Censoring) >Parametric Distr. Analysis. Ως variable επιλέγονται οι στήλες που δημιουργήθηκαν (το Minitab δίνει την δυνατότητα επιλογής 50 στηλών κάθε φορά) και στη συνέχεια στην καρτέλα Censor επιλέχθηκε η τιμή 500 (time censor at).

Με αυτό τον τρόπο προέκυψαν 500 τιμές AD και μέσω του excel στο οποίο αποθηκεύτηκαν οι εν λόγω τιμές ,υπολογίστηκε το 95ο ποσοστιαίο σημείο (95<sup>th</sup> percentile), το οποίο αντιστοιχεί στην κρίσιμη τιμή AD. Το αποτέλεσμα που προέκυψε είναι  $AD_{crit, cycles}=7,5578$ , το οποίο είναι μεγαλύτερο από την τιμή  $AD=1,345$  και συνεπώς σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$ , δεν απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κατανομή LL.

#### 4.1.2 Υπολογισμός παραμέτρων αξιοπιστίας

Στον έλεγχο που προηγήθηκε, αποδείχθηκε ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κατανομή Loglogistic. Οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθούν οι παραμετρικές εκτιμήσεις. Στην παραμετρική ανάλυση το Minitab έχει δύο επιλογές υπολογισμού των παραμέτρων: την μέθοδο μέγιστης πιθανότητας (Maximum Likelihood) και την προσέγγιση των ελάχιστων τετραγώνων (Least Squares). Ένα πλεονέκτημα της ML είναι ότι φιλοξενεί καλύτερα τα λογοκριμένα δεδομένα (censored data). Σημειώνεται επίσης ότι η μέθοδος εκτίμησης ελαχίστων τετραγώνων χρησιμοποιείται καλύτερα για σύνολα δεδομένων που περιέχουν πλήρη δεδομένα, χωρίς λογοκριμένα ή δεδομένα με όρια αντικατάστασης (Ben-Daya et al., 2009).

Λαμβάνοντας υπόψη τα ανωτέρω και το γεγονός ότι τα δεδομένα είναι δεξιά λογοκριμένα, επιλέγεται η μέθοδος της μέγιστης πιθανότητας ως η καταλληλότερη μέθοδος για την παραμετρική ανάλυση των δεδομένων.

Χρησιμοποιώντας το Minitab έχουμε :

1. Επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival> Distr. Analysis (Right Censoring) >Parametric Distr. Analysis.
2. Ως variable επιλέγουμε τη στήλη με τους Κύκλους του Πίνακα 2 και ως Κατανομή την Loglogistic.
3. Για να έχουμε περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τον υπολογισμό πιθανοτήτων, στο πεδίο Estimate εισάγουμε τις τιμές 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450 και 500

και επιλέγουμε τον υπολογισμό των Survival Probabilities και Cumulative Failure Probabilities.

4. Στο πεδίο Censor, στην επιλογή Use censoring Columns επιλέγουμε τη στήλη STATUS for Cycles που δημιουργήσαμε και στο πεδίο censoring value εισάγουμε την τιμή 'C' , διότι πρόκειται για χρονικώς λογοκριμένα δεδομένα που προκύπτουν από τη συνέχιση λειτουργίας του υλικού χωρίς αστοχία μετά από τη συμπλήρωση κάποιων κύκλων λειτουργίας (19, 33, 34, 96, 175, 256 και 258 κύκλοι, αντίστοιχα).
5. Στο πεδίο Graph επιλέγουμε όλα τα διαθέσιμα γραφήματα (Survival Plot, Failure Cumulative Plot , Hazard Plot).

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν αποτελούνται από:

- Πληροφορίες για την περικοπή των δεδομένων (censoring data).
- Εκτιμήσεις παραμέτρων (parameter estimates) συνοδευόμενες από τα τυπικά σφάλματα (standard errors) και τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης (confidence intervals).
- Χαρακτηριστικά της κατανομής (characteristics of distribution), καθώς και τα τυπικά σφάλματα και τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης αυτών.
- Πίνακας με τα εκατοστιαία σημεία (percentiles), τα τυπικά σφάλματα και τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης αυτών.
- Πίνακες με πιθανότητες επιβίωσης (Survival Probabilities) και αθροιστικές πιθανότητες αστοχίας (Cumulative Failure Probabilities).
- Διάγραμμα πιθανότητας (Probability Plot) με 95% ζώνες εμπιστοσύνης.
- Διάγραμμα επιβίωσης (Survival Plot) με 95% ζώνες εμπιστοσύνης.
- Διάγραμμα ρυθμού αποτυχιών (Hazard plot).

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το Minitab παρουσιάζονται παρακάτω:

## Censoring

### Censoring Information Count

Uncensored value	35
Right censored value	7

*Censoring value: STATUS FOR CYCLES = C*

Εικόνα 6: Censoring, Cycles

Από την Εικόνα 6 προκύπτει ότι από τα 42 υλικά που εξετάζονται, τα 7 λογίζονται ως χρονικώς λογοκριμένα δεδομένα (right-censored data), γιατί δεν έχουν αστοχήσει στους αντίστοιχους κύκλους λειτουργίας (19, 33, 34, 96, 175, 256 και 258 κύκλοι).

		Standard	95,0% Normal CI	
Parameter	Estimate	Error	Lower	Upper
Location	4,95649	0,0996061	4,76126	5,15171
Scale	0,352455	0,0482628	0,269492	0,460958

**Πίνακας 4: Parameter Estimates, Cycles**

Από τον Πίνακα 4 προκύπτει ότι η παράμετρος θέσης (location parameter) είναι  $\mu=4,95649$  και η παράμετρος κλίμακας (scale parameter) είναι  $\sigma=0,352455$ . Για  $\mu=4,95649$  και  $\sigma=0,352455$  από τις εξισώσεις (46) και (47) έχουμε ότι  $\alpha=e^{\mu}=142,09417$  και  $\beta=1/\sigma=2,83724$ . Το  $\alpha$  (παράμετρος κλίμακας) αντιπροσωπεύει το διάμεσο χρόνο αποτυχίας και σημαίνει ότι ο μισός πληθυσμός αποτυγχάνει πριν από περίπου 142 κύκλους λειτουργίας. Το  $\beta=2,837$  είναι η παράμετρος σχήματος που ελέγχει το σχήμα της κατανομής. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $\beta$ , τόσο πιο απότομη γίνεται η κατανομή γύρω από τη διάμεσο, αν και παραμένει ασύμμετρη προς τα δεξιά (right-skewed). Η τιμή  $\beta=2,837$  δείχνει ότι η κατανομή έχει μία εμφανή ασυμμετρία προς τα δεξιά, με περισσότερες τιμές να βρίσκονται σε υψηλότερους χρόνους ζωής.

		Standard	95,0% Normal CI	
	Estimate	Error	Lower	Upper
Mean(MTTF)	175,897	20,8307	139,461	221,851
Standard Deviation	157,993	55,2637	79,5977	313,600
Median	142,094	14,1534	116,893	172,727
First Quartile(Q1)	96,4742	10,7501	77,5465	120,022
Third Quartile(Q3)	209,285	23,9070	167,303	261,802
Interquartile Range(IQR)	112,811	19,9999	79,6976	159,683

**Πίνακας 5: Characteristics of Distribution, Cycles**

Στον Πίνακα 5 δίνονται η μέση τιμή (MTTF), η τυπική απόκλιση, η διάμεσος, το  $Q_1$  (25ο εκατοστιαίο σημείο, το  $Q_3$  (75ο εκατοστιαίο σημείο) και το IQR (διάστημα μεταξύ  $Q_1$  και  $Q_3$ ). Τα αποτελέσματα που προέκυψαν υπολογίστηκαν με βάση τη θεωρητική κατανομή. Το ίδιο ισχύει και για τους υπόλοιπους πίνακες και εικόνες που ακολουθούν στην υποενότητα. Παρατηρούμε ότι:

- Το 25% των υλικών (Q<sub>1</sub>) αποτυγχάνουν μέχρι τους 96,4742 κύκλους.
- Το επόμενο 25% (Q<sub>1</sub> έως Median) των υλικών αποτυγχάνουν από 96,4742 μέχρι 142,094 κύκλους.
- Το επόμενο 25% (Median έως Q<sub>3</sub>) αποτυγχάνει από 142,094 έως 209,285.

Για  $\alpha=e^{\mu}=142,09417$  και  $\beta=1/\sigma=2,83724$  από την εξίσωση (52) προκύπτει ότι:

$$MTTF = E(T) = \frac{\pi\alpha\beta^{-1}}{\sin(\pi\beta^{-1})} = \frac{\pi*142,09417*2,83724^{-1}}{\sin(\pi*2,83724^{-1})} = 175,89706.$$

Από τον Πίνακα 5 που προέκυψε από το Minitab, επαληθεύεται το αποτέλεσμα του MTTF.

		Standard	95,0% Normal CI	
Percent	Percentile	Error	Lower	Upper
1	28,1322	6,76241	17,5627	45,0625
2	36,0460	7,56808	23,8859	54,3966
3	41,7341	8,03494	28,6162	60,8654
4	46,3567	8,36129	32,5524	66,0150
5	50,3352	8,61136	35,9955	70,3875
6	53,8765	8,81414	39,0971	74,2429
7	57,0995	8,98520	41,9457	77,7281
8	60,0796	9,13386	44,5984	80,9347
9	62,8679	9,26616	47,0944	83,9244
10	65,5010	9,38619	49,4620	86,7408
20	87,1718	10,3139	69,1297	109,923
30	105,410	11,2298	85,5454	129,886
40	123,172	12,4322	101,064	150,116
50	142,094	14,1534	116,893	172,727
60	163,923	16,7338	134,198	200,232
70	191,545	20,8401	154,760	237,072
80	231,619	28,1746	182,487	293,979
90	308,250	45,5115	230,795	411,698
91	321,160	48,7652	238,492	432,483
92	336,065	52,6224	247,251	456,781
93	353,605	57,2915	257,398	485,770
94	374,758	63,0976	269,423	521,275
95	401,124	70,5829	284,118	566,315
96	435,550	80,7376	302,866	626,360
97	483,792	95,6235	328,409	712,693
98	560,136	120,555	367,362	854,068
99	717,706	176,426	443,308	1161,95

Πίνακας 6: Percentiles, Cycles

Από τον Πίνακα 6, μπορούμε να δούμε τους κύκλους στους οποίους τα διάφορα ποσοστά συρματόσχοινων αποτυγχάνουν. Για παράδειγμα έχουμε 95% εμπιστοσύνη ότι το 1% των εξεταζόμενων υλικών θα έχει αποτύχει μέχρι κάποιο διάστημα που είναι μεταξύ 17,5627 και 45,0625 κύκλων λειτουργίας. Επίσης το 50% των υλικών θα έχει αποτύχει μεταξύ 116,893 και 172,727 κύκλων λειτουργίας.

		95,0% Normal CI	
Time	Probability	Lower	Upper
50	0,950893	0,881624	0,980524
100	0,730423	0,596020	0,832665
150	0,461668	0,329535	0,599415
200	0,274910	0,169542	0,413180
250	0,167567	0,089937	0,290795
300	0,107144	0,050875	0,211759
350	0,071916	0,030696	0,159389
400	0,050379	0,019585	0,123496
450	0,036592	0,013093	0,098076
500	0,027396	0,009099	0,079533

**Πίνακας 7: Survival Probabilities, Cycles**

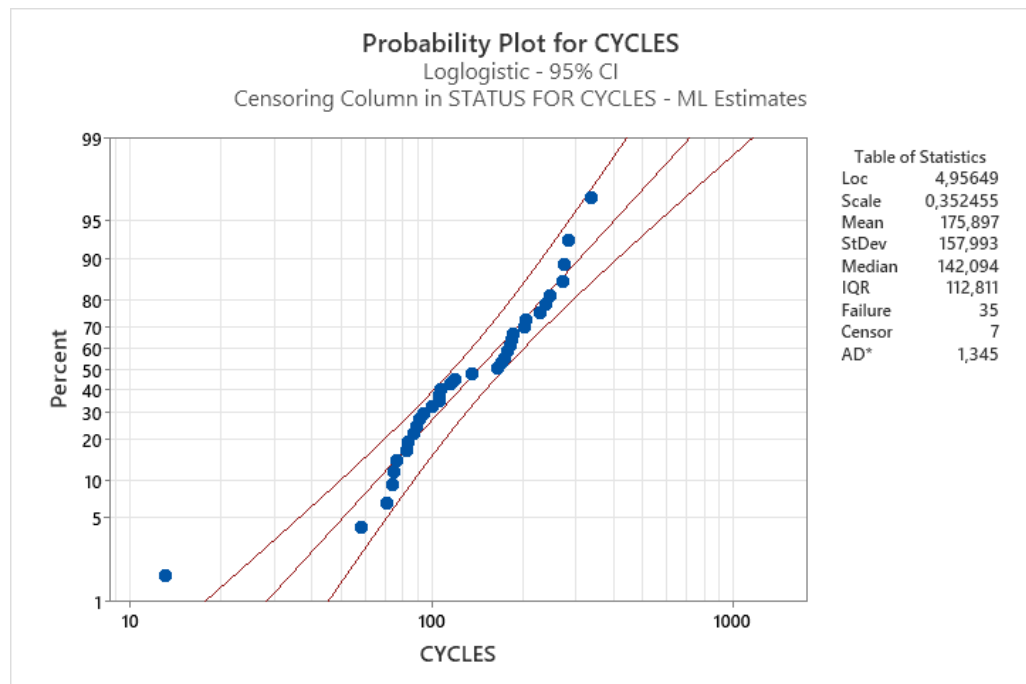
Στον Πίνακα 7, δίνονται οι πιθανότητες επιβίωσης (survival probabilities) των υλικών. Φαίνεται το ποσοστό των συρματόσχοινων που θα έχουν επιζήσει μετά από κάποιους κύκλους λειτουργίας και ουσιαστικά πρόκειται για την πιθανότητα αξιοπιστίας. Στη προκειμένη περίπτωση έχουμε 95 % εμπιστοσύνη ότι μετά από 200 κύκλους λειτουργίας θα επιζούν από 16,9542% μέχρι 41,318% όλων των υλικών.

		95,0% Normal CI	
Time	Probability	Lower	Upper
50	0,049107	0,019476	0,118376
100	0,269577	0,167335	0,403980
150	0,538332	0,400585	0,670465
200	0,725090	0,586820	0,830458
250	0,832433	0,709205	0,910063
300	0,892856	0,788241	0,949125
350	0,928084	0,840611	0,969304
400	0,949621	0,876504	0,980415
450	0,963408	0,901924	0,986907
500	0,972604	0,920467	0,990901

**Πίνακας 8: Cumulative Failure Probabilities, Cycles**

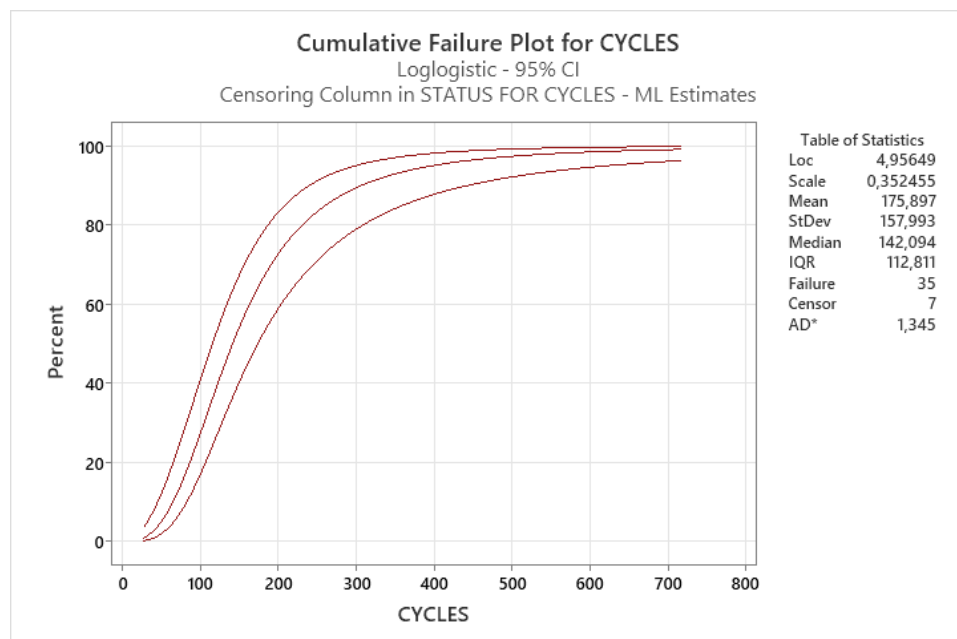
Αντίστοιχα στον Πίνακα 8, δίνονται οι αθροιστικές πιθανότητες αποτυχίας (cumulative failure probabilities) των υλικών. Φαίνεται δηλαδή το συνολικό ποσοστό των συρματόσχοινων που

θα έχουν αστοχήσει μετά από κάποιους κύκλους λειτουργίας. Στη προκειμένη περίπτωση έχουμε 95% εμπιστοσύνη ότι μετά από 200 κύκλους λειτουργίας θα αποτυγχάνει από 58,6820% μέχρι 83,0458% όλων των υλικών.



Εικόνα 7: Probability Plot, Cycles

Στην Εικόνα 7 δίνεται το διάγραμμα πιθανότητας και παρατηρείται ότι τα δεδομένα βρίσκονται κοντά στην κεντρική γραμμή. Οι γραμμές εκατέρωθεν της κεντρικής γραμμής αντιπροσωπεύουν τις 95% ζώνες εμπιστοσύνης.



Εικόνα 8: Cumulative Failure Plot, Cycles



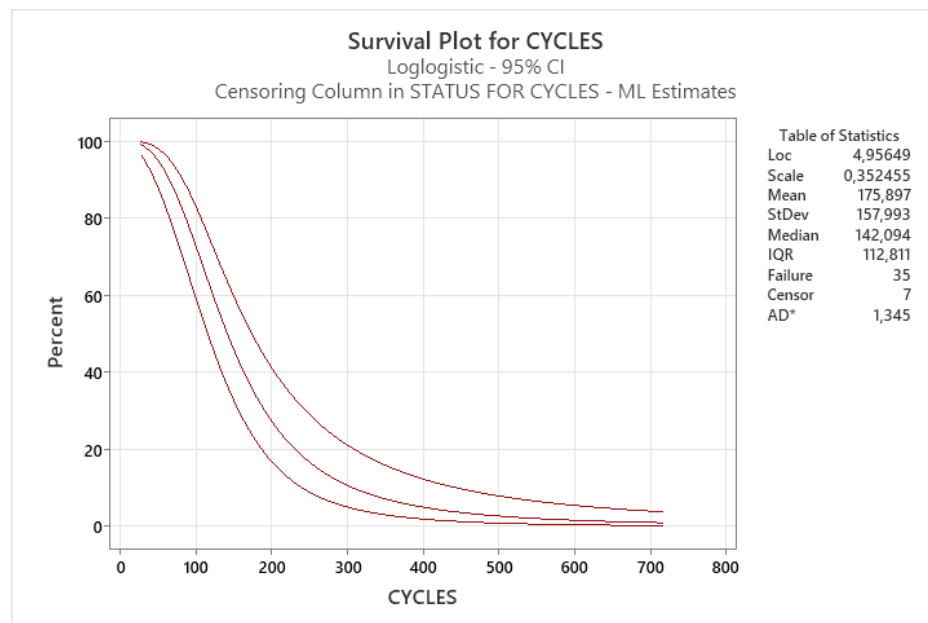
Στην Εικόνα 8 δίνεται το διάγραμμα αθροιστικής πιθανότητας αποτυχίας για τα υλικά. Το διάγραμμα δείχνει ότι αυτή η πιθανότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου, δηλαδή με την αύξηση των κύκλων λειτουργίας. Για παράδειγμα, περίπου 50% των αποτυχιών έχει συμβεί μέχρι τους 142 κύκλους (τιμή της διαμέσου). Στους 500 κύκλους, η σωρευτική πιθανότητα αποτυχίας φτάνει στο 97,26%. Αυτό σημαίνει ότι σχεδόν όλα τα υλικά έχουν αποτύχει έως αυτό το σημείο.

Για  $\alpha=142,09417$ ,  $\beta=2,83724$ ,  $t=100$  και  $t=MTTF=175,897$  η εξίσωση (49) γίνεται:

$$F(100) = \frac{\left(\frac{t}{a}\right)^\beta}{1+\left(\frac{t}{a}\right)^\beta} = \frac{\left(\frac{100}{142,09417}\right)^{2,83724}}{1+\left(\frac{100}{142,09417}\right)^{2,83724}} = 0,269575,$$

το οποίο επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα του Πίνακα 8 καθώς και από την Εικόνα 8.

$$F(175,897) = \frac{\left(\frac{t}{a}\right)^\beta}{1+\left(\frac{t}{a}\right)^\beta} = \frac{\left(\frac{175,897}{142,09417}\right)^{2,83724}}{1+\left(\frac{175,897}{142,09417}\right)^{2,83724}} = 0,646911.$$



**Εικόνα 9: Survival Plot, Cycles**

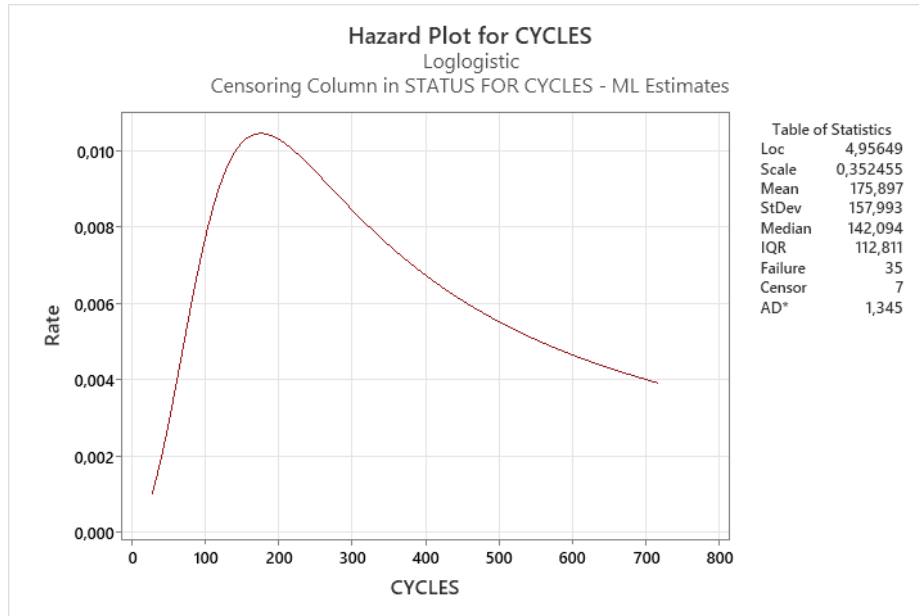
Στην Εικόνα 9 φαίνεται το διάγραμμα επιβίωσης (Survival Plot), το οποίο δίνει τη πιθανότητα επιβίωσης ως προς τους κύκλους λειτουργίας. Κάθε σημείο της καμπύλης αντιπροσωπεύει το ποσοστό των συρματόσχοινων που επιζούν για συγκεκριμένους κύκλους λειτουργίας. Η καμπύλη επιβίωσης βρίσκεται μεταξύ δύο καμπυλών οι οποίες είναι οι 95% ζώνες εμπιστοσύνης. Παρατηρείται ότι περίπου στους 200 κύκλους λειτουργίας η επιβίωση μειώνεται σημαντικά [ $R(200)=27,491\%$ ]. Στους 142,094 κύκλους λειτουργίας (διάμεσος) το ποσοστό επιβίωσης είναι στο 50%.

Για  $\alpha=142,09417$ ,  $\beta=2,83724$ ,  $t=100$  και  $t=MTTF=175,897$  η εξίσωση (50) γίνεται:

$$R(100) = 1 - F(100) = 1 - 0,269575 = 0,730425,$$

το οποίο επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα του Πίνακα 7 καθώς και από την Εικόνα 9.

$$R(175,897) = 1 - F(175,897) = 1 - 0,646911 = 0,353089.$$



**Εικόνα 10: Hazard Plot, Cycles**

Στην Εικόνα 10 φαίνεται το διάγραμμα του ρυθμού αποτυχιών (hazard rate), το οποίο δείχνει το στιγμιαίο ρυθμό αποτυχιών για κάθε κύκλο λειτουργίας. Η καμπύλη του ρυθμού αποτυχίας αρχικά αυξάνεται και μετά μειώνεται. Ο ρυθμός αποτυχίας φτάνει σε μια μέγιστη τιμή περίπου στους 200 κύκλους, όπου η πιθανότητα αποτυχίας ανά μονάδα χρόνου είναι η υψηλότερη. Η αρχική απότομη αύξηση του ρυθμού αποτυχίας υποδηλώνει ότι το υλικό είναι πιο ευάλωτο σε αποτυχία στους πρώτους κύκλους λειτουργίας του. Μετά το μέγιστο (peak), ο ρυθμός αποτυχίας μειώνεται. Η σταδιακή μείωση του ρυθμού αποτυχίας δείχνει ότι το σύστημα γίνεται πιο αξιόπιστο με την πάροδο των κύκλων, δηλαδή οι περισσότερες αποτυχίες έχουν ήδη συμβεί και τα υλικά που έχουν επιζήσει είναι λιγότερο πιθανό να αποτύχουν.

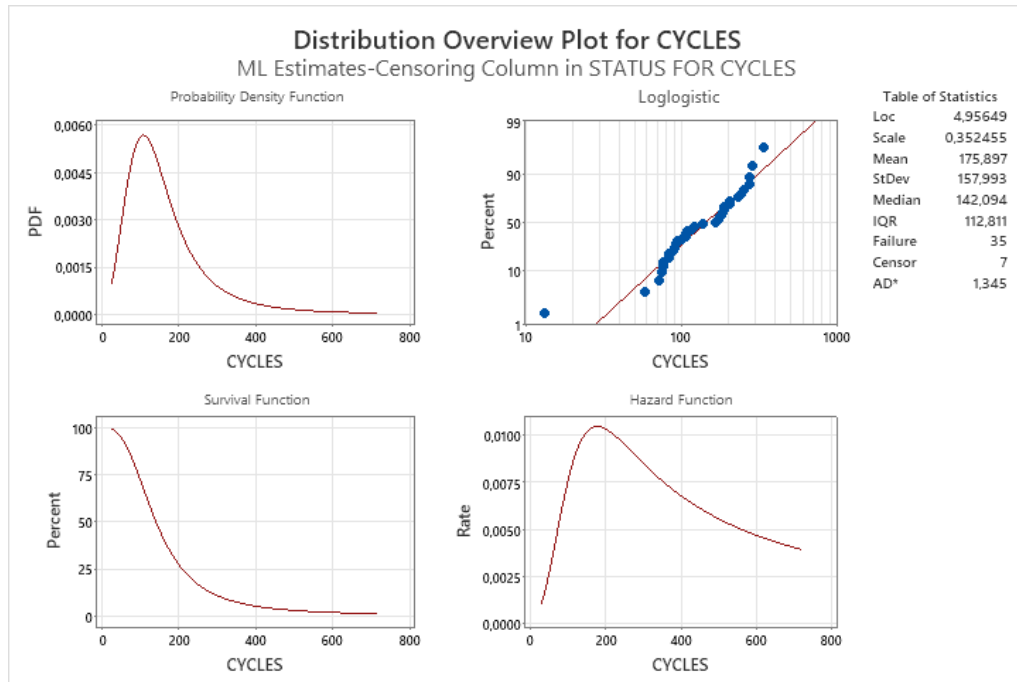
Για  $\alpha=142,09417$ ,  $\beta=2,83724$ ,  $t=100$  και  $t=MTTF=175,897$  η σχέση (51) γίνεται:

$$h(100) = \frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) * \left(\frac{t}{a}\right)^{\beta-1}}{1 + \left(\frac{t}{a}\right)^{\beta}} = \frac{\left(\frac{2,83724}{142,09417}\right) * \left(\frac{100}{142,09417}\right)^{2,83724-1}}{1 + \left(\frac{100}{142,09417}\right)^{2,83724}} = 0,007648$$

$$h(175,897) = \frac{\left(\frac{2,83724}{142,09417}\right) * \left(\frac{175,897}{142,09417}\right)^{2,83724-1}}{1 + \left(\frac{175,897}{142,09417}\right)^{2,83724}} = 0,01043.$$

Τα ανωτέρω αποτελέσματα επιβεβαιώνονται από το διάγραμμα της Εικόνας 10.

Επιπρόσθετα από το Minitab, επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival> Distr. Analysis (Right Censoring)>Distribution Overview Plot. Οπότε προκύπτουν συγκεντρωτικά τα κάτωθι διαγράμματα:



Εικόνα 11: Distribution Overview Plot, Cycles

Στην Εικόνα 11 φαίνονται συνοπτικά η καμπύλη κατανομής (PDF), το διάγραμμα πιθανότητας, το διάγραμμα επιβίωσης και το διάγραμμα του ρυθμού αποτυχιών. Όπως αναφέρθηκε στην ανάλυση των δεδομένων του Πίνακα 5, η κατανομή (PDF) είναι ασύμμετρη και παρουσιάζει δεξιά ουρά (right skewed). Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν παρατηρήσεις με μεγαλύτερες τιμές που επηρεάζουν τη μορφή της ουράς προς τα δεξιά. Επίσης η καμπύλη έχει μια χαρακτηριστική ασύμμετρη καμπύλη με ένα μέγιστο σημείο (μονοκόρυφη).

Για  $\alpha=142,09417$ ,  $\beta=2,83724$  και  $t=200$  η σχέση (48) γίνεται:

$$f(200) = \frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) * \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}}{\left(1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right)^2} = \frac{\left(\frac{2,83724}{142,09417}\right) * \left(\frac{200}{142,09417}\right)^{2,83724-1}}{\left(1 + \left(\frac{200}{142,09417}\right)^{2,83724}\right)^2} = 0,002827.$$

Το εν λόγω αποτέλεσμα επαληθεύεται από το διάγραμμα πυκνότητας πιθανότητας της Εικόνας 11.

## 4.2 Μελέτη αξιοπιστίας για μήνες λειτουργίας

### 4.2.1 Επιλογή κατανομής

Για την εύρεση της ιδανικότερης κατανομής που ακολουθούν τα δεδομένα θα χρησιμοποιηθεί το Minitab και πιο συγκεκριμένα αυτό θα γίνει μέσω του Distribution ID Plot.

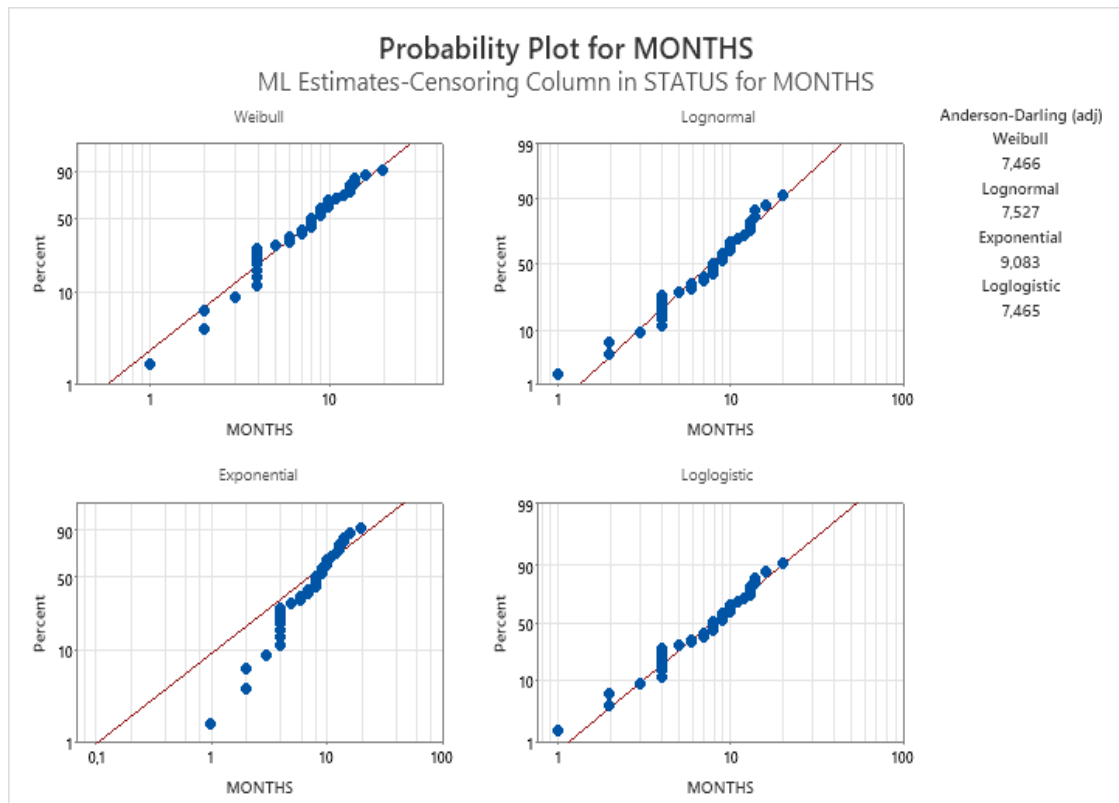
Χρησιμοποιώντας το Minitab έχουμε :

1. Επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival>Distribution Analysis (Right Censoring)>Distribution ID Plot
2. Ως variable επιλέγουμε τη στήλη με τους Μήνες (Months) και επιλέγουμε όλες τις κατανομές.
3. Στο πεδίο Censor επιλέγουμε την στήλη STATUS for Months που έχουμε δημιουργήσει με τιμές 'F' όταν το υλικό αστοχεί και 'C' (Censored) όταν αυτό συνεχίζει να βρίσκεται σε λειτουργία. Στη συνέχεια στο πεδίο censoring value εισάγουμε την τιμή 'C'.

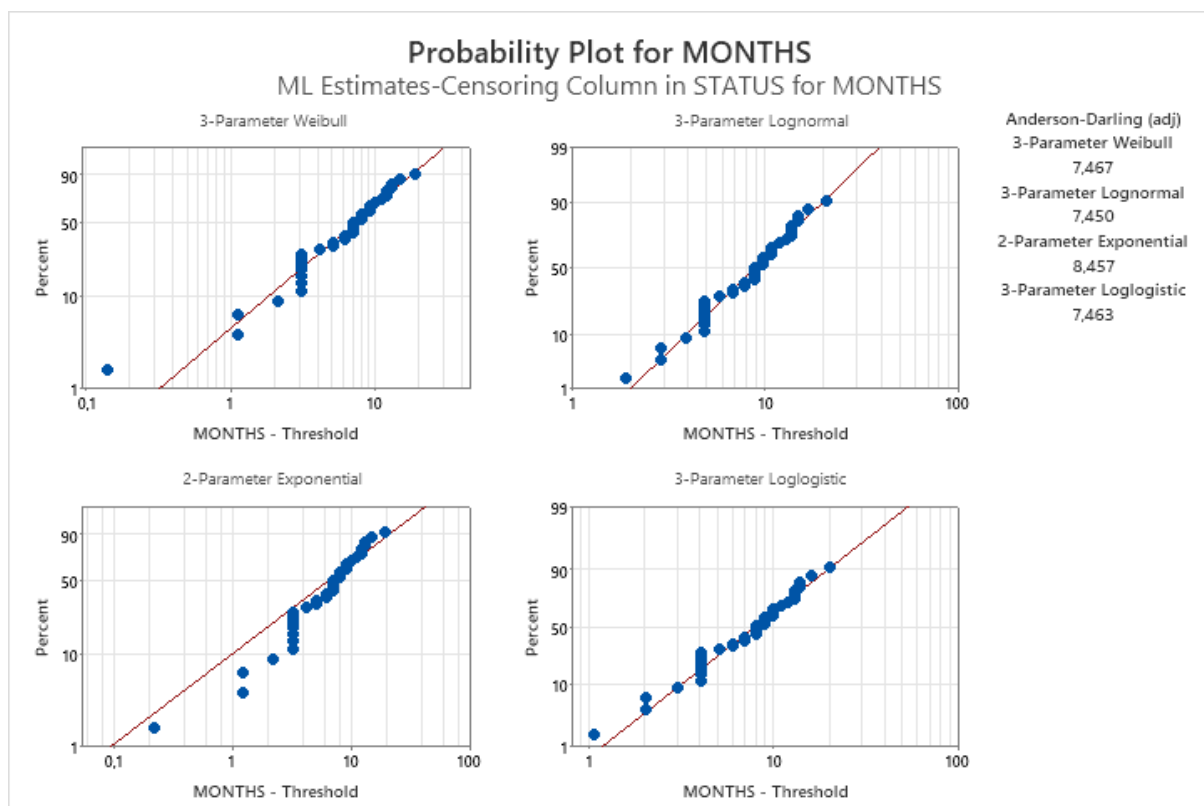
Οπότε προκύπτει ο κάτωθι πίνακας και οι ακόλουθες γραφικές παραστάσεις των πιθανοτήτων (Probability Plots):

Distribution	Anderson-Darling (adj)
Weibull	7,466
Lognormal	7,527
Exponential	9,083
Loglogistic	7,465
3-Parameter Weibull	7,467
3-Parameter Lognormal	7,450
2-Parameter Exponential	8,457
3-Parameter Loglogistic	7,463
Smallest Extreme Value	8,937
Normal	7,912
Logistic	7,762

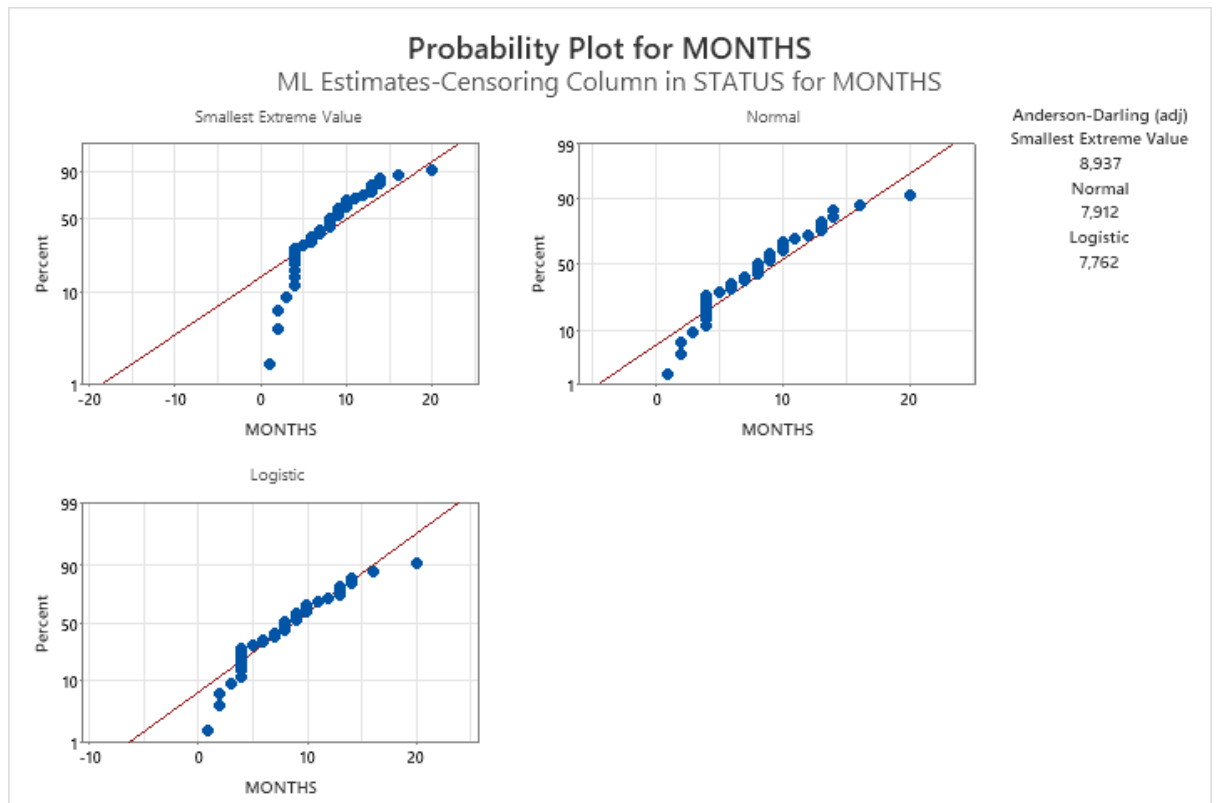
Πίνακας 9: Goodness-of-Fit, Months



Εικόνα 12: Distribution ID Plot 1, Months



Εικόνα 13: Distribution ID Plot 2, Months



Εικόνα 14: Distribution ID Plot 3, Months

Από τον Πίνακα 9 παρατηρούμε ότι οι μικρότερες τιμές του ελέγχου AD είναι οι κάτωθι:

Distribution	AD
3-Parameter Lognormal	7,450
3-Parameter Loglogistic	7,463
Loglogistic	7,465
Weibull	7,466
3-Parameter Weibull	7,467

Πίνακας 10: Lowest AD values

Για την επιλογή της καταλληλότερης κατανομής θα σχεδιάσουμε τις PDF των κατανομών του Πίνακα 10, με σκοπό να τις συγκρίνουμε μεταξύ τους για τυχόν διαφορές. Από το minitab έχουμε:

1. Επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival> Distr. Analysis (Right-Censoring) >Parametric Distr. Analysis.
2. Ως variable επιλέγουμε τη στήλη με τους Μήνες και ως Κατανομή αυτές του Πίνακα 10.

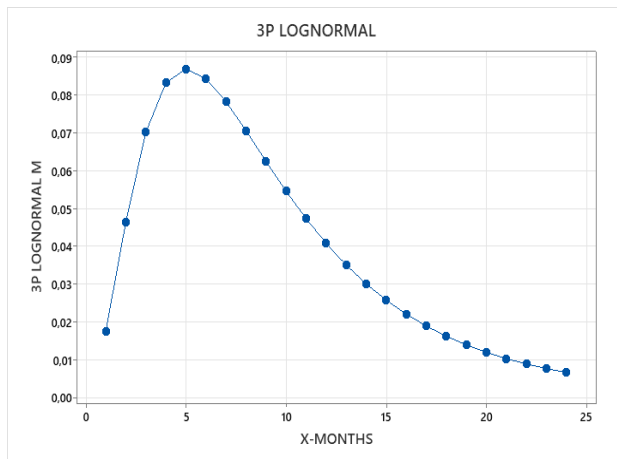
3. Στο πεδίο Censor, στην επιλογή Use censoring Columns επιλέγουμε τη στήλη STATUS for Months που δημιουργήσαμε και στο πεδίο censoring value εισάγουμε την τιμή 'C', διότι πρόκειται για χρονικώς λογοκριμένα δεδομένα που προκύπτουν από τη συνέχιση λειτουργίας του υλικού χωρίς αστοχία μετά από τη συμπλήρωση κάποιων μηνών λειτουργίας.

Οπότε προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας με τις ακόλουθες παραμέτρους:

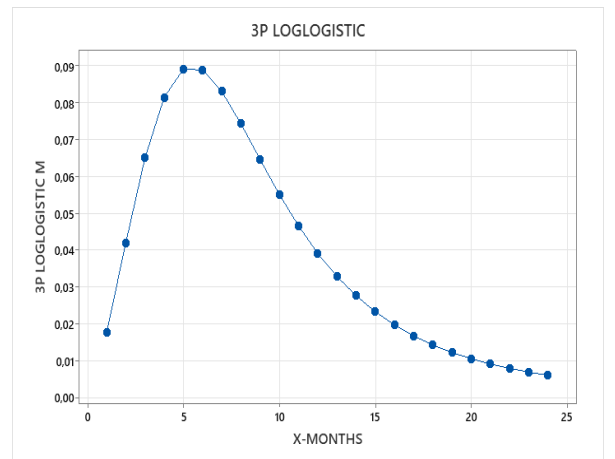
Distribution	AD	Shape	Scale	Threshold
3-Parameter Lognormal	7,450	2,17988	0,636307	-0,892689
3-Parameter Loglogistic	7,463	2,07681	0,416932	-0,0648702
Loglogistic	7,465	2,06759	0,421850	
Weibull	7,466	1,58662	10,7721	
3-Parameter Weibull	7,467	1,35282	9,63769	0,857979

**Πίνακας 11: Parameter Estimates**

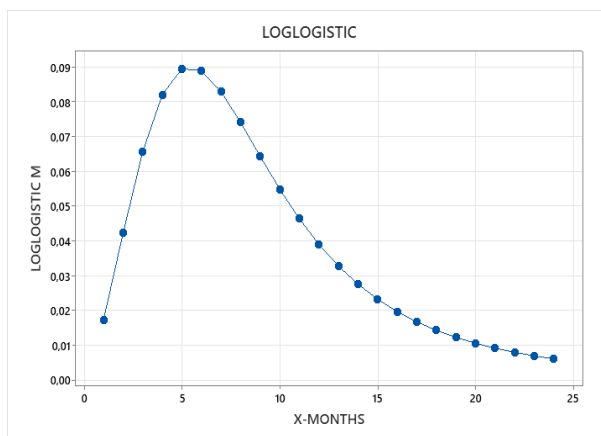
Στη συνέχεια μέσω του Minitab έχουμε: Calc>Probability Distributions και επιλέγουμε τις κατανομές του Πίνακα 11 συμπληρώνοντας στα πεδία τις αντίστοιχες παραμέτρους. Έχοντας αποθηκεύσει τις τιμές για κάθε κατανομή στη συνέχεια έχουμε Graph>Scatterplot > Simple και στις X και Y variables επιλέγουμε τις αντίστοιχες στήλες που προέκυψαν προηγουμένως για κάθε κατανομή. Οπότε προκύπτουν τα κάτωθι:



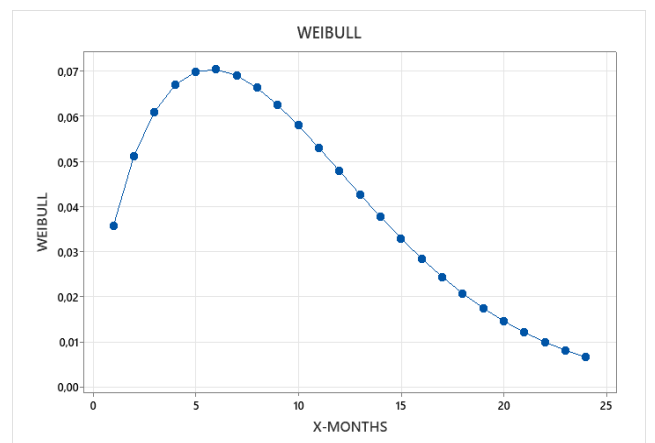
**Εικόνα 15: PDF 3P Longnormal, Months**



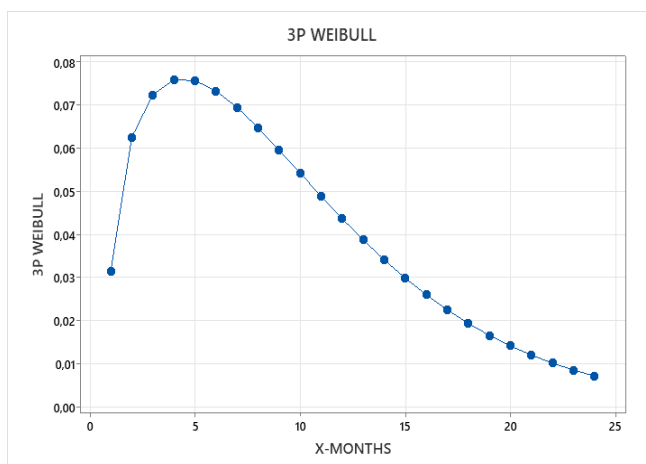
**Εικόνα 16: PDF 3P Loglogistic, Months**



**Εικόνα 17: PDF Loglogistic, Months**



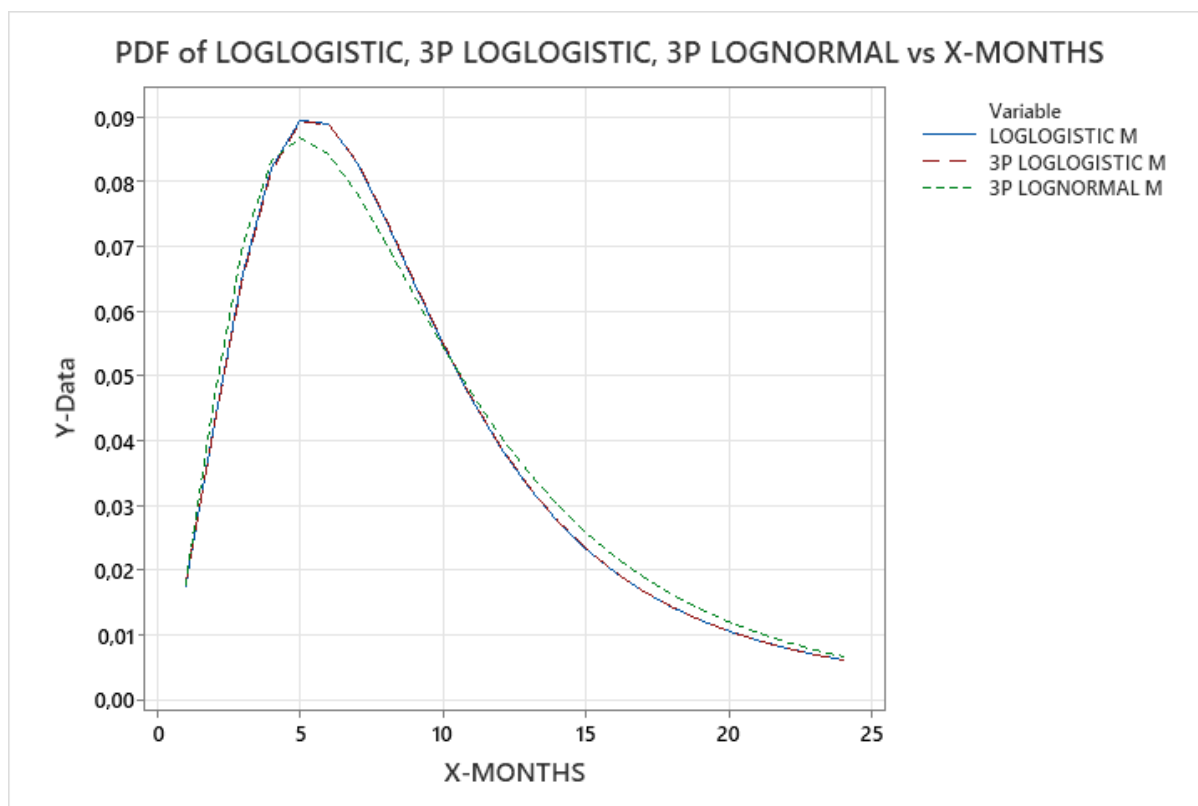
**Εικόνα 18: PDF Weibull, Months**



**Εικόνα 19: PDF 3P Weibull, Months**



Παρατηρώντας τις Εικόνες 15, 16, 17, 18 και 19 διαπιστώνουμε ότι οι PDF της LL, της 3P Longnormal και της 3P LL είναι αρκετά κοντά μεταξύ τους ως προς τη μορφή και το σχήμα. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το ακόλουθο διάγραμμα:



Εικόνα 20: PDF of Loglogistic, 3P Loglogistic & 3P Lognormal, Months

Συνεπώς οι κατανομές που φαίνονται στην εικόνα 20, μοιάζουν αρκετά μεταξύ τους. Λαμβάνοντας υπόψη και το γεγονός ότι η τιμή AD (7,465) της κατανομής LL είναι πολύ κοντά στην μικρότερη τιμή AD (7,465) της κατανομής 3P Longnormal, καθώς επίσης και ότι στο διάγραμμα πιθανότητας της LL (Εικόνα 12), τα σημεία είναι αρκετά κοντά στην κεντρική γραμμή, επιλέγεται η κατανομή Loglogistic ως η καταλληλότερη κατανομή για τη μελέτη που αφορά τους μήνες λειτουργίας.

Η κατανομή LL που επιλέχθηκε έχει τιμή  $AD=7,465$  και από τον Πίνακα 11 προκύπτει ότι η παράμετρος θέσης (location parameter) είναι  $\mu=2,06759$  και η παράμετρος κλίμακας (scale parameter) είναι  $\sigma=0,42185$ .

Λόγω της ιδιαιτερότητας που αναφέρθηκε στην υποενότητα 4.1.1, για τον έλεγχο υπόθεσης ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κατανομή LL διενεργήθηκε προσομοίωση. Συγκεκριμένα, ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία:

1. Δημιουργήθηκαν στο Minitab 1000 τυχαία δείγματα με 42 δεδομένα έκαστο, τα οποία ακολουθούν την κατανομή LL με τις παραμέτρους του αναφέρθηκαν προηγουμένως. Αυτό γίνεται επιλέγοντας την καρτέλα Calc>Random Data>Loglogistic και θέτοντας τις κατάλληλες τιμές.
2. Υπολογίστηκε για κάθε δείγμα η τιμή του ελέγχου AD λαμβάνοντας υπόψη την λογοκρισία των δεδομένων. Επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival> Distr. Analysis (Right Censoring) >Parametric Distr. Analysis. Ως variable επιλέγονται οι στήλες που δημιουργήθηκαν και στη συνέχεια στην καρτέλα Censor επιλέχθηκε η τιμή 24 (time censor at).

Με αυτό τον τρόπο προέκυψαν 1000 τιμές AD. Μέσω του excel στο οποίο αποθηκεύτηκαν οι εν λόγω τιμές, υπολογίστηκε το 95ο ποσοστιαίο σημείο (95<sup>th</sup> percentile), το οποίο αντιστοιχεί στην κρίσιμη τιμή AD. Το αποτέλεσμα που προέκυψε είναι  $AD_{crit, months}=22,1056$ , το οποίο είναι μεγαλύτερο από την τιμή  $AD=7,465$  και συνεπώς σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$  δεν απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κατανομή LL.

#### 4.2.2 Υπολογισμός παραμέτρων αξιοπιστίας

Στον έλεγχο που προηγήθηκε, αποδείχθηκε ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κατανομή Loglogistic. Οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθούν οι παραμετρικές εκτιμήσεις και πιο συγκεκριμένα θα επιλεγεί η μέθοδος μέγιστης πιθανότητας για τους λόγους που εξηγήθηκαν στη μελέτη με τους Κύκλους, καθώς και σε αυτή τη περίπτωση τα δεδομένα είναι λογοκριμένα.

Χρησιμοποιώντας το Minitab έχουμε:

1. Επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival> Distr. Analysis (Right-Censoring) >Parametric Distr. Analysis.
2. Ως variable επιλέγουμε τη στήλη με τους Μήνες του Πίνακα 2 και ως Κατανομή την Loglogistic.
3. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τον υπολογισμό πιθανοτήτων, στο πεδίο Estimate εισάγουμε τις τιμές 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 και επιλέγουμε τον υπολογισμό των Survival Probabilities και Cumulative Failure Probabilities.
4. Στο πεδίο Censor, στην επιλογή Use censoring Columns επιλέγουμε την στήλη STATUS for Months που δημιουργήσαμε και στο πεδίο censoring value εισάγουμε την τιμή 'C', διότι πρόκειται για χρονικώς λογοκριμένα δεδομένα που προκύπτουν από την αντικατάσταση του υλικού με τη συμπλήρωση του ορίου των 24 μηνών λειτουργίας ή

τη συνέχιση λειτουργίας του χωρίς αστοχία μετά από κάποιο χρονικό διάστημα (19 και 22 μήνες αντίστοιχα).

5. Στο πεδίο Graph επιλέγουμε όλα τα διαθέσιμα γραφήματα (Survival Plot, Failure Cumulative Plot, Hazard Plot).

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν αποτελούνται από:

- Πληροφορίες για την περικοπή των δεδομένων.
- Εκτιμήσεις παραμέτρων που συνοδεύονται από τα τυπικά σφάλματα και τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης.
- Χαρακτηριστικά της κατανομής καθώς και τα τυπικά σφάλματα και 95% διαστήματα εμπιστοσύνης αυτών.
- Πίνακας με τα εκατοστιαία σημεία και τα τυπικά σφάλματα και 95% διαστήματα εμπιστοσύνης αυτών.
- Πίνακες με πιθανότητες επιβίωσης και αθροιστικές πιθανότητες αστοχίας.
- Διάγραμμα πιθανότητας με 95% ζώνες εμπιστοσύνης.
- Διάγραμμα επιβίωσης με 95% ζώνες εμπιστοσύνης.
- Διάγραμμα ρυθμού αποτυχιών.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το Minitab παρουσιάζονται στη συνέχεια.

### Censoring

#### Censoring Information Count

Uncensored value	35
Right censored value	7

Censoring value: STATUS for MONTHS = C

Εικόνα 21: Censoring, Months

Από την Εικόνα 21 προκύπτει ότι από τα 42 υλικά που εξετάζονται, τα 7 λογίζονται ως χρονικώς λογοκριμένα δεδομένα (right-censored data), γιατί δεν έχουν αστοχήσει στα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα που φαίνονται στον Πίνακα 1.

		Standard	95,0% Normal CI	
Parameter	Estimate	Error	Lower	Upper
Location	2,06759	0,116960	1,83836	2,29683
Scale	0,421850	0,0586417	0,321242	0,553967

Πίνακας 12: Parameter Estimates, Months

Από τον Πίνακα 12 προκύπτει ότι η παράμετρος θέσης (location parameter) είναι  $\mu=2,06759$  και η παράμετρος κλίμακας (scale parameter) είναι  $\sigma=0,42185$ . Για  $\mu=2,06759$  και  $\sigma=0,42185$  από τις σχέσεις (46) και (47) έχουμε ότι  $\alpha=e^\mu=7,905747$  και  $\beta=1/\sigma=2,3705$ . Το  $\alpha$  (παράμετρος κλίμακας) είναι ο διάμεσος χρόνος αποτυχίας και σημαίνει ότι ο μισός πληθυσμός αποτυγχάνει πριν από 7,9 μήνες. Το  $\beta=2,3705$  είναι η παράμετρος σχήματος, η οποία καθορίζει το σχήμα της κατανομής. Τέλος η τιμή 2,37 δείχνει ότι η κατανομή έχει μία ασυμμετρία προς τα δεξιά (right-skewed), δηλαδή περισσότερες τιμές βρίσκονται προς υψηλότερους χρόνους ζωής.

		Standard	95,0% Normal CI	
	Estimate	Error	Lower	Upper
Mean(MTTF)	10,8013	1,62100	8,04880	14,4950
Standard Deviation	15,3186	8,98747	4,85084	48,3751
Median	7,90578	0,924656	6,28621	9,94262
First Quartile(Q1)	4,97360	0,661244	3,83269	6,45415
Third Quartile(Q3)	12,5666	1,68525	9,66202	16,3444
Interquartile Range(IQR)	7,59301	1,44435	5,22995	11,0238

Πίνακας 13: Characteristics of Distribution, Months

Για  $\alpha=e^\mu=7,905747$  και  $\beta=1/\sigma=2,3705$ . Χρησιμοποιώντας τον τύπο (52) έχουμε ότι:

$$MTTF = E(T) = \frac{\pi\alpha\beta^{-1}}{\sin(\pi\beta^{-1})} = \frac{\pi*7,905747*2,3705^{-1}}{\sin(\pi*2,3705^{-1})} = 10,801.$$

Από τον Πίνακα 13 που προέκυψε από το Minitab, επαληθεύεται το αποτέλεσμα του MTTF.

Στον Πίνακα 13 δίνονται η μέση τιμή (MTTF), η τυπική απόκλιση, η διάμεσος, το  $Q_1$  (25ο εκατοστιαίο σημείο, το  $Q_3$  (75ο εκατοστιαίο σημείο) και το IQR (διάστημα μεταξύ  $Q_1$  και  $Q_3$ ). Τα αποτελέσματα που προέκυψαν υπολογίστηκαν με βάση τη θεωρητική κατανομή. Το ίδιο ισχύει και για τους υπόλοιπους πίνακες και εικόνες που ακολουθούν στην υποενότητα. Παρατηρούμε ότι:

- Το 25% των υλικών ( $Q_1$ ) αποτυγχάνουν μέχρι τους 4,9736 μήνες λειτουργίας.
- Το επόμενο 25% ( $Q_1$  έως Median) των υλικών αποτυγχάνουν από 4,9736 μέχρι 7,90578 μήνες.
- Το επόμενο 25% (Median έως  $Q_3$ ) αποτυγχάνει από 7,90578 έως 12,5666 μήνες.

Percent	Percentile	Standard Error	95,0% Normal CI	
			Lower	Upper
1	1,13785	0,332997	0,641178	2,01927
2	1,53086	0,390952	0,928016	2,52532
3	1,82431	0,426843	1,15329	2,88575
4	2,06872	0,453074	1,34673	3,17779
5	2,28298	0,473851	1,51995	3,42907
6	2,47653	0,491133	1,67895	3,65300
7	2,65488	0,506002	1,82731	3,85725
8	2,82156	0,519119	1,96736	4,04665
9	2,97900	0,530920	2,10072	4,22447
10	3,12894	0,541707	2,22859	4,39303
20	4,40520	0,624449	3,33661	5,81602
30	5,52985	0,700120	4,31465	7,08732
40	6,66286	0,793635	5,27559	8,41492
50	7,90578	0,924656	6,28621	9,94262
60	9,38056	1,12182	7,42051	11,8583
70	11,3025	1,44156	8,80260	14,5124
80	14,1881	2,03057	10,7177	18,7822
90	19,9752	3,49366	14,1781	28,1428
91	20,9807	3,77722	14,7426	29,8582
92	22,1513	4,11652	15,3892	31,8848
93	23,5421	4,53157	16,1435	34,3313
94	25,2374	5,05385	17,0447	37,3680
95	27,3771	5,73656	18,1563	41,2807
96	30,2125	6,67812	19,5902	46,5945
97	34,2603	8,08714	21,5707	54,4148
98	40,8276	10,5135	24,6468	67,6311
99	54,9292	16,1958	30,8196	97,8992

**Πίνακας 14: Table of Percentiles, Months**

Από τον Πίνακα 14, μπορούμε να δούμε τους μήνες στους οποίους τα διάφορα ποσοστά συρματόσχοινων αποτυγχάνουν. Για παράδειγμα έχουμε 95% εμπιστοσύνη ότι το 1% των εξεταζόμενων υλικών θα έχει αποτύχει μέχρι κάποιο διάστημα που είναι μεταξύ 0,641178 και 2,01927 μήνες λειτουργίας και ότι το 50% των υλικών θα έχει αποτύχει μεταξύ 6,28621 και 9,94262 μήνες λειτουργίας.

Time	Probability	95,0% Normal CI	
		Lower	Upper
3	0,908627	0,813417	0,957775
6	0,657882	0,520922	0,772767
9	0,423776	0,297767	0,560545
12	0,271061	0,168221	0,406078
15	0,179725	0,099347	0,303239
18	0,124509	0,062133	0,233890
21	0,089821	0,040984	0,185592
24	0,067085	0,028289	0,150828

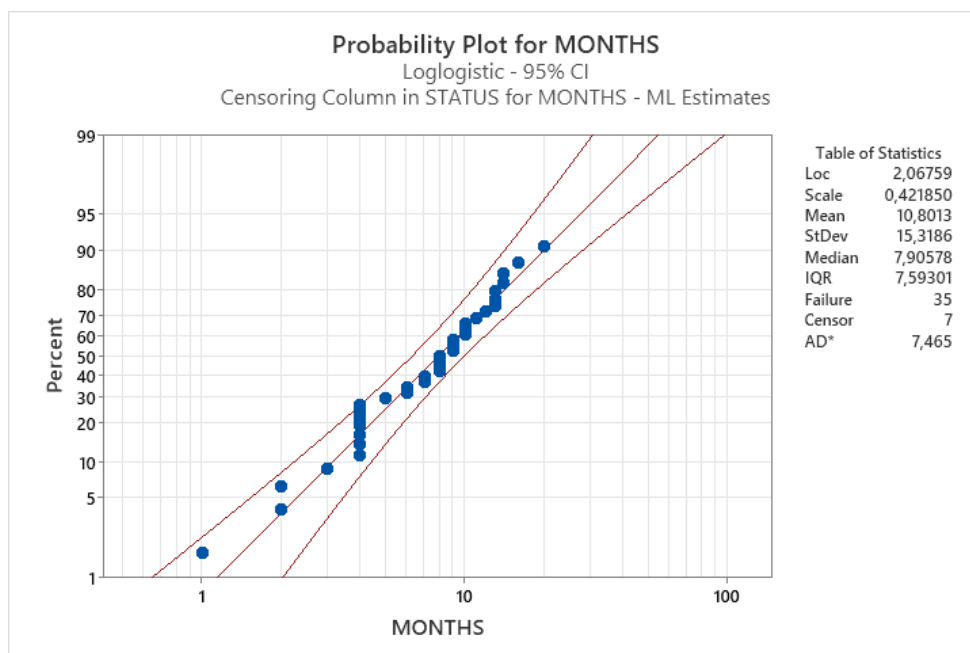
**Πίνακας 15: Survival Probabilities, Months**

Στον Πίνακα 15, δίνονται οι πιθανότητες επιβίωσης (survival probabilities) των υλικών. Φαίνεται το ποσοστό των συρματόσχοινων που θα έχουν επιζήσει μετά από κάποιους μήνες λειτουργίας και ουσιαστικά πρόκειται για την πιθανότητα αξιοπιστίας. Στη προκειμένη περίπτωση έχουμε 95 % εμπιστοσύνη ότι μετά από 12 μήνες λειτουργίας θα επιζούν από 16,8221% μέχρι 40,6078% όλων των υλικών Cable.

		95,0% Normal CI	
Time	Probability	Lower	Upper
3	0,091373	0,042225	0,186583
6	0,342118	0,227233	0,479078
9	0,576224	0,439455	0,702233
12	0,728939	0,593922	0,831779
15	0,820275	0,696761	0,900653
18	0,875491	0,766110	0,937867
21	0,910179	0,814408	0,959016
24	0,932915	0,849172	0,971711

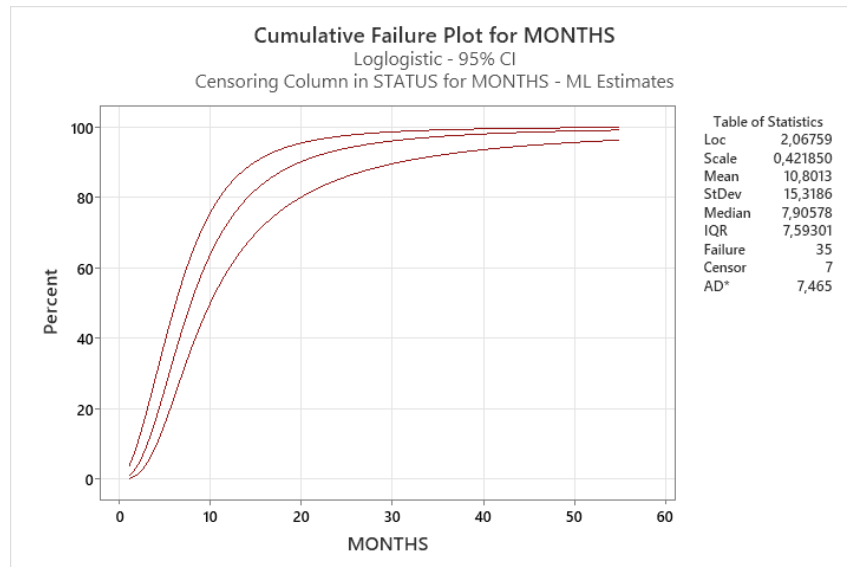
**Πίνακας 16: Cumulative Failure Probabilities, Months**

Αντίστοιχα στον Πίνακα 16, δίνονται οι αθροιστικές πιθανότητες αποτυχίας (cumulative failure probabilities) των υλικών. Φαίνεται δηλαδή το συνολικό ποσοστό των συρματόσχοινων που θα έχουν αστοχήσει μετά από κάποιους μήνες λειτουργίας. Στη προκειμένη περίπτωση έχουμε 95% εμπιστοσύνη ότι μετά από 12 μήνες λειτουργίας θα αποτυγχάνει από 59,3922% μέχρι 83,1779% όλων των υλικών.



**Εικόνα 22: Probability Plot , Months**

Στην Εικόνα 22 δίνεται το διάγραμμα πιθανότητας και παρατηρείται ότι τα δεδομένα βρίσκονται κοντά στην κεντρική γραμμή. Οι γραμμές εκατέρωθεν της κεντρικής γραμμής αντιπροσωπεύουν τις 95% ζώνες εμπιστοσύνης.



**Εικόνα 23: Cumulative Failure Plot, Months**

Στην Εικόνα 23 δίνεται το διάγραμμα αθροιστικής πιθανότητας αποτυχίας για τα υλικά. Το διάγραμμα δείχνει ότι αυτή η πιθανότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου, δηλαδή με την αύξηση των μηνών λειτουργίας. Για παράδειγμα, περίπου 50% των αποτυχιών έχει συμβεί μέχρι τους 7,9 μήνες (τιμή της διαμέσου). Στους 24 μήνες λειτουργίας, η αθροιστική πιθανότητα αποτυχίας φτάνει στο 93,2915%.

Για  $\alpha=7,905747$  και  $\beta=2,3705$  και με χρήση του τύπου (49) έχουμε ότι:

$$F(9) = \frac{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}}{1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}} = \frac{\left(\frac{9}{7,905747}\right)^{2,3705}}{1 + \left(\frac{9}{7,905747}\right)^{2,3705}} = 0,57622,$$

το οποίο επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα του Πίνακα 16.

$$F(10,8013) = \frac{\left(\frac{10,8013}{7,905747}\right)^{2,3705}}{1 + \left(\frac{10,8013}{7,905747}\right)^{2,3705}} = 0,678686.$$



**Εικόνα 24: Survival Plot, Months**

Στην Εικόνα 24 φαίνεται το διάγραμμα επιβίωσης (Survival Plot), το οποίο δίνει την πιθανότητα επιβίωσης ως προς τους μήνες λειτουργίας. Κάθε σημείο της καμπύλης αντιπροσωπεύει το ποσοστό των συρματοσχοίνων που επιζούν για συγκεκριμένους μήνες λειτουργίας. Η καμπύλη επιβίωσης βρίσκεται μεταξύ δύο καμπυλών οι οποίες είναι οι 95% ζώνες εμπιστοσύνης. Παρατηρείται ότι στους πρώτους δέκα μήνες (10) η επιβίωση μειώνεται σημαντικά. Στους 7,9 μήνες (διάμεσος) το ποσοστό επιβίωσης είναι 50%.

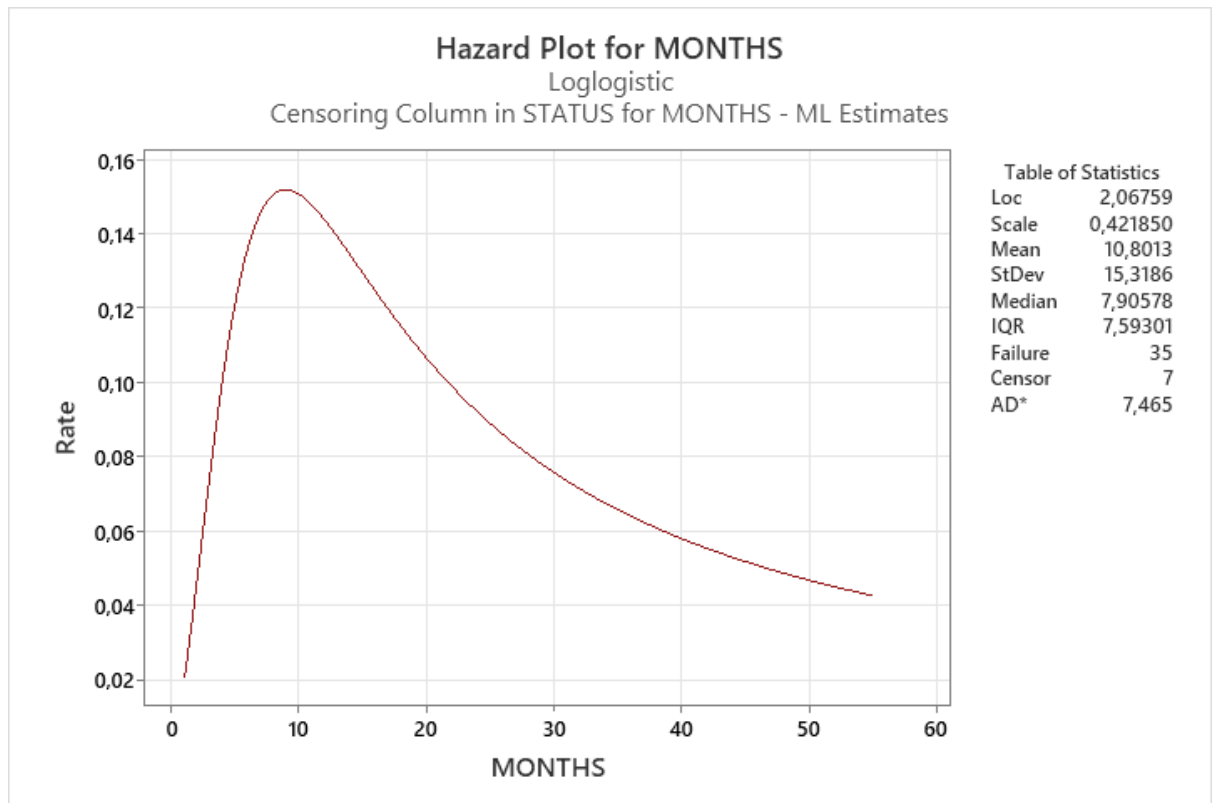
Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (50) προκύπτει ότι:

$$R(9) = 1 - F(9) = 1 - 0,57622 = 0,42378,$$

το οποίο επιβεβαιώνεται από τον Πίνακα 15.

$$R(10,8013) = 1 - F(10,8013) = 1 - 0,678686 = 0,321314.$$





**Εικόνα 25: Hazard Plot, Months**

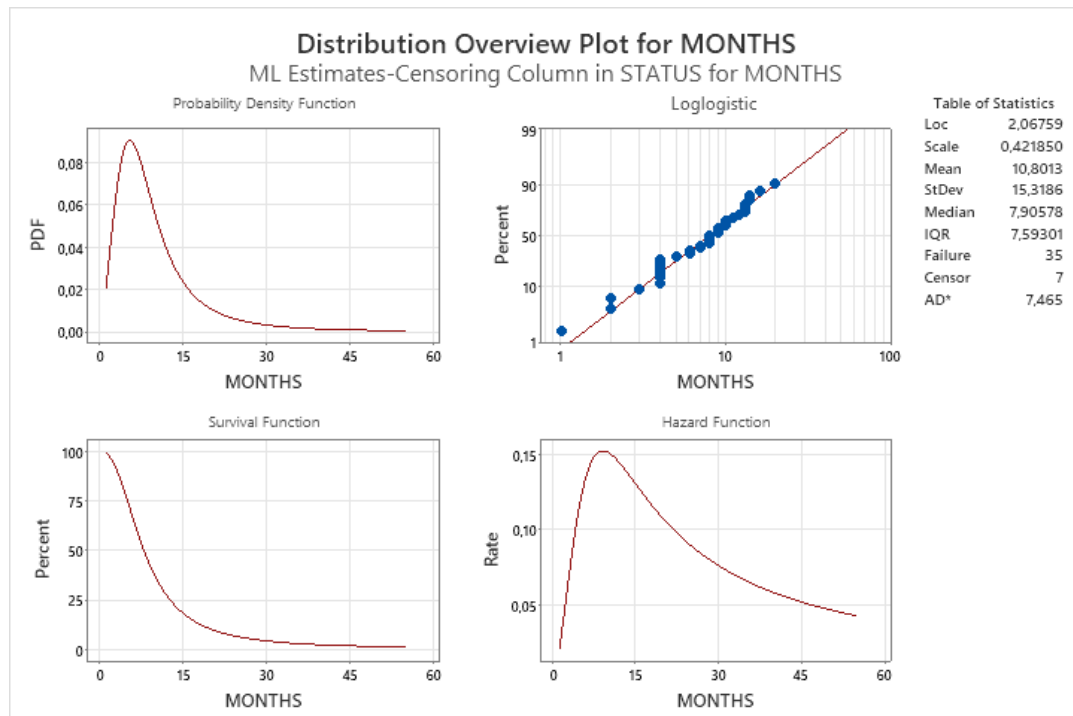
Στην Εικόνα 25 φαίνεται το διάγραμμα του ρυθμού αποτυχιών, το οποίο δείχνει το στιγμιαίο ρυθμό αποτυχιών για κάθε κύκλο λειτουργίας. Το διάγραμμα παρουσιάζει μια μονοκόρυφη (unimodal) καμπύλη, με το ρυθμό αστοχίας να αυξάνεται αρχικά, να φτάνει σε ένα μέγιστο σημείο, και στη συνέχεια να μειώνεται. Ο ρυθμός αποτυχίας φτάνει σε μια μέγιστη τιμή περίπου στους 9 μήνες λειτουργίας, όπου η πιθανότητα αποτυχίας ανά μονάδα χρόνου είναι η υψηλότερη. Μετά το μέγιστο και καθώς αυξάνονται οι μήνες λειτουργίας, ο ρυθμός αποτυχίας μειώνεται. Αυτό δείχνει ότι οι περισσότερες αποτυχίες έχουν ήδη συμβεί και τα υλικά που έχουν επιζήσει είναι λιγότερο πιθανό να αποτύχουν.

Για  $\alpha=7,905747$  και  $\beta=2,3705$  η εξίσωση (51) γίνεται:

$$h(10) = \frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^{\beta-1}}{1 + \left(\frac{t}{a}\right)^{\beta}} = \frac{\left(\frac{2,3705}{7,905747}\right) \cdot \left(\frac{10}{7,905747}\right)^{2,3705-1}}{1 + \left(\frac{10}{7,905747}\right)^{2,3705}} = 0,1507,$$

το οποίο επαληθεύεται από το διάγραμμα της Εικόνας 25.

Επιπρόσθετα από το Minitab, επιλέγουμε Stat>Reliability/Survival> Distr. Analysis (Right Censoring)>Distribution Overview Plot. Οπότε προκύπτουν συγκεντρωτικά τα κάτωθι διαγράμματα:



Εικόνα 26: Distribution Overview Plot, Months

Στην Εικόνα 26 φαίνονται συνοπτικά η καμπύλη κατανομής (PDF), το διάγραμμα πιθανότητας, το διάγραμμα επιβίωσης και το διάγραμμα του ρυθμού αποτυχιών. Όπως αναφέρθηκε στην ανάλυση των δεδομένων του Πίνακα 13, παρατηρείται ότι η καμπύλη πυκνότητας πιθανότητας (PDF) έχει μία ασυμμετρία προς τα δεξιά (right skewness).

Για  $\alpha=7,905747$  και  $\beta=2,3705$  και από τον τύπο (48) έχουμε ότι:

$$f(15) = \frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) * \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}}{\left(1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right)^2} = \frac{\left(\frac{2,3705}{7,905747}\right) * \left(\frac{15}{7,905747}\right)^{2,3705-1}}{\left(1 + \left(\frac{15}{7,905747}\right)^{2,3705}\right)^2} = 0,02329.$$

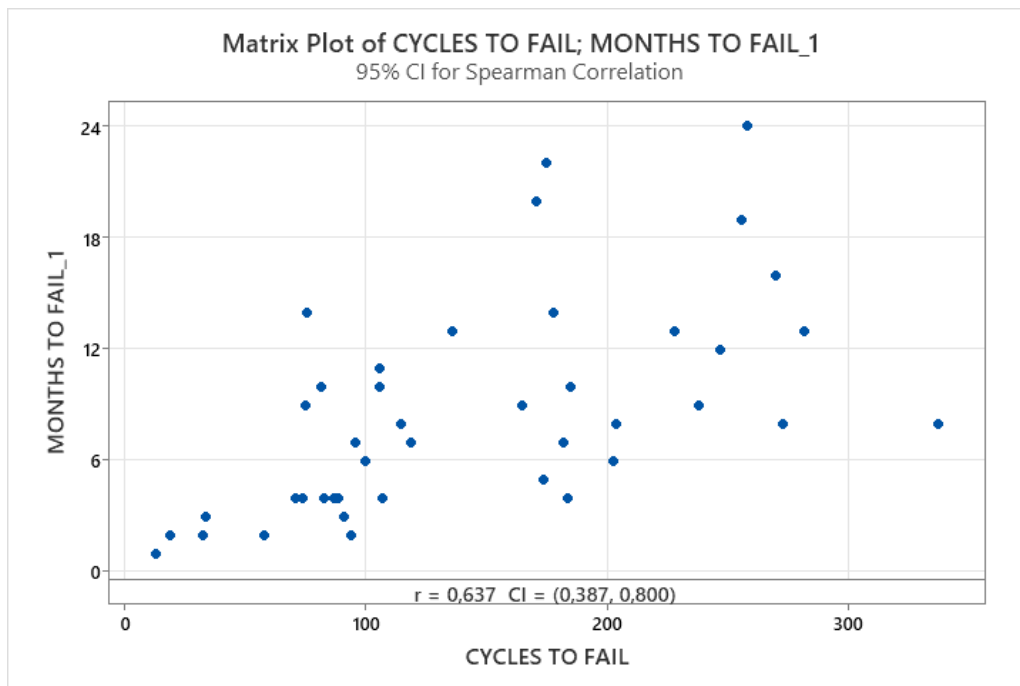
Το εν λόγω αποτέλεσμα επαληθεύεται από το διάγραμμα πυκνότητας πιθανότητας της Εικόνας 26.

### 4.3 Έλεγχος συσχέτισης δεδομένων

Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στις υποενότητες 4.1.1 και 4.2.1 (Επιλογή κατανομής) καταλήξαμε ότι τα εξεταζόμενα δεδομένα, είτε ως κύκλοι είτε ως μήνες λειτουργίας δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή. Λαμβάνοντας υπόψη τη μη κανονικότητα των δεδομένων και τα όσα αναφέρθηκαν στην ενότητα 2.9 (Συσχέτιση) για τον έλεγχο συσχέτισης,

θα χρησιμοποιηθεί ο συντελεστής συσχέτισης Spearman. Ο υπολογισμός του θα γίνει μέσω του στατιστικού πακέτου Minitab.

Στο Minitab επιλέγουμε: Stat>Basic Statistics>Correlation. Στο πεδίο Variables επιλέγουμε τις στήλες με τους κύκλους και τους μήνες λειτουργίας, ώστε να παρουσιάζονται ως ζεύγη και στη καρτέλα Options ως Method επιλέγουμε τον συντελεστή συσχέτισης Spearman. Οπότε προκύπτει το γράφημα της Εικόνας 27.



Εικόνα 27: Correlation Coefficient Spearman

Σύμφωνα με την Εικόνα 27 ο συντελεστής συσχέτισης είναι  $r=0,637$ . Η εν λόγω τιμή υποδεικνύει μέτρια προς ισχυρή θετική συσχέτιση. Ο θετικός συντελεστής σημαίνει ότι όταν αυξάνονται οι κύκλοι, τείνουν να αυξηθούν και οι μήνες. Συνεπώς τα συρματόσχοινα που λειτουργούν για περισσότερους κύκλους, θα λειτουργήσουν και περισσότερους μήνες πριν αστοχήσουν.

#### 4.4 Βέλτιστα Όρια Συντήρησης

Στις υποενότητες 4.1.2 και 4.2.2 υπολογίστηκαν οι παράμετροι αξιοπιστίας και για τις δύο (2) περιπτώσεις (κύκλοι και μήνες λειτουργίας) που εκτελείται η μελέτη αξιοπιστίας και προέκυψαν τα διαγράμματα ρυθμού αστοχιών και αξιοπιστίας. Στη συνέχεια τα εν λόγω

διαγράμματα αναλύονται, με σκοπό την εύρεση του προτιμότερου ορίου συντήρησης. Για τα εκτιμώμενα όρια που θα προκύψουν, στο Κεφάλαιο 5 θα εκπονηθεί μελέτη κόστους, ούτως ώστε να εξεταστεί η οικονομική αποδοτικότητα των προτεινόμενων ορίων.

#### **4.4.1 Βέλτιστο όριο για κύκλους λειτουργίας**

Στην Εικόνα 10 (διάγραμμα του ρυθμού αστοχιών) φαίνεται ότι ο ρυθμός αστοχιών αυξάνεται απότομα και μετά φτάνει σε μια κορύφωση για τις τιμές 150-200 κύκλων. Μετά από αυτό το σημείο, ο ρυθμός αστοχιών αρχίζει να μειώνεται σταδιακά. Αυτό υποδηλώνει ότι οι περισσότερες αστοχίες συμβαίνουν στα πρώτα έως μεσαία στάδια του κύκλου ζωής του υλικού και ότι η αντικατάστασή του πριν την μέγιστη τιμή θα μπορούσε να συμβάλει στην αποφυγή υψηλών πιθανοτήτων αστοχίας.

Το διάγραμμα αξιοπιστίας (Εικόνα 9) επιβεβαιώνει αυτή την τάση, καθώς δείχνει ότι η αξιοπιστία μειώνεται σημαντικά μετά τους 200 κύκλους. Μετά από αυτό το όριο, η πιθανότητα επιβίωσης του υλικού συνεχίζει να μειώνεται, γεγονός που σημαίνει ότι οι αστοχίες γίνονται όλο και πιο πιθανές καθώς αυξάνονται οι κύκλοι λειτουργίας.

Με δεδομένο ότι το OTL είναι 500 κύκλοι, η διατήρηση του υλικού σε λειτουργία μέχρι αυτό το όριο θα το εξέθετε σε περιττές αστοχίες. Λαμβάνοντας υπόψη τα προαναφερθέντα διαγράμματα, ένα όριο αντικατάστασης στους 200 κύκλους φαίνεται να είναι προτιμότερο. Έτσι, αποφεύγεται η φάση υψηλού ρυθμού αστοχιών ενώ παράλληλα η αξιοπιστία του υλικού στους 200 κύκλους λειτουργίας είναι  $R(200)=27,491\%$  ενώ στους 500 κύκλους είναι  $R(500)=2,7396\%$ . Η αξιοπιστία του υλικού με τη θέσπιση του νέου ορίου είναι σαφέστερα μεγαλύτερη σε σχέση με το τρέχον όριο των 500 κύκλων.

Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται μελέτη κόστους και συγκρίνεται το συνολικό κόστος συντήρησης για OTL=500 κύκλοι λειτουργίας με το συνολικό κόστος συντήρησης για OTL=200 κύκλοι λειτουργίας. Σκοπός της είναι να εξεταστεί εάν το «νέο» όριο είναι οικονομικά αποδοτικό.

#### **4.4.2 Βέλτιστο όριο για μήνες λειτουργίας**

Από το διάγραμμα του ρυθμού αστοχιών (Εικόνα 25), προκύπτει ότι ο ρυθμός αστοχίας αυξάνεται γρήγορα περίπου μέχρι τους 10 μήνες, φτάνει τη μέγιστη τιμή του και μετά μειώνεται. Αυτό σημαίνει ότι η πιθανότητα αστοχίας είναι μεγαλύτερη κοντά στους 10 μήνες

και μετά σταδιακά μειώνεται. Η Εικόνα 24 (διάγραμμα αξιοπιστίας) δείχνει ότι η αξιοπιστία μειώνεται σημαντικά μετά τους 12 μήνες.

Δεδομένου ότι το OTL είναι 24 μήνες, η διατήρηση του υλικού σε λειτουργία μέχρι αυτό το όριο θα το οδηγούσε σε περιττές αστοχίες. Με βάση τα υπόψη διαγράμματα, ένα όριο αντικατάστασης στους 12 μήνες εκτιμάται ως βέλτιστο. Με αυτόν τον τρόπο, αποφεύγεται η φάση υψηλού ρυθμού αστοχιών. Η αξιοπιστία του υλικού στους 12 μήνες λειτουργίας είναι  $R(12)=27,1061\%$ , ενώ στους 24 μήνες είναι  $R(24)=6,7085\%$ . Ως προς την αξιοπιστία του το υλικό με τη θέσπιση του νέου ορίου είναι σαφέστατα πιο αξιόπιστο σε σχέση με το τρέχων όριο των 24 μηνών.

Στο επόμενο κεφάλαιο εκτελείται μελέτη κόστους με την οποία συγκρίνεται το συνολικό κόστος συντήρησης για OTL=24 μήνες λειτουργίας με το συνολικό κόστος συντήρησης για OTL=12 μήνες λειτουργίας, ούτως ώστε να εξεταστεί η οικονομική αποδοτικότητα του προτεινόμενου ορίου.

## 5. Μελέτη Κόστους

Σε αυτή την ενότητα διεξάγεται η μελέτη κόστους και για τις δύο (2) περιπτώσεις που εξετάζονται. Σύμφωνα με τον Πίνακα 1 της υποενότητας 3.4.4 (Υπολογισμός Κόστους Συντήρησης), για τον υπολογισμό του κόστους παρατίθενται τα ακόλουθα δεδομένα:

Το κόστος του ανταλλακτικού (cable assy) είναι 3.024 ευρώ. Άρα  $S=3.024\text{€}$ .

Για την αντικατάσταση του εξεταζόμενου υλικού απαιτείται να εργαστεί ένα (1) άτομο. Οπότε  $P=1$ .

Το ωριαίο κόστος ανά άτομο είναι 60 ευρώ. Οπότε  $C=60\text{€}$ .

Το κόστος εργασίας (LC) σύμφωνα τη σχέση (58) είναι  $LC=P \cdot C=1 \cdot 60=60\text{€}$ .

Το κόστος διακοπής λειτουργίας (DT), λαμβάνοντας υπόψη ότι απαιτείται μία ώρα εργασίας, εκτιμάται στα 1.000 ευρώ. Άρα  $DT=1.000\text{€}$ .

Το κόστος διακοπής λειτουργίας (SH) των υπόλοιπων εξαρτημάτων θεωρείται μηδέν διότι δεν επηρεάζονται άλλα εξαρτήματα. Το σύστημα που εξετάζεται είναι βοηθητικό (auxiliary equipment) και δεν επηρεάζει τα υπόλοιπα εξαρτήματα του πτητικού μέσου.

Το κόστος εργασίας PM για κάθε αντικατάσταση του υλικού από τον τύπο (62) είναι:

$$C_{W,PM}=C \cdot P=60 \cdot 1=60\text{€}.$$

Το κόστος διορθωτικής συντήρησης για μια αναμενόμενη αστοχία του εξεταζόμενου υλικού, δηλαδή για  $EX=1$ , σύμφωνα με την σχέση (61) είναι:

$$C_{CM}=EX \cdot (S+LC+DT+SH)=1 \cdot (3.024+60+1000+0)=1 \cdot 4084=4.084\text{€}$$

Το κόστος της προληπτικής συντήρησης για την αντικατάσταση ενός υλικού λόγω συμπλήρωσης του ορίου λειτουργίας από την σχέση (63) είναι:

$$C_{PM}=S+ C_{W,PM}=3.024+60=3.084\text{€}$$

Τα ανωτέρω κόστη διορθωτικής και προληπτικής συντήρησης που υπολογίστηκαν, είναι τα κόστη που απαιτούνται για την αντικατάσταση ενός υλικού με εφαρμογή CM ή PM αντίστοιχα.

Για τον προσδιορισμό του συνολικού κόστους εκκρεμεί να προσδιοριστεί ο αναμενόμενος αριθμός αστοχιών (EX) σε ένα συγκεκριμένο διάστημα λειτουργίας (κύκλους και μήνες λειτουργίας) για ένα σύστημα, αλλά και οι προγραμματισμένες αντικαταστάσεις υλικού σε αυτό το διάστημα.

Στην LL κατανομή κάποια υλικά αστοχούν νωρίτερα και κάποια αργότερα από το MTTF. Επειδή ο ρυθμός αστοχιών δεν είναι σταθερός, δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον μέσο όρο (διάστημα λειτουργίας/MTTF). Για το λόγο αυτό κρίνεται σκόπιμη η εκτέλεση προσομοίωσης.

Για να ληφθεί υπόψη η τυχαιότητα των δεδομένων, δημιουργούμε στο Excel μια προσομοίωση, για τις ανάγκες της οποίας δημιουργούμε τυχαιοποιημένους χρόνους ζωής για κάθε ανταλλακτικό χρησιμοποιώντας την αντίστροφη συνάρτηση κατανομής (Inverse CDF). Οπότε η σχέση (53), η οποία εκφράζει την αντίστροφη συνάρτηση της αθροιστικής κατανομής αστοχίας (CDF) γίνεται:

$$T = \alpha * \left( \frac{U}{1-U} \right)^{\frac{1}{\beta}}, (64)$$

όπου  $U \sim (0,1)$  είναι μια τυχαία τιμή από την ομοιόμορφη κατανομή,  $\alpha$  η παράμετρος κλίμακας και  $\beta$  η παράμετρος σχήματος της κατανομής Loglogistic.

Στις επόμενες ενότητες θα αναλυθεί εκτενώς η διαδικασία προσομοίωσης που εφαρμόζεται και μέσω αυτής θα υπολογιστεί το συνολικό κόστος συντήρησης και για τις δύο (2) υπό εξέταση περιπτώσεις.

## 5.1 Μελέτη κόστους για κύκλους λειτουργίας

Η μελέτη κόστους θα πραγματοποιηθεί για ένα σύστημα, το οποίο θα λειτουργήσει συνολικά 2.000 κύκλους λειτουργίας. Ως όριο αντικατάστασης επιλέγονται οι 200 κύκλοι (Προληπτική Συντήρηση). Στον ακόλουθο πίνακα παρατίθεται η προσομοίωση που προέκυψε στο Excel:

A	B	C	D	E	F
#	rand	T	F=1or R	Time	Cost
1	0,947373	393,6008	0	200	3084
2	0,660867	179,7653	1	379,7653	4084
3	0,747261	208,2214	0	579,7653	3084
4	0,621841	169,3222	1	749,0875	4084
5	0,675501	183,9973	1	933,0849	4084
6	0,433104	129,2309	1	1062,316	4084
7	0,988841	690,3089	0	1262,316	3084
8	0,30289	105,9182	1	1368,234	4084
9	0,546398	151,7291	1	1519,963	4084
10	0,816377	240,4217	0	1719,963	3084
11	0,734695	203,4707	0	1919,963	3084
12	0,888745	295,5819	0	2119,963	3084

**Πίνακας 17: Simulation, Cycles**

Αναλυτικότερα για τον Πίνακα 17 της προσομοίωσης:

Στήλη A: Δίνεται ο A/A της προσομοίωσης.

Στήλη B: η τιμή U παίρνει μια τυχαία τιμή μεταξύ 0 και 1.

Στήλη C: υπολογίζεται ο χρόνος ζωής, T, σύμφωνα με τη σχέση (64). Σημειώνεται ότι όπου α και β θέτουμε τις τιμές που βρέθηκαν στην ενότητα 4.1.2.

Στήλη D: ελέγχεται αν η τιμή του T που προκύπτει είναι μικρότερη από το όριο (200) που έχει επιλεγεί. Αν η τιμή είναι μικρότερη από το όριο λαμβάνεται υπόψη ως βλάβη (F=1) που συμβαίνει στο χρόνο T, διαφορετικά ως αντικατάσταση (R=0) που γίνεται στο χρόνο 200.

Στήλη E: αρχικά εξετάζεται αν είναι “F” ή “R”. Αν είναι “F” η στήλη Time παίρνει την τιμή του T, διαφορετικά το T παίρνει την τιμή του ορίου γιατί γίνεται αντικατάσταση. Στην επόμενη γραμμή προστίθεται το T της προηγούμενης, ώστε να υπολογιστεί ο αθροιστικός χρόνος λειτουργίας των συστημάτων.

Στήλη F: όμοια για τον υπολογισμό του κόστους, όταν είναι “F:” το κόστος είναι  $C_{CM}=4084$ , ενώ στην περίπτωση του “R” είναι  $C_{PM}=3084$ .

Στη συνέχεια ελέγχεται αν οι τιμές της στήλης E είναι μικρότερες από το διάστημα των 2000 κύκλων που εκτελείται η μελέτη. Όσο ισχύει η συνθήκη προστίθενται οι γραμμές για



να υπολογιστεί πόσα ανταλλακτικά θα χρειαστούν. Στο τελικό αποτέλεσμα προστίθεται ένα επιπλέον γιατί λαμβάνεται υπόψη και το πρώτο υλικό. Έτσι προκύπτει ο συνολικός αριθμός των ανταλλακτικών που απαιτούνται για να λειτουργήσει το σύστημα για τουλάχιστον 2000 κύκλους.

Το συνολικό κόστος προκύπτει από το άθροισμα όλων των επιμέρους τιμών της στήλης F μέχρι να μην ξεπεραστεί ο αριθμός των ανταλλακτικών που απαιτούνται.

Η διαδικασία μπορεί να επαναληφθεί με αλλαγή του ορίου και να υπολογιστεί εκ νέου το συνολικό κόστους για το εκάστοτε όριο.

Μέσω του Excel από την καρτέλα Δεδομένα/Ανάλυση Πιθανοτήτων/ Πίνακας δεδομένων δημιουργείται πίνακας ο οποίος βασίζεται στη μαθηματική έκφραση υπολογισμού κόστους με πολλά όρια αντικατάστασης (200, 300, 400, 500,....., 1000) και με 1000 επαναλήψεις για κάθε όριο με σκοπό τον περιορισμό της μεταβλητότητας.

Για κάθε όριο υπολογίζεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση από τις 1000 τιμές κόστους που προκύπτουν για κάθε όριο, καθώς και η μέγιστη και ελάχιστη τιμή.

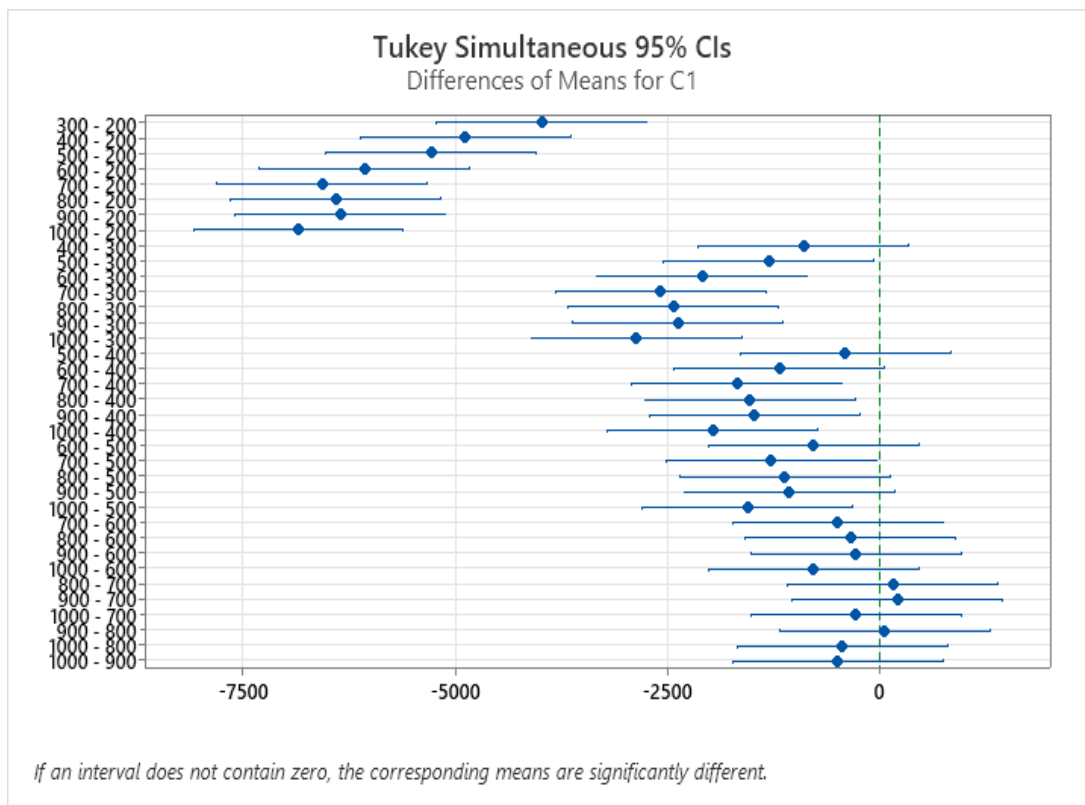
Στον ακόλουθο πίνακα παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν:

Όριο	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
<b>Average</b>	53137	49409	47368	47052	47121	45797	46195	45814	46241
<b>St.Dev</b>	6615	7899	8545	8987	9161	9564	9452	9736	9609
<b>min</b>	32840	27588	23504	22504	22504	19420	19420	12252	16336
<b>max</b>	74596	77596	77596	77596	73512	73512	77596	85764	77596

**Πίνακας 18: Total Cost, Cycles**

Στη συνέχεια διενεργήθηκαν έλεγχοι ισότητας των μέσων τιμών κόστους για τα εναλλακτικά σενάρια που εξετάστηκαν, απ' όπου προέκυψε, ότι το p-value είναι μικρότερο από το επίπεδο σημαντικότητας ( $\alpha=0,05$ ) που επιλέχθηκε. Οπότε η μηδενική υπόθεση ότι οι μέσες τιμές είναι στατιστικά ίσες απορρίπτεται και συνεπώς οι διαφορές των μέσων τιμών σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05 είναι στατιστικά σημαντικές. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι τουλάχιστον μία ομάδα διαφέρει σημαντικά από τις υπόλοιπες.

Για τον εντοπισμό των ζευγών ομάδων με σημαντικές διαφορές, εφαρμόστηκε έλεγχος πολλαπλών συγκρίσεων στο Minitab με τη μέθοδο Tukey. Τα αποτελέσματα του ελέγχου παρατίθενται ως ακολούθως.



**Εικόνα 28: Differences of means-Tukey, Cycles**

Από την Εικόνα 28 προκύπτει ότι ορισμένες ομάδες παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ τους, ενώ άλλες ομάδες δεν διαφέρουν σημαντικά, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι μέσες τιμές τους μπορούν να θεωρηθούν ίσες από στατιστική άποψη. Στον ακόλουθο πίνακα παρατίθεται η ομαδοποίηση (grouping) των παραγόντων (factors) που προέκυψε από το Minitab.

FACTOR	N	GROUPING				
200	1000	A				
300	1000		B			
400	1000		B	C		
500	1000			C	D	
600	1000			C	D	E
900	1000				D	E
800	1000				D	E
700	1000					E
1000	1000					E

**Πίνακας 19: Tukey Pairwise Comparisons, Cycles**

Σημειώνεται ότι οι παράγοντες του ανωτέρω πίνακα, οι οποίοι μοιράζονται το ίδιο γράμμα, έχουν ανά ζεύγη κοινές μέσες τιμές. Σε αντίθετη περίπτωση, οι μέσες τιμές είναι σημαντικά διαφορετικές. Για παράδειγμα οι μέσες τιμές των ομάδων 400-500, 400-600 και 500-600 είναι κοινές. Από τον ανωτέρω πίνακα και την Εικόνα 28 προκύπτει ότι οι ομάδες με τους 500 και 200 κύκλους αντίστοιχα παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές.

Συνοψίζοντας, από τα δεδομένα του Πίνακα 18 προκύπτει ότι το μέσο κόστος συντήρησης στην περίπτωση της τρέχουσας πολιτικής συντήρησης (αντικατάσταση υλικού στους 500 κύκλους λειτουργίας) είναι 47.052€. Αντίστοιχα, όταν γίνει αλλαγή του ορίου στους 200 κύκλους, αυτό ανέρχεται στα 53.137€.

## 5.2 Μελέτη κόστους για μήνες λειτουργίας

Η μελέτη κόστους θα πραγματοποιηθεί για ένα σύστημα, το οποίο θα λειτουργήσει για 24 μήνες. Ως όριο αντικατάστασης επιλέγονται οι 12 μήνες (Προληπτική Συντήρηση). Στον ακόλουθο πίνακα παρατίθεται η προσομοίωση στο Excel:

A	B	C	D	E	F
#	rand	T	F=1or R	Time	Cost
1	0,140331	3,67985	1	3,67985	4084
2	0,834617	15,64812	0	15,67985	3084
3	0,001488	0,50743	1	16,18728	4084
4	0,913956	21,41944	0	28,18728	3084

Πίνακας 20: Simulation, Months

Η διαδικασία της προσομοίωσης για τους μήνες λειτουργίας (Πίνακας 20) είναι όμοια με αυτήν της Ενότητας 5.1 και την επεξήγηση του Πίνακα 17.

Η διαδικασία μπορεί να επαναληφθεί με αλλαγή του ορίου και να υπολογιστεί εκ νέου το συνολικό κόστους για το εκάστοτε όριο.

Από το Excel επιλέγουμε Δεδομένα/Ανάλυση Πιθανοτήτων/ Πίνακας δεδομένων και δημιουργούμε πίνακα ο οποίος βασίζεται στην φόρμουλα υπολογισμού κόστους με πολλά όρια αντικατάστασης (6, 10, 12, 14,....., 32) και με 1000 επαναλήψεις για κάθε όριο ούτως ώστε να περιοριστεί η μεταβλητότητα.

Για τα επιλεγθέντα όρια υπολογίζεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση από τις 1000 τιμές κόστους που προκύπτουν για κάθε όριο, καθώς και η μέγιστη και ελάχιστη τιμή.

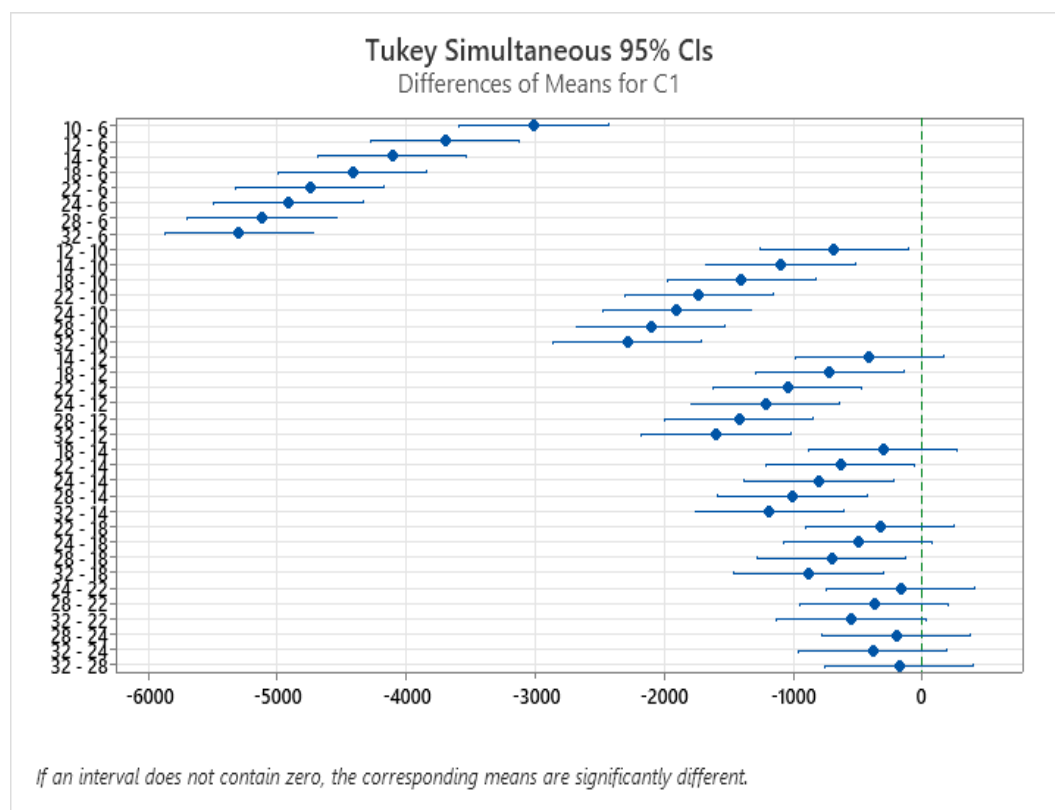
Στον ακόλουθο πίνακα παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν:

Όριο	6	10	12	14	18	22	24	28	32
Average	13942,02	10756,57	9912,208	9819,412	9331,72	8986,48	9193,084	8878,616	8788,768
St.Dev	3031,121	3592,387	3881,615	3936,142	4141,938	4372,011	4889,611	4729,45	4738,57
min	9252	6168	3084	3084	3084	3084	0	0	0
max	24504	28588	28588	24504	24504	24504	28588	24504	24504

Πίνακας 21: Total Cost, Months

Στη συνέχεια διενεργήθηκαν έλεγχοι ισότητας των μέσων τιμών κόστους για τα εναλλακτικά σενάρια που εξετάστηκαν, απ' όπου προέκυψε, ότι το p-value είναι μικρότερο από το επίπεδο σημαντικότητας ( $\alpha=0,05$ ) που επιλέχθηκε. Οπότε η μηδενική υπόθεση ότι οι μέσες τιμές είναι στατιστικά ίσες απορρίπτεται και συνεπώς οι διαφορές των μέσων τιμών σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05 είναι στατιστικά σημαντικές.

Για τον εντοπισμό των ζευγών ομάδων με σημαντικές διαφορές, εφαρμόστηκε έλεγχος πολλαπλών συγκρίσεων στο Minitab με τη μέθοδο Tukey. Τα αποτελέσματα του ελέγχου παρατίθενται ως ακολούθως.



Εικόνα 29: Differences of means-Tukey, Months

Από την Εικόνα 29 προκύπτει ότι ορισμένες ομάδες παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ τους, ενώ άλλες ομάδες δεν διαφέρουν σημαντικά. Στον ακόλουθο πίνακα παρατίθεται η ομαδοποίηση των παραγόντων που προέκυψε από το Minitab.

FACTOR	N	GROUPING					
6	1000	A					
10	1000		B				
12	1000			C			
14	1000			C	D		
18	1000				D	E	
22	1000					E	F
24	1000					E	F
28	1000						F
32	1000						F

**Πίνακας 22: Tukey Pairwise Comparisons, Months**

Από τον ανωτέρω πίνακα και την Εικόνα 29 προκύπτει ότι οι ομάδες με τους 24 και 12 μήνες αντίστοιχα παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές.

Συνοψίζοντας, από τα δεδομένα του Πίνακα 21, προκύπτει ότι το μέσο κόστος συντήρησης για την τρέχουσα πολιτική συντήρησης (αντικατάσταση υλικού στους 24 μήνες λειτουργίας) ανέρχεται στα 9.194€. Αντίστοιχα στην περίπτωση αλλαγής του ορίου στους 12 μήνες αυτό είναι 9.912€.

## 6.Σύνοψη και συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά το ρόλο της προληπτικής συντήρησης στην ενίσχυση της αξιοπιστίας αεροπορικών συστημάτων και συνδυάζει θεωρητική ανάλυση καθώς και εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα.

Στο Κεφάλαιο 2, παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες που σχετίζονται με την αξιοπιστία συστημάτων, καθώς και το «Τρίγωνο της Αεροπλοΐμότητας», το οποίο περιλαμβάνει την ασφάλεια, την ποιότητα και την αξιοπιστία. Εξετάζονται επίσης κρίσιμες στατιστικές έννοιες, καθώς και μέθοδοι ελέγχου καλής προσαρμογής και κατανομές που χρησιμοποιούνται σε αναλύσεις αξιοπιστίας. Στο Κεφάλαιο 3, παρουσιάζονται διαφορετικές στρατηγικές συντήρησης, με ιδιαίτερη έμφαση στην προληπτική συντήρηση. Παράλληλα αναλύεται το κόστος συντήρησης και οι κατηγορίες κόστους.

Η ανάλυση πραγματικών δεδομένων από αεροπορικό υλικό με τη βοήθεια του λογισμικού Minitab διενεργείται στο Κεφάλαιο 4. Γίνεται επιλογή της καταλληλότερης κατανομής, υπολογισμός σημαντικών παραμέτρων αξιοπιστίας, και παρουσίαση βασικών διαγραμμάτων, όπως το διάγραμμα επιβίωσης και του ρυθμού αστοχιών. Από την ανάλυση αυτών των δεδομένων προτείνονται βέλτιστα όρια συντήρησης.

Το Κεφάλαιο 5 επικεντρώνεται στη μελέτη κόστους και περιλαμβάνει δύο (2) σενάρια. Το 1ο σενάριο αφορά την υφιστάμενη πολιτική συντήρησης και το 2ο μία νέα στρατηγική, στην οποία εφαρμόζεται το βέλτιστο όριο αντικατάστασης. Το συνολικό κόστος κάθε προσέγγισης υπολογίζεται μέσω προσομοιωτικής διαδικασίας στο Excel και αξιολογείται η οικονομική τους αποδοτικότητα.

Η εργασία κάλυψε όλα τα παραπάνω, από την θεωρητική προσέγγιση έως και την πρακτική εφαρμογή με τη μελέτης αξιοπιστίας και κόστους. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν.

Η διαχείριση της πλοϊμότητας απαιτεί την επίτευξη σωστής ισορροπίας μεταξύ ασφάλειας, ποιότητας και αξιοπιστίας. Σε αυτό το πλαίσιο, η ανάλυση αξιοπιστίας αποτελεί ένα πολύτιμο εργαλείο που συμβάλλει στη βελτίωση της απόδοσης συστημάτων και εξοπλισμού και εξασφαλίζει τη βέλτιστη λειτουργία τους.

Μία από τις βασικές μετρήσεις στην αξιοπιστία είναι το MTTF. Αυτό χρησιμοποιείται για μη επισκευάσιμα συστήματα, σε αντίθεση με το MTBF, το οποίο χρησιμοποιείται για εξοπλισμό που επισκευάζεται. Αν δεν απαιτείται επισκευή μετά από αποτυχία, τότε οι δύο μετρήσεις

ταυτίζονται. Παράλληλα, στις αναλύσεις αξιοπιστίας συναντώνται συχνά λογοκριμένα δεδομένα (censored data), δηλαδή περιπτώσεις όπου δεν είναι διαθέσιμες όλες οι πληροφορίες σχετικά με τον χρόνο αποτυχίας ενός συστήματος.

Ο έλεγχος καλής προσαρμογής είναι ένα σημαντικό βήμα για να διαπιστωθεί κατά πόσο μια θεωρητική κατανομή περιγράφει ικανοποιητικά τα δεδομένα. Το τεστ GAD θεωρείται προτιμότερο έναντι του AD, γιατί η ακρίβειά του δεν εξαρτάται τόσο από την επιλογή του εκτιμητή πιθανότητας.

Όσον αφορά τις μεθόδους εκτίμησης, οι παραμετρικές τεχνικές εφαρμόζονται όταν είναι γνωστή η κατανομή των δεδομένων. Η ML διαχειρίζεται πιο αποτελεσματικά τα λογοκριμένα δεδομένα, ενώ η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων είναι πιο κατάλληλη για πλήρη σύνολα δεδομένων. Αντίθετα, η μη παραμετρική εκτίμηση χρησιμοποιείται όταν δεν μπορεί να γίνει υπόθεση για την κατανομή των δεδομένων.

Οι πιο διαδεδομένες κατανομές στις αναλύσεις αξιοπιστίας είναι η λογαριθμολογιστική, η λογαριθμοκανονική και η Weibull. Σε περιπτώσεις όπου τα δεδομένα δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, χρησιμοποιείται ο συντελεστής συσχέτισης Spearman. Όταν όμως υπάρχει κανονικότητα ο συντελεστής Pearson.

Ακόμη, η προληπτική συντήρηση (PM) διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη διατήρηση της αξιοπιστίας και της ασφάλειας των αεροσκαφών. Η εφαρμογή της βοηθά στην πρόληψη βλαβών, μειώνει την πιθανότητα ξαφνικών αστοχιών και διασφαλίζει τη σταθερή λειτουργία του εξοπλισμού, ενισχύοντας τόσο την αποδοτικότητα όσο και την οικονομική βιωσιμότητα των αεροπορικών επιχειρήσεων.

Από την ανάλυση αξιοπιστίας και επιβίωσης (Κεφάλαιο 4) αποδείχθηκε ότι τα δεδομένα που αφορούν τους κύκλους λειτουργίας ακολουθούν την κατανομή LL, της οποίας η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) εμφανίζει έντονη ασυμμετρία προς τα δεξιά (right-skewed). Το MTTF υπολογίστηκε σε 175,897 κύκλους, ενώ το 50% των υλικών εκτιμάται ότι θα αποτύχει μεταξύ 116,893 και 172,727 κύκλων. Επιπλέον, μετά τους 200 κύκλους λειτουργίας, η πιθανότητα επιβίωσης κυμαίνεται από 16,9542% έως 41,318%, ενώ σχεδόν όλα τα υλικά (97,26%) θα έχουν αποτύχει πριν από τους 500 κύκλους.

Ο ρυθμός αποτυχίας αρχικά αυξάνεται και στη συνέχεια μειώνεται. Η απότομη αρχική αύξηση υποδηλώνει ότι το υλικό είναι πιο ευάλωτο σε αποτυχία στους πρώτους κύκλους λειτουργίας του. Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα της ανάλυσης αξιοπιστίας και τα αντίστοιχα διαγράμματα, προτείνεται ως βέλτιστο όριο αντικατάστασης το διάστημα των 200 κύκλων.

Στο Κεφάλαιο 5 (Μελέτη κόστους) διαπιστώθηκε ότι η προληπτική συντήρηση (PM) με όριο αντικατάστασης στους 200 κύκλους συνεπάγεται υψηλότερο κόστος κατά 12,93% σε σχέση με την τρέχουσα πολιτική συντήρησης, όπου η αντικατάσταση πραγματοποιείται στους 500 κύκλους. Παράλληλα, διαπιστώνεται ότι η αύξηση του ορίου αντικατάστασης πάνω από τους 500 κύκλους δεν προσφέρει σημαντική εξοικονόμηση κόστους, ενώ ταυτόχρονα μειώνει αισθητά την αξιοπιστία του υλικού.

Συμπερασματικά, η εφαρμογή της προληπτικής συντήρησης (αντικατάσταση στους 200 κύκλους) βελτιώνει την αξιοπιστία του συστήματος. Ωστόσο, από οικονομική άποψη, αυτή η πολιτική δεν αποδεικνύεται πιο αποδοτική σε σχέση με την υφιστάμενη (αντικατάσταση στους 500 κύκλους).

Όσον αφορά τους μήνες λειτουργίας, από το Κεφάλαιο 4 (Ανάλυση Αξιοπιστίας και Επιβίωσης) προκύπτει ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κατανομή LL και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) εμφανίζει έντονη ασυμμετρία προς τα δεξιά (right-skewed). Ο μέσος χρόνος μέχρι την αποτυχία (MTTF) βρέθηκε 10,8013 μονάδες, ενώ το 50% των υλικών αναμένεται να αποτύχει μεταξύ 6,28621 και 9,94262 μηνών λειτουργίας. Επιπλέον, στους 24 μήνες λειτουργίας, η σωρευτική πιθανότητα αποτυχίας φτάνει το 93,2915%, γεγονός που υποδηλώνει ότι ελάχιστα υλικά επιβιώνουν πέρα από το όριο αυτό.

Ο ρυθμός αποτυχίας αρχικά αυξάνεται και στη συνέχεια μειώνεται. Η μείωση αυτή δείχνει ότι οι περισσότερες αστοχίες έχουν ήδη συμβεί και τα υλικά που συνεχίζουν να λειτουργούν είναι λιγότερο πιθανό να αποτύχουν. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης αξιοπιστίας και την ερμηνεία των σχετικών διαγραμμάτων, προτείνεται ως βέλτιστο όριο αντικατάστασης το διάστημα των 12 μηνών λειτουργίας.

Από τη μελέτη κόστους (Κεφάλαιο 5) συμπεραίνουμε ότι η εφαρμογή προληπτικής συντήρησης (PM) με όριο αντικατάστασης στους 12 μήνες αυξάνει το κόστος συντήρησης κατά 7,82% σε σύγκριση με την τρέχουσα πολιτική, όπου το υλικό αντικαθίσταται στους 24 μήνες. Ακόμη, προκύπτει ότι η αύξηση του ορίου αντικατάστασης πάνω από τους 24 μήνες δεν οδηγεί σε σημαντική εξοικονόμηση κόστους, ενώ παράλληλα μειώνεται αισθητά η αξιοπιστία του υλικού.

Συνοψίζοντας, η εφαρμογή της προληπτικής συντήρησης με αντικατάσταση στους 12 μήνες συμβάλλει στην ενίσχυση της αξιοπιστίας του συστήματος. Ωστόσο, από οικονομική σκοπιά, δεν αποδεικνύεται πιο αποδοτική σε σύγκριση με την τρέχουσα στρατηγική αντικατάστασης στους 24 μήνες λειτουργίας.



Παρά τα ευρήματα που προέκυψαν, στην παρούσα εργασία περιλαμβάνονται και ορισμένοι περιορισμοί που αξίζει να αναφερθούν. Αρχικά, η ανάλυση αξιοπιστίας βασίστηκε σε σχετικά μικρό αριθμό δεδομένων, τα οποία προέρχονται μόνο από έναν φορέα που χρησιμοποιεί το υλικό, γεγονός που περιορίζει τη δυνατότητα γενίκευσης των αποτελεσμάτων σε ευρύτερο φάσμα. Επιπλέον, μέρος των δεδομένων ήταν λογοκριμένο (censored), κάτι που ενδεχομένως να επηρέασε την ακρίβεια των στατιστικών αποτελεσμάτων (επιλογή κατανομής και παράμετροι αξιοπιστίας).

Αξίζει επίσης να αναφερθεί η δυσκολία που προέκυψε για την κατανομή Loglogistic. Πιο συγκεκριμένα, στη διεθνή βιβλιογραφία δεν βρέθηκαν τιμές για την κρίσιμη τιμή του AD, ούτε κάποιος τύπος υπολογισμού της τιμής ελέγχου AD για λογοκριμένα δεδομένα. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να εκτελεστεί προσομοιωτική διαδικασία στο Excel, με δεδομένα που αντλήθηκαν από το Minitab.

Όσον αφορά τη μεθοδολογία, η ανάλυση βασίστηκε στη χρήση του λογισμικού Minitab και του Excel. Αν και πρόκειται για στατιστικά εργαλεία με ευρεία εφαρμογή, η αξιολόγηση εναλλακτικών μεθόδων ή λογισμικών (R, Python) θα μπορούσε να επιβεβαιώσει ή να διαφοροποιήσει τα αποτελέσματα. Επιπλέον, για τη μελέτη κόστους, χρησιμοποιήθηκαν συγκεκριμένες παραδοχές για το κόστος υλικών, την εργασία και τα όρια λειτουργίας. Αυτές οι παραδοχές, αν και ρεαλιστικές, ενδέχεται να διαφοροποιούνται σημαντικά στην πράξη ανάλογα με το περιβάλλον εφαρμογής ή την πολιτική συντήρησης του εκάστοτε οργανισμού.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, προτείνονται ορισμένες κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα και ενδεχόμενες επεκτάσεις της παρούσας εργασίας. Αρχικά, η ανάλυση θα μπορούσε να επαναληφθεί από την κατασκευάστρια εταιρεία του υλικού, με την συλλογή δεδομένων από όλους τους οργανισμούς που χρησιμοποιούν το ίδιο αεροπορικό υλικό.

Σε ό,τι αφορά τη μελέτη κόστους, θα μπορούσε να εφαρμοστεί μια πιο σύνθετη ανάλυση, η οποία ενσωματώνει και αναλύει πιο εκτενώς και άλλα είδη κόστους, όπως το κόστος αδράνειας και την απώλεια παραγωγής. Οι συγκεκριμένοι παράμετροι διαφοροποιούνται από οργανισμό σε οργανισμό και αυτό θα είχε ως αποτέλεσμα, μια πιο σφαιρική αποτίμηση της οικονομικής βιωσιμότητας των στρατηγικών συντήρησης.

Τέλος, μια ενδιαφέρουσα επέκταση της εργασίας θα μπορούσε είναι η ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου εργαλείου απόφασης, το οποίο συνδυάζει δείκτες αξιοπιστίας, κόστους και κινδύνου. Μέσω αυτού, θα παρέχεται η δυνατότητα καθορισμού των βέλτιστων πολιτικών συντήρησης.

## Βιβλιογραφία

- Alamri, T. O., & Mo, J. P. T. (2022). Failure Mode Structured Preventive Maintenance Scheduling With Changing Failure Rates in Industry 4.0 Environment. *Frontiers in Manufacturing Technology*, 2. <https://doi.org/10.3389/fmtec.2022.828986>
- Ali, K., & Al-Hameed, A. (2022). Spearman's correlation coefficient in statistical analysis. *Int. J. Nonlinear Anal. Appl*, 13, 2008–6822. <https://doi.org/10.22075/ijnaa.2022.6079>
- Alipour, Z., Monfared, M. S., & Monabbati, S. E. (2025). A risk-based maintenance planning in process industry using a bi-objective robust optimization model. *Computers and Chemical Engineering*, 194. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2024.108984>
- Alkiayat, M. (2021). A Practical Guide to Creating a Pareto Chart as a Quality Improvement Tool. *Global Journal on Quality and Safety in Healthcare*, 4(2), 83–84. <https://doi.org/10.36401/jqsh-21-x1>
- Al-Shomrani, A. A., Shawky, A. I., Arif, O. H., & Aslam, M. (2016). Log-logistic distribution for survival data analysis using MCMC. *SpringerPlus*, 5(1). <https://doi.org/10.1186/s40064-016-3476-7>
- Aslam, M. (2024). Generating Imprecise Data from Log-Normal Distribution. *Measurement*. <https://doi.org/10.1080/15366367.2024.2329504>
- Barde, S. (2024). Efficient opportunistic maintenance strategies via pruning in parallel-series systems with economic dependence. *Computers and Industrial Engineering*, 196. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2024.110451>
- Barrera, D. L. (2022). *Springer Series in Reliability Engineering Aircraft Maintenance Programs*. <https://link.springer.com/bookseries/6917>
- Ben-Daya, M., Duffuaa, S. O., Knezevic, J., Ait-Kadi, D., & Raouf, A. (2009). Handbook of maintenance management and engineering. In *Handbook of Maintenance Management and Engineering*. Springer London. <https://doi.org/10.1007/978-1-84882-472-0>
- Ben-Daya, Mohammed., Kumar, Uday., & Murthy, D. N. P. . (2016). *Introduction to maintenance engineering : modelling, optimization and management*. John Wiley & Sons, Inc.
- Berlinger, M., Kolling, S., & Schneider, J. (2021). A generalized Anderson–Darling test for the goodness-of-fit evaluation of the fracture strain distribution of acrylic glass. In *Glass Structures and Engineering* (Vol. 6, Issue 2, pp. 195–208). Springer Science and Business Media Deutschland GmbH. <https://doi.org/10.1007/s40940-021-00149-7>
- Bohrey, O. P., & Chatpalliwar, A. S. (2024). Application of Reliability Centred Maintenance in Improving Aircraft Availability with Preventive Maintenance Intervention. *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, 42(1), 115–129. <https://doi.org/10.37934/araset.42.1.115129>

- Chen, L., Cheng, C., Dui, H., & Xing, L. (2022). Maintenance cost-based importance analysis under different maintenance strategies. *Reliability Engineering and System Safety*, 222. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108435>
- Chen, X., Chu, S., Zhang, G., Chen, X., Huang, J., & Yi, M. (2023). Prediction of the maintenance cost of general aviation aircraft based on engineering method. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 95(6), 932–938. <https://doi.org/10.1108/AEAT-10-2022-0267>
- D'Arrigo, G., Leonardis, D., Abd Elhafeez, S., Fusaro, M., Tripepi, G., & Roumeliotis, S. (2021). Methods to Analyse Time-to-Event Data: The Kaplan-Meier Survival Curve. In *Oxidative Medicine and Cellular Longevity* (Vol. 2021). Hindawi Limited. <https://doi.org/10.1155/2021/2290120>
- Diamoutene, A., Nouredine, F., Kamsu-Foguem, B., & Barro, D. (2021). Reliability Analysis with Proportional Hazard Model in Aeronautics. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 22(5), 1222–1234. <https://doi.org/10.1007/s42405-021-00371-1>
- Drent, C., Kapodistria, S., & Resing, J. A. C. (2019). *Condition based maintenance policies under imperfect maintenance at scheduled and unscheduled opportunities*. <http://arxiv.org/abs/1903.10235>
- Dui, H., Zhang, C., Tian, T., & Wu, S. (2022). Different costs-informed component preventive maintenance with system lifetime changes. *Reliability Engineering and System Safety*, 228. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108755>
- Federal Aviation Administration. (2020). *Aircraft Modernization and Retrofit Programs*. U.S. Department of Transportation. Retrieved from <https://www.faa.gov>
- Gackowiec, P. (2019). General overview of maintenance strategies – concepts and approaches. *Multidisciplinary Aspects of Production Engineering*, 2(1), 126–139. <https://doi.org/10.2478/mape-2019-0013>
- Hamasha, M. M., Bani-Irshid, A. H., Al Mashaqbeh, S., Shwaheen, G., Al Qadri, L., Shbool, M., Muathen, D., Ababneh, M., Harfoush, S., Albedoor, Q., & Al-Bashir, A. (2023). Strategical selection of maintenance type under different conditions. *Scientific Reports*, 13(1). <https://doi.org/10.1038/s41598-023-42751-5>
- Hardt, F., Kotyrba, M., Volna, E., & Jarusek, R. (2021). Innovative approach to preventive maintenance of production equipment based on a modified tpm methodology for industry 4.0. *Applied Sciences (Switzerland)*, 11(15). <https://doi.org/10.3390/app11156953>
- Harmon, V. L., Wolfrum, E., Knoshaug, E. P., Davis, R., Laurens, L. M. L., Pienkos, P. T., & McGowen, J. (2021). Reliability metrics and their management implications for open pond algae cultivation. *Algal Research*, 55. <https://doi.org/10.1016/j.algal.2021.102249>
- He, Z., Wang, Y., Sun, W., Hao, Y., & Xia, W. (2025). A proactive opportunistic maintenance decision model based on reliability in train systems. *Reliability Engineering and System Safety*, 255. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2024.110645>
- Jan Henning Jürgensen, L. N. and P. H. (2016). *2016 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*. IEEE.

- Janse, R. J., Hoekstra, T., Jager, K. J., Zoccali, C., Tripepi, G., Dekker, F. W., & Van Diepen, M. (2021). Conducting correlation analysis: Important limitations and pitfalls. In *Clinical Kidney Journal* (Vol. 14, Issue 11, pp. 2332–2337). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/ckj/sfab085>
- Jia, X. (2020). Reliability analysis for Weibull distribution with homogeneous heavily censored data based on Bayesian and least-squares methods. *Applied Mathematical Modelling*, 83, 169–188. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.02.013>
- Kalosi, S., Kapodistria, S., & Resing, J. A. C. (2016). *Condition-based maintenance at both scheduled and unscheduled opportunities*. <http://arxiv.org/abs/1607.02299>
- Kıvanç, E., Tuzkaya, G., & Vayvay, Ö. (2025). Safety management system and risk-based approach in aviation maintenance: A systematic literature review. In *Safety Science* (Vol. 184). Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2024.106755>
- Knaack, U., & Jens Schneider, D. (2020). *Mechanik, Werkstoffe und Konstruktion im Bauwesen Band 59 Reihe herausgegeben von*. <http://www.springer.com/series/13824>
- Kvam, P. H. ., Vidakovic, Brani., & Kim, S.-Joon. (2023). *Nonparametric statistics with applications to science and engineering with R*. Wiley.
- Kourousis, K. I. (2020). *Civil and Military Airworthiness Recent Developments and Challenges Kyriakos I. Kourousis*. [www.mdpi.com/journal/aerospace](http://www.mdpi.com/journal/aerospace)
- Lima, S. R., & Cordeiro, G. M. (2017). The extended log-logistic distribution: Properties and application. *Anais Da Academia Brasileira de Ciencias*, 89(1), 3–17. <https://doi.org/10.1590/0001-3765201720150579>
- Liu, Y., Ma, L., Sun, L., Zhang, X., Yang, Y., Zhao, Q., & Qu, Z. (2022). Risk-Based Maintenance Optimization for a Subsea Production System with Epistemic Uncertainty. *Symmetry*, 14(8). <https://doi.org/10.3390/sym14081672>
- Marion, J. W., Richardson, T. M., & Anantatmula, V. (2022). Managing Quality in Aviation Projects. *EMJ - Engineering Management Journal*, 34(1), 144–156. <https://doi.org/10.1080/10429247.2020.1858642>
- Maulana, B. W., Utomo, S. B., Anam, K., & Bilfaqih, I. (2023). Analysis of Movement Patterns Based on Electroencephalograph Signals Using Pearson Correlation Coefficient. *2023 International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications: Leveraging Intelligent Systems to Achieve Sustainable Development Goals, ISITIA 2023 - Proceeding*, 593–597. <https://doi.org/10.1109/ISITIA59021.2023.10220971>
- Menberu, A. A., & Goshu, A. T. (2024). The Transformed MG-Extended Exponential Distribution: Properties and Applications. *Journal of Statistical Theory and Applications*. <https://doi.org/10.1007/s44199-024-00078-8>
- Muecklich, N., Sikora, I., Paraskevas, A., & Padhra, A. (2023). Safety and reliability in aviation – A systematic scoping review of normal accident theory, high-reliability theory, and resilience engineering in aviation. In *Safety Science* (Vol. 162). Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2023.106097>

- Muganyizi, P., Mbohwa, C., & Madanhire, I. (2018). *Design-Out Maintenance as a Crucial Maintenance Facet*.
- Musthopa, Harsanto, B., & Yunani, A. (2023). Electric power distribution maintenance model for industrial customers: Total productive maintenance (TPM), reliability-centered maintenance (RCM), and four-discipline execution (4DX) approach. *Energy Reports*, 10, 3186–3196. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2023.09.129>
- Myung, I. J. (2003). Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology*, 47(1), 90–100. [https://doi.org/10.1016/S0022-2496\(02\)00028-7](https://doi.org/10.1016/S0022-2496(02)00028-7)
- Papic, L., Iosifov, P. A., & Kirillin, A. V. (2021). Preventive approach to ensuring the operational reliability of aircraft components. *Journal of Physics: Conference Series*, 1925(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1925/1/012062>
- Rai, R. N., Chaturvedi, S. K., & Gargama, H. (2024). Parametric Estimation Models for Minimal and Imperfect Maintenance. In *Reliability Analysis of Modern Power Systems* (pp. 143–166). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781394226771.ch9>
- Schober, P., & Schwarte, L. A. (2018). Correlation coefficients: Appropriate use and interpretation. *Anesthesia and Analgesia*, 126(5), 1763–1768. <https://doi.org/10.1213/ANE.0000000000002864>
- Singh, D., & Singh, T. (2023). Advanced Maintenance and Reliability. In *Factories of the Future: Technological Advancements in the Manufacturing Industry* (pp. 103–120). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781119865216.ch6>
- Stroeve, S., Smeltink, J., & Kirwan, B. (2022). Assessing and Advancing Safety Management in Aviation. *Safety*, 8(2). <https://doi.org/10.3390/safety8020020>
- Taketomi, N., Yamamoto, K., Chesneau, C., & Emura, T. (2022). Parametric Distributions for Survival and Reliability Analyses, a Review and Historical Sketch. In *Mathematics* (Vol. 10, Issue 20). MDPI. <https://doi.org/10.3390/math10203907>
- Turkson, A. J. (2021). A Closer Look at the Kaplan-Meier and Life Table Models in Survival Analysis. *OALib*, 08(11), 1–19. <https://doi.org/10.4236/oalib.1108104>
- Wang, J., & Wang, X. (2023). Application of Non-Parametric Estimation Method in Reliability Estimation. *Proceedings - 2023 14th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety, ICRMS 2023*, 433–436. <https://doi.org/10.1109/ICRMS59672.2023.00083>
- Wiranto, A. (2023). *Potential Analysis of Industrial Waste Using Seven Basic Quality Tool Pareto Diagram*. 3(3). <https://doi.org/10.53067/ije3.v3i3>
- Yang, Y., Li, J., & Cui, J. (2022). Reliability Data Modeling and Analysis of Aeronautic Equipment Based on Log-Logistic Distribution. *2022 IEEE 8th International Conference on Computer and Communications, ICC 2022*, 1175–1179. <https://doi.org/10.1109/ICCC56324.2022.10065672>
- Yang, Y., Li, J., & Xu, C. (2022). Reliability Data Analysis of Aviation Equipment Based on Weibull Distribution. *2022 4th International Conference on Frontiers Technology of*

- Information and Computer, ICFTIC* 2022, 342–345.  
<https://doi.org/10.1109/ICFTIC57696.2022.10075118>
- Yanming Yang. (2019). *ICCCBDA 2019 : 2019 IEEE 4th International Conference on Cloud Computing and Big Data Analytics : April 12-15, 2019, Chengdu, China*. IEEE.
- Yuan, F., & Lu, J. (2023). The Misconception and Risk of Using MTBF as a Reliability Indicator for Industry Management. In *Proceedings of the 2022 3rd International Conference on Management Science and Engineering Management (ICMSEM 2022)* (pp. 324–332). Atlantis Press International BV. [https://doi.org/10.2991/978-94-6463-038-1\\_30](https://doi.org/10.2991/978-94-6463-038-1_30)
- Zhang, C., Zeng, Q., Dui, H., Chen, R., & Wang, S. (2025). Reliability model and maintenance cost optimization of wind-photovoltaic hybrid power systems. *Reliability Engineering and System Safety*, 255. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2024.110673>
- Zhang, W., Yang, Y., Xu, B., & Tao, J. (2021). Component Selections for Preventive Maintenance with Cost Maintenance Priority. *Proceedings - 2021 3rd International Conference on System Reliability and Safety Engineering, SRSE 2021*, 258–264. <https://doi.org/10.1109/SRSE54209.2021.00050>
- Zheng, R., Fang, H., & Peng, Z. (2024). Condition-based maintenance for a balanced system considering dependent soft and hard failures. *Computers and Industrial Engineering*, 197. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2024.110550>
- Zio, E., Fan, M., Zeng, Z., & Kang, R. (2019). Application of reliability technologies in civil aviation: Lessons learnt and perspectives. *Chinese Journal of Aeronautics*, 32(1), 143–158. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.05.014>
- Żyluk, A., Zieja, M., Grzesik, N., Tomaszewska, J., Kozłowski, G., & Jasztal, M. (2023). Implementation of the Mean Time to Failure Indicator in the Control of the Logistical Support of the Operation Process. *Applied Sciences (Switzerland)*, 13(7). <https://doi.org/10.3390/app13074608>
- Οικονόμου Π., Μαλεφάκη Σ., & Μπατσίδης Α. (2023). *Πιθανότητες Στατιστική*. [Προπτυχιακό εγχειρίδιο]. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. <http://dx.doi.org/10.57713/kallipos101>

## Επίλογος

Υπεύθυνη Δήλωση Συγγραφέα:

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν.1599/1986, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής μου εργασίας, δεν προσβάλλει κάθε μορφής δικαιώματα διανοητικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας και προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχει έργα/εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών/δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης.