



**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ**

Μεταπτυχιακή Εξειδίκευση στα Πληροφοριακά Συστήματα

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**«Εφαρμογή σύγχρονων τεχνικών υπολογιστικής νοημοσύνης  
Particle Swarm Optimization για την αποδοτική επίλυση του  
Inventory Routing Problem»**

**ΦΟΙΤΗΤΗΣ**

**Παναγιώτης Καλογνωμάς**

**A.M.**

**168372**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**Γρηγόριος Μπεληγιάννης**

Πάτρα, 30 Ιουνίου 2026

## **Πνευματικά δικαιώματα και ανοικτή πρόσβαση**

Η παρούσα εργασία αποτελεί πνευματική ιδιοκτησία του φοιτητή («συγγραφέας/δημιουργός») που την εκπόνησε. Στο πλαίσιο της πολιτικής ανοικτής πρόσβασης ο συγγραφέας/δημιουργός εκχωρεί στο Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο μη αποκλειστική άδεια χρήσης του δικαιώματος αναπαραγωγής, προσαρμογής, δημόσιου δανεισμού, παρουσίασης στο κοινό και ψηφιακής διάχυσης διεθνώς, σε ηλεκτρονική μορφή και σε οποιοδήποτε μέσο, για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς, άνευ ανταλλάγματος και για όλο τον χρόνο διάρκειας των δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας. Η ανοικτή πρόσβαση στο πλήρες κείμενο για μελέτη και ανάγνωση δεν συνεπάγεται παραχώρηση δικαιωμάτων διανοητικής ιδιοκτησίας ούτε επιτρέπει την αναπαραγωγή, αναδημοσίευση, πώληση, εμπορική χρήση, μετάδοση, μετάφραση ή τροποποίηση της εργασίας χωρίς την προηγούμενη έγγραφη συναίνεση του συγγραφέα/δημιουργού. Ο συγγραφέας/δημιουργός διατηρεί το σύνολο των ηθικών και περιουσιακών του δικαιωμάτων.

## Σελίδα αξιολόγησης

«Εφαρμογή σύγχρονων τεχνικών υπολογιστικής νοημοσύνης Particle Swarm Optimization για την αποδοτική επίλυση του Inventory Routing Problem»

Παναγιώτης Καλογνωμάς

|                                     |                        |
|-------------------------------------|------------------------|
| 1 <sup>ος</sup> Επιβλέπων Καθηγητής | Γρηγόριος Μπεληγιάννης |
| 2 <sup>ος</sup> Επιβλέπων Καθηγητής | Δημήτριος Καραπιπέρης  |
| Ημερομηνία αξιολόγησης              | 30 Ιουνίου 2026        |

Πάτρα, 30 Ιουνίου 2026

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Γρηγόριο Μπεληγιάννη για την ανάθεση του θέματος, τη συστηματική επιστημονική καθοδήγηση και τις ουσιαστικές παρατηρήσεις του σε όλα τα στάδια της εργασίας. Οι υποδείξεις του συνέβαλαν καθοριστικά στην αναθεώρηση της αρχικής κωδικοποίησης και στη διαμόρφωση μιας μεθοδολογικά σαφέστερης και πειραματικά τεκμηριωμένης προσέγγισης. Ευχαριστώ επίσης την οικογένεια και τους ανθρώπους που με στήριξαν με υπομονή και ενθάρρυνση κατά τη διάρκεια των σπουδών και της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

---

## Αφιέρωση

*Αφιερώνεται στην οικογένειά μου, για την αδιάκοπη στήριξη, την υπομονή και την πίστη της σε όλη τη διάρκεια αυτής της προσπάθειας.*

## Περίληψη

Το Inventory Routing Problem (IRP) είναι ένα πρόβλημα προγραμματισμού παραδόσεων. Για κάθε ημέρα πρέπει να αποφασίσουμε ποιοι πελάτες θα εξυπηρετηθούν, πόσο προϊόν θα πάρουν και με ποια σειρά θα τους επισκεφθεί το όχημα. Σε αυτή την εργασία υπάρχουν ένας προμηθευτής, ένα προϊόν και ένα όχημα. Στόχος είναι να μη μείνει κανένας πελάτης χωρίς προϊόν και να μειωθούν τα έξοδα μεταφοράς και αποθήκευσης.

Για τη λύση του προβλήματος δημιουργήθηκε σε Java ένας διακριτός Particle Swarm Optimization (PSO). Κάθε υποψήφια λύση περιέχει ολόκληρο το πρόγραμμα παραδόσεων. Η λεγόμενη velocity δεν είναι αριθμητική ταχύτητα. Είναι μια μικρή λίστα αλλαγών, όπως προσθήκη επίσκεψης, αλλαγή ημέρας, ανταλλαγή δύο πελατών ή 2-opt. Μετά από κάθε αλλαγή, μια διαδικασία διόρθωσης ελέγχει τους κανόνες και η 2-opt βελτιώνει τη σειρά των πελατών.

Η κύρια αξιολόγηση έγινε με την πολιτική Order-Up-to (OU). Χρησιμοποιήθηκαν 160 προβλήματα αναφοράς και 30 ανεξάρτητες εκτελέσεις ανά πρόβλημα, δηλαδή 4.800 κύριες εκτελέσεις. Όλες οι τελικές λύσεις τηρούσαν τους κανόνες. Η OU έφτασε τη γνωστή καλύτερη τιμή σε 38 από τα 160 προβλήματα. Η μέση απόκλιση ήταν 2,71%, η διάμεση 1,58% και ο μέσος χρόνος 1,41 δευτερόλεπτα ανά εκτέλεση. Έγινε επίσης ένα συμπληρωματικό πείραμα με την πολιτική Maximum Level (ML), με άλλες 4.800 εκτελέσεις. Έτσι το σύνολο παρέμεινε 9.600 εκτελέσεις. Στα μικρά προβλήματα  $n=5$  και  $H=3$ , ο PSO συμφώνησε με τον ακριβή επιλυτή σε 10/10 περιπτώσεις OU. Η ML εξετάζεται μόνο ως προαιρετική επέκταση.

Για να φανεί τι προσφέρει κάθε τμήμα, ο αλγόριθμος δοκιμάστηκε και με ορισμένα τμήματα απενεργοποιημένα. Η μέση απόκλιση μειώθηκε από 20,82% στην απλή αρχική λύση, σε 14,00% μετά την αρχική 2-opt, σε 6,22% με PSO χωρίς συνεχή χρήση της πλήρους 2-opt και σε 2,71% με ολόκληρη τη μέθοδο. Εξετάστηκαν επίσης 25 διαφορετικές ρυθμίσεις σε 96 προβλήματα. Οι επαναλήψεις και το πλήθος των υποψήφιων λύσεων επηρέασαν περισσότερο το κόστος και τον χρόνο. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο PSO και η 2-opt βοηθούν με διαφορετικό τρόπο και λειτουργούν καλύτερα μαζί.

**Λέξεις-κλειδιά:** Inventory Routing Problem, Particle Swarm Optimization, διακριτή βελτιστοποίηση, μεταεureτικοί αλγόριθμοι, 2-opt, διαχείριση αποθεμάτων.

## Σύντομος οδηγός ανάγνωσης

Η κεντρική γραμμή της εργασίας είναι η εξής: δημιουργείται ένας διακριτός PSO, ελέγχεται κυρίως με την πολιτική ΟΥ και συγκρίνεται με γνωστές καλύτερες τιμές. Η ΟΥ είναι ο βασικός κανόνας επειδή για αυτή υπάρχουν δημοσιευμένα  $z^*$  και μπορεί να γίνει καθαρός έλεγχος ποιότητας.

- Για πρώτη ανάγνωση, αρκεί να εστιάσεις στις ενότητες 1.1, 2.1–2.3, 3.1 και 3.3–3.5, 4.1–4.3, 5.2–5.3, 5.6 και 6.1.
- Η ML εδώ σημαίνει Maximum Level και όχι Machine Learning. Είναι μια προαιρετική επέκταση του κανόνα ποσότητας και δεν αποτελεί τον πυρήνα της μεθόδου.
- Οι λεπτομερείς συγκρίσεις ML βρίσκονται στην ενότητα 5.5 και στις ενότητες B.5–B.8 του Παραρτήματος Β. Μπορούν να διαβαστούν αργότερα χωρίς να χάνεται η βασική ιδέα της εργασίας.

## Abstract

The Inventory Routing Problem (IRP) combines three decisions: when each customer should be visited, how much product should be delivered and which route the vehicle should follow. The version studied in this thesis includes one supplier, one product, one vehicle, known daily demand and a finite planning horizon. The objective is to prevent stockouts while reducing transportation and inventory holding costs.

A discrete, operator-based Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm was implemented in Java. Each particle represents a complete schedule of visits, quantities and daily routes. Velocity is not treated as a numerical vector but as a short ordered list of changes, including adding, removing or moving a visit, swapping customers and applying 2-opt. After every change, a repair procedure restores feasibility and an exhaustive 2-opt step improves route order.

The main evaluation used the Order-Up-to (OU) policy on 160 benchmark instances. Thirty independent runs were performed for every instance, producing 4,800 main runs. All final solutions were feasible. OU reached the known optimum in 38 of 160 instances, with a mean gap of 2.71%, a median gap of 1.58% and an average runtime of 1.41 seconds. A secondary experiment repeated the same budget for the Maximum Level (ML) policy, bringing the total to 9,600 runs. ML achieved a lower mean cost in 120 of 160 instances, but it is treated only as an optional extension because published optimum values are not available for all 160 ML cases. On ten small instances with exact reference solutions, OU found the optimum in every case.

An ablation study showed the contribution of each algorithmic component: the mean gap decreased from 20.82% for the initial solution to 14.00% after initial full 2-opt, 6.22% with PSO without systematic full 2-opt and 2.71% for the complete method. Sensitivity analysis on 25 parameter variants confirmed robust feasibility, while larger iteration budgets improved solution quality at a higher computational cost. The results show that an operator-based representation is an effective way to adapt PSO to the discrete structure of the IRP.

**Keywords:** Inventory Routing Problem, Particle Swarm Optimization, discrete optimization, metaheuristics, 2-opt, inventory management.

## Περιεχόμενα

|                                                      |    |
|------------------------------------------------------|----|
| 1 Εισαγωγή .....                                     | 1  |
| 1.1 Εισαγωγή στο πρόβλημα .....                      | 1  |
| 1.1.1 Ένα απλό παράδειγμα .....                      | 2  |
| 1.1.2 Βασικοί όροι για τον αναγνώστη .....           | 3  |
| 1.2 Γιατί έχει σημασία το θέμα .....                 | 4  |
| 1.3 Στόχοι της εργασίας .....                        | 5  |
| 1.4 Δομή της εργασίας .....                          | 6  |
| 2 Το Inventory Routing Problem .....                 | 7  |
| 2.1 Ορισμός και σημασία του IRP .....                | 7  |
| 2.2 Κόστος και βασικοί κανόνες .....                 | 8  |
| 2.2.1 Κύρια πολιτική ΟΥ και συμπληρωματική ML .....  | 9  |
| 2.3 Μαθηματική περιγραφή του IRP .....               | 9  |
| 2.4 Τρόποι επίλυσης .....                            | 11 |
| 3 Πώς λειτουργεί ο Particle Swarm Optimization ..... | 13 |
| 3.1 Βασική ιδέα του PSO .....                        | 13 |
| 3.2 Προέλευση και χρήσεις του PSO .....              | 14 |
| 3.3 PSO σε διακριτά προβλήματα .....                 | 14 |
| 3.4 Βελτίωση διαδρομής με 2-opt .....                | 15 |
| 3.5 Παράδειγμα μίας επανάληψης .....                 | 16 |
| 4 Μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε .....                  | 17 |
| 4.1 Πώς αποθηκεύεται μια λύση .....                  | 17 |
| 4.2 Γιατί άλλαξε ο τρόπος κωδικοποίησης .....        | 17 |
| 4.3 Ο διακριτός PSO της εργασίας .....               | 19 |
| 4.3.1 Δημιουργία αρχικών λύσεων .....                | 20 |
| 4.3.2 Δημιουργία της λίστας αλλαγών .....            | 20 |
| 4.3.3 Διόρθωση λύσης και έλεγχος κανόνων .....       | 21 |

|                                                                    |    |
|--------------------------------------------------------------------|----|
| 4.3.4 Υπολογισμός κόστους και ενημέρωση καλύτερων λύσεων .....     | 21 |
| 4.3.5 Ψευδοκώδικας .....                                           | 22 |
| 4.4 Ρυθμίσεις και δεδομένα .....                                   | 27 |
| 4.4.1 Δεδομένα εισόδου .....                                       | 27 |
| 4.4.2 Ρυθμίσεις του αλγορίθμου .....                               | 28 |
| 4.4.3 Πώς οργανώθηκαν οι δοκιμές .....                             | 29 |
| 5 Αποτελέσματα και έλεγχοι .....                                   | 32 |
| 5.1 Πώς έγιναν τα πειράματα .....                                  | 32 |
| 5.2 Έλεγχος ορθότητας της υλοποίησης .....                         | 33 |
| 5.2.1 Σύγκριση με τις γνωστές καλύτερες τιμές .....                | 33 |
| 5.2.2 Ανεξάρτητοι ακριβείς έλεγχοι .....                           | 34 |
| 5.2.3 Παράδειγμα υπολογισμού αποθέματος .....                      | 36 |
| 5.3 Αποτελέσματα σε όλα τα προβλήματα .....                        | 36 |
| 5.4 Σταθερότητα αποτελεσμάτων .....                                | 38 |
| 5.5 Συμπληρωματικός έλεγχος: σύγκριση ΟΥ και ML .....              | 39 |
| 5.6 Συμβολή κάθε τμήματος του αλγορίθμου .....                     | 41 |
| 5.7 Επίδραση των ρυθμίσεων .....                                   | 42 |
| 6 Συμπεράσματα και επόμενα βήματα .....                            | 46 |
| 6.1 Τι πέτυχε η εργασία .....                                      | 46 |
| 6.2 Όρια της έρευνας .....                                         | 47 |
| 6.3 Ιδέες για μελλοντική έρευνα .....                              | 48 |
| Βιβλιογραφία .....                                                 | 50 |
| Παράρτημα Α — Έλεγχος υπολογισμού κόστους .....                    | 52 |
| A.1 Κύριος ακριβής έλεγχος ΟΥ και συμπληρωματικός έλεγχος ML ..... | 52 |
| A.2 Ακριβείς λύσεις μικρών προβλημάτων .....                       | 52 |
| A.3 Έλεγχος της σύμβασης H+1 .....                                 | 53 |

|                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------|----|
| Παράρτημα Β — Κύρια αποτελέσματα ΟΥ και συμπληρωματικά αποτελέσματα ML ..... | 55 |
| B.1 Αποτελέσματα ΟΥ — High-H3 .....                                          | 55 |
| B.2 Αποτελέσματα ΟΥ — Low-H3 .....                                           | 57 |
| B.3 Αποτελέσματα ΟΥ — High-H6 .....                                          | 60 |
| B.4 Αποτελέσματα ΟΥ — Low-H6 .....                                           | 61 |
| B.5 Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — High-H3 .....                            | 63 |
| B.6 Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — Low-H3 .....                             | 65 |
| B.7 Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — High-H6 .....                            | 67 |
| B.8 Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — Low-H6 .....                             | 69 |
| Παράρτημα Γ — Οδηγίες αναπαραγωγής .....                                     | 71 |
| Γ.1 Προαπαιτούμενα .....                                                     | 71 |
| Γ.2 Δομή βασικών αρχείων .....                                               | 71 |
| Γ.3 Απλή εκτέλεση .....                                                      | 72 |
| Γ.4 Πλήρες σύνολο δοκιμών και ανάλυση .....                                  | 72 |
| Γ.5 Δοκιμή αφαίρεσης τμημάτων .....                                          | 72 |
| Γ.6 Ακριβείς έλεγχοι .....                                                   | 73 |
| Γ.7 Αρχεία εξόδου και έλεγχοι .....                                          | 73 |

## Συντομογραφίες & Ακρωνύμια

|              |                                                                            |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------|
| <b>2-opt</b> | Τοπική αναζήτηση με αντιστροφή τμήματος μιας διαδρομής                     |
| <b>CSV</b>   | Comma-Separated Values — αρχείο τιμών χωρισμένων με κόμμα                  |
| <b>CV</b>    | Coefficient of Variation — συντελεστής μεταβλητότητας                      |
| <b>IRP</b>   | Inventory Routing Problem — πρόβλημα δρομολόγησης με αποθέματα             |
| <b>ML</b>    | Maximum Level — συμπληρωματική πολιτική αναπλήρωσης (όχι Machine Learning) |
| <b>OAT</b>   | One-at-a-Time — μεταβολή μίας παραμέτρου κάθε φορά                         |
| <b>OU</b>    | Order-Up-to — πολιτική αναπλήρωσης μέχρι το μέγιστο απόθεμα                |
| <b>PSO</b>   | Particle Swarm Optimization — βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων            |
| <b>VMI</b>   | Vendor-Managed Inventory — απόθεμα που διαχειρίζεται ο προμηθευτής         |

# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Εισαγωγή στο πρόβλημα

Η διανομή ενός προϊόντος δεν είναι μόνο θέμα εύρεσης της πιο σύντομης διαδρομής. Ο προμηθευτής πρέπει να αποφασίσει τρία πράγματα: **Πότε** θα επισκεφθεί κάθε πελάτη, **πόσο** προϊόν θα παραδώσει και **με ποια σειρά** θα γίνουν οι επισκέψεις. Οι αποφάσεις αυτές επηρεάζουν η μία την άλλη. Μια μικρή παράδοση μπορεί να φαίνεται φθηνή σήμερα, αλλά να προκαλέσει νέα και ακριβή διαδρομή αύριο. Το Inventory Routing Problem (IRP) εξετάζει όλα αυτά μαζί.

Το IRP χρησιμοποιείται συχνά σε συστήματα *Vendor-Managed Inventory* (VMI), δηλαδή σε συστήματα όπου το απόθεμα το διαχειρίζεται ο προμηθευτής. Ο προμηθευτής βλέπει πόσο προϊόν έχει κάθε πελάτης και οργανώνει τις παραδόσεις πριν παρουσιαστεί έλλειψη. Τέτοια συστήματα συναντώνται στη διανομή καυσίμων, τροφίμων, φαρμάκων και βιομηχανικών αερίων (Coelho, Cordeau, & Laporte, 2014).

Η εργασία εξετάζει μια συγκεκριμένη και σαφή μορφή του προβλήματος. Υπάρχουν ένας προμηθευτής, ένα προϊόν, ένα όχημα χωρητικότητας  $Q$  και  $n$  πελάτες. Ο σχεδιασμός καλύπτει  $H$  ημέρες. Η ζήτηση κάθε πελάτη είναι γνωστή από πριν και παραμένει σταθερή. Σε κάθε ημέρα επιλέγονται οι πελάτες, οι ποσότητες και η σειρά επίσκεψης.

Κάθε λύση πρέπει να ακολουθεί βασικούς κανόνες. Κανένας πελάτης δεν πρέπει να μείνει χωρίς προϊόν. Η αποθήκη του δεν πρέπει να ξεπεράσει το ανώτατο όριό της. Ο προμηθευτής πρέπει να έχει αρκετό διαθέσιμο προϊόν. Τέλος, το συνολικό φορτίο της ημέρας δεν πρέπει να ξεπεράσει τη χωρητικότητα του οχήματος.

Ο στόχος είναι να μειωθούν δύο είδη κόστους. Το πρώτο είναι το κόστος των διαδρομών. Το δεύτερο είναι το κόστος αποθήκευσης του προϊόντος. Οι πολλές και μικρές παραδόσεις κρατούν χαμηλό το απόθεμα, αλλά αυξάνουν τις μετακινήσεις. Οι λίγες και μεγάλες παραδόσεις κάνουν το αντίθετο. Επομένως, η καλή λύση πρέπει να βρει μια ισορροπία.

Τα πειραματικά δεδομένα προέρχονται από την εργασία των Archetti, Bertazzi, Laporte και Speranza (2007). Για την πολιτική Order-Up-to υπάρχουν δημοσιευμένες βέλτιστες τιμές κόστους. Αυτές οι τιμές λειτουργούν σαν σωστές απαντήσεις

αναφοράς. Έτσι μπορεί να μετρηθεί καθαρά πόσο κοντά φτάνει ο αλγόριθμος αυτής της εργασίας.

Για την αναζήτηση λύσεων χρησιμοποιείται ο Particle Swarm Optimization (PSO), δηλαδή η Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων. Η βασική ιδέα είναι απλή: πολλές υποψήφια λύσεις δοκιμάζουν διαφορετικές αλλαγές και μοιράζονται πληροφορίες για ό,τι λειτουργεί καλά. Στην εργασία, κάθε τέτοιο πρόγραμμα ονομάζεται υποψήφια λύση (*particle*) και όλες μαζί αποτελούν την ομάδα λύσεων (*swarm*).

Το IRP είναι διακριτό πρόβλημα. Μια επίσκεψη είτε υπάρχει είτε δεν υπάρχει, ενώ ένας πελάτης τοποθετείται σε συγκεκριμένη ημέρα και θέση μιας διαδρομής. Για αυτό δεν χρησιμοποιούνται απλώς δεκαδικοί αριθμοί και ένα κατώφλι. Η θέση της υποψήφιας λύσης είναι η ίδια η λύση και η λίστα αλλαγών είναι μια σειρά από συγκεκριμένες αλλαγές, όπως προσθήκη επίσκεψης, αλλαγή ημέρας ή ανταλλαγή δύο πελατών.

### 1.1.1 Ένα απλό παράδειγμα

Ας θεωρηθεί ένας προμηθευτής που εξυπηρετεί τρία μικρά καταστήματα για τρεις ημέρες. Το φορτηγό χωρά 100 μονάδες. Κάθε κατάστημα καταναλώνει καθημερινά ένα γνωστό ποσό και έχει περιορισμένο χώρο αποθήκευσης.

Αν το πρώτο κατάστημα θα ξεμείνει αύριο, πρέπει να παραδοθεί προϊόν σήμερα ή αύριο πριν από την κατανάλωση. Αν όμως το δεύτερο κατάστημα βρίσκεται πολύ κοντά του, ίσως συμφέρει να εξυπηρετηθεί στην ίδια διαδρομή, ακόμη και αν δεν είναι ακόμη επείγον. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται μια ξεχωριστή μετακίνηση την επόμενη ημέρα.

Η απόφαση δεν είναι πάντα προφανής. Η πρόωρη παράδοση αυξάνει το απόθεμα του δεύτερου καταστήματος και άρα το κόστος αποθήκευσης. Η καθυστερημένη παράδοση μειώνει το απόθεμα, αλλά ίσως απαιτήσει επιπλέον διαδρομή. Το IRP συγκρίνει αυτούς τους δύο τύπους κόστους και επιλέγει το καλύτερο συνολικό πρόγραμμα.

Ο PSO δεν δοκιμάζει όλες τις δυνατές λύσεις μία προς μία. Ξεκινά με πολλές λογικές λύσεις. Έπειτα τις αλλάζει σταδιακά, κρατά όσες έχουν χαμηλό κόστος και χρησιμοποιεί τα καλά χαρακτηριστικά τους για τις επόμενες δοκιμές. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να συμπληρωθεί ο προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων.

### 1.1.2 Βασικοί όροι για τον αναγνώστη

Οι παρακάτω όροι επαναλαμβάνονται σε όλη την εργασία. Δίνονται από την αρχή με απλή σημασία:

- **Πρόβλημα δοκιμής (instance):** ένα συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων, με δικούς του πελάτες, αποστάσεις, αποθέματα και ζήτηση.
- **Λύση:** το πλήρες πρόγραμμα που λέει ποιοι πελάτες θα εξυπηρετηθούν κάθε ημέρα, με ποια σειρά και με ποιες ποσότητες.
- **Έγκυρη λύση:** λύση που τηρεί όλους τους κανόνες, όπως τα όρια αποθέματος και τη χωρητικότητα του οχήματος.
- **Υποψήφια λύση (particle):** ένα πλήρες πρόγραμμα διανομής που εξετάζει ο PSO. Δεν είναι φυσικό σωματίδιο.
- **Ομάδα λύσεων (swarm):** όλες οι υποψήφιες λύσεις που εξετάζονται ταυτόχρονα.
- **Θέση (position):** η τρέχουσα μορφή μιας υποψήφιας λύσης.
- **Λίστα αλλαγών (velocity):** οι αλλαγές που θα εφαρμοστούν σε μια λύση. Δεν είναι ταχύτητα με αριθμητική τιμή.
- **Κίνηση αλλαγής (operator):** μία συγκεκριμένη πράξη, όπως μετακίνηση πελάτη σε άλλη ημέρα ή αλλαγή της σειράς.
- **Προσωπική καλύτερη λύση (pBest):** η καλύτερη λύση που έχει βρει μέχρι τώρα μία υποψήφια λύση.
- **Καλύτερη λύση της ομάδας (gBest):** η καλύτερη λύση που έχει βρεθεί από όλη την ομάδα.
- **Διαδικασία διόρθωσης (repair):** έλεγχος και διόρθωση μιας λύσης που παραβιάζει κάποιον κανόνα.
- **2-opt:** απλή τοπική βελτίωση που αντιστρέφει τμήμα μιας διαδρομής, όταν έτσι μειώνεται η απόσταση.
- **Αρχική τιμή τυχαιότητας (seed):** αριθμός που καθορίζει τις τυχαίες επιλογές. Με τον ίδιο αριθμό μπορούμε να επαναλάβουμε ακριβώς την ίδια εκτέλεση.
- **Ποσοστιαία απόκλιση (gap):** πόσο απέχει το αποτέλεσμα από μια γνωστή βέλτιστη τιμή. Απόκλιση 0% σημαίνει ότι βρέθηκε η ίδια τιμή.
- **Συντελεστής μεταβλητότητας (CV):** δείχνει πόσο αλλάζουν τα αποτελέσματα μεταξύ εκτελέσεων. Μικρό CV σημαίνει πιο σταθερά αποτελέσματα.

- **OU και ML:** δύο κανόνες για την ποσότητα παράδοσης. Η OU είναι ο κύριος κανόνας της εργασίας και γεμίζει τον πελάτη ως το ανώτατο όριο. Η ML είναι μια συμπληρωματική επέκταση που επιτρέπει μικρότερη ποσότητα. Εδώ ML σημαίνει Maximum Level, όχι Machine Learning.
- **Ακριβής επιλυτής (exact solver):** ανεξάρτητο πρόγραμμα που ελέγχει όλες τις αναγκαίες περιπτώσεις και αποδεικνύει ποια λύση είναι η καλύτερη, μόνο για πολύ μικρά προβλήματα.
- **Δοκιμή αφαίρεσης τμημάτων (ablation):** αφαιρούμε ένα μέρος του αλγορίθμου και βλέπουμε πόσο αλλάζει το αποτέλεσμα.
- **Ανάλυση ευαισθησίας:** πείραμα που αλλάζει μία ρύθμιση κάθε φορά και μετρά την επίδραση στο κόστος και στον χρόνο.

#### Πώς να διαβαστούν οι αγγλικοί όροι

Οι αγγλικοί όροι διατηρούνται επειδή εμφανίζονται έτσι στον κώδικα και στη διεθνή βιβλιογραφία. Κάθε νέος όρος εξηγείται την πρώτη φορά που χρησιμοποιείται. Δεν απαιτείται προηγούμενη γνώση PSO ή επιχειρησιακής έρευνας.

## 1.2 Γιατί έχει σημασία το θέμα

Η επιλογή του θέματος βασίζεται σε πέντε λόγους:

- **Κοινός σχεδιασμός.** Το IRP εξετάζει μαζί το απόθεμα και τις διαδρομές. Αυτό είναι πιο κοντά στην πραγματική λειτουργία μιας επιχείρησης από δύο ξεχωριστούς σχεδιασμούς που δεν επικοινωνούν μεταξύ τους.
- **Οικονομική σημασία.** Οι μεταφορές και η αποθήκευση κοστίζουν. Ακόμη και μικρή ποσοστιαία βελτίωση μπορεί να έχει μεγάλη αξία όταν οι ίδιες παραδόσεις γίνονται κάθε εβδομάδα ή κάθε ημέρα.
- **Δυσκολία υπολογισμού.** Οι δυνατοί συνδυασμοί ημερών, ποσοτήτων και διαδρομών αυξάνονται πολύ γρήγορα όσο προστίθενται πελάτες. Για αυτό δεν είναι πρακτικό να ελεγχθούν όλες οι λύσεις στα μεγαλύτερα προβλήματα. Στη θεωρία, το πρόβλημα χαρακτηρίζεται NP-δύσκολο.
- **Περιβαλλοντική σημασία.** Ο καλύτερος συντονισμός μπορεί να μειώσει άσκοπες μετακινήσεις και κατανάλωση καυσίμου. Η εργασία δεν κάνει πλήρη περιβαλλοντική μελέτη, αλλά η μικρότερη απόσταση αποτελεί χρήσιμη πρώτη ένδειξη.

- **Ενδιαφέρον του διακριτού PSO.** Η βασική ιδέα του PSO είναι εύκολη, αλλά η εφαρμογή του σε πρόγραμμα ημερών και διαδρομών χρειάζεται ειδικό σχεδιασμό. Η εργασία εξετάζει αν οι έννοιες pBest, gBest και αδράνειας μπορούν να μετατραπούν σε απλές και κατανοητές αλλαγές μιας λύσης.

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν ισχυρές ακριβείς και υβριδικές μέθοδοι, όπως branch-and-cut και branch-price-and-cut (Archetti et al., 2007; Archetti, Bertazzi, Hertz, & Speranza, 2012; Desaulniers, Rakke, & Coelho, 2016). Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να δώσουν πολύ καλές λύσεις, αλλά είναι πιο σύνθετες. Η εργασία δεν υποστηρίζει ότι ο PSO τις αντικαθιστά. Εξετάζει μια διαφορετική προσέγγιση, στην οποία κάθε αλλαγή της λύσης είναι ορατή και μπορεί να ελεγχθεί.

### 1.3 Στόχοι της εργασίας

Ο βασικός στόχος είναι να σχεδιαστεί, να υλοποιηθεί και να ελεγχθεί ένας διακριτός PSO για το IRP ενός οχήματος. Ο PSO βασίζεται σε άμεσες κινήσεις αλλαγής, δηλαδή αλλάζει τις λύσεις με συγκεκριμένες πράξεις. Η αξιολόγηση οργανώνεται γύρω από οκτώ ερωτήματα:

- **EE1 — Αναπαράσταση:** Μπορεί η υποψήφια λύση να αποθηκεύει άμεσα τις ημέρες και τις διαδρομές, χωρίς μηχανισμό μετατροπής που χάνει πληροφορία;
- **EE2 — Τήρηση των κανόνων:** Μπορούν οι κινήσεις αλλαγής και η διαδικασία διόρθωσης να τηρούν τα όρια αποθέματος, παραγωγής και οχήματος;
- **EE3 — Ποιότητα:** Πόσο κοντά φτάνει ο PSO στις γνωστές βέλτιστες τιμές της πολιτικής ΟΥ;
- **EE4 — Σταθερότητα:** Πόσο αλλάζει το αποτέλεσμα όταν ο αλγόριθμος εκτελείται 30 φορές με διαφορετικές αρχικές τιμές τυχειότητας;
- **EE5 — Συμπληρωματικός έλεγχος:** Τι αλλάζει όταν, εκτός από την κύρια ΟΥ, δοκιμαστεί και η προαιρετική ML με τον ίδιο αριθμό εκτελέσεων;
- **EE6 — Μέρη του αλγορίθμου:** Πόσο βοηθούν χωριστά η αρχική λύση, η ομάδα λύσεων και η πλήρης 2-opt;
- **EE7 — Ορθότητα:** Συμφωνούν οι υπολογισμοί με τα δημοσιευμένα  $z^*$  και με ανεξάρτητους ακριβείς επιλυτές;
- **EE8 — Ρυθμίσεις:** Ποιες παράμετροι επηρεάζουν περισσότερο την ποιότητα και τον χρόνο εκτέλεσης;

### Κύρια συνεισφορά

Η εργασία δεν παρουσιάζει μόνο μία καλή λύση. Περιλαμβάνει 9.600 εκτελέσεις, ανεξάρτητους ακριβείς ελέγχους, δοκιμή αφαίρεσης τμημάτων σε τέσσερα στάδια και ανάλυση 25 εναλλακτικών ρυθμίσεων. Έτσι φαίνεται τόσο το τελικό αποτέλεσμα όσο και ο λόγος για τον οποίο προκύπτει.

## 1.4 Δομή της εργασίας

Το Κεφάλαιο 2 ορίζει το IRP, εξηγεί πρώτα την κύρια πολιτική ΟΥ και παρουσιάζει σύντομα την ML ως προαιρετική επέκταση. Στη συνέχεια περιγράφει τους περιορισμούς, τη μαθηματική μορφή του προβλήματος και τις βασικές οικογένειες μεθόδων επίλυσης.

Το **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζει τη θεωρία του PSO, την ιστορική του εξέλιξη, τις δυσκολίες της διακριτής προσαρμογής και τον ρόλο της τοπικής αναζήτησης 2-opt.

Το **Κεφάλαιο 4** περιγράφει αναλυτικά τη μεθοδολογία: τον τρόπο αποθήκευσης κάθε λύσης, γιατί εγκαταλείφθηκε ο αρχικός πίνακας προτεραιοτήτων, τις διαθέσιμες κινήσεις αλλαγής, τη διαδικασία διόρθωσης, την αξιολόγηση, τις παραμέτρους και τον σχεδιασμό των πειραμάτων.

Το Κεφάλαιο 5 επικεντρώνεται στην ΟΥ: ελέγχει την ορθότητα, την απόκλιση από τα  $z^*$ , τη σταθερότητα, τον χρόνο και τη συμβολή κάθε τμήματος του αλγορίθμου. Η σύγκριση ΟΥ–ML παρουσιάζεται χωριστά ως συμπληρωματικό πείραμα. Κάθε ποσοστό αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο αρχείο αποτελεσμάτων και σε σαφώς ορισμένη μέτρηση.

Το **Κεφάλαιο 6** συνοψίζει τη συνεισφορά, καταγράφει τους περιορισμούς και προτείνει κατευθύνσεις για συνδυασμό με άλλες μεθόδους, προσαρμοστική τοπική αναζήτηση, πολλαπλά οχήματα και δυσκολότερα σύνολα δοκιμών αναφοράς. Τα παραρτήματα περιέχουν τον έλεγχο με ακριβή επίλυση, αναλυτικά αποτελέσματα ανά πρόβλημα και οδηγίες αναπαραγωγής.

## 2 To Inventory Routing Problem

### 2.1 Ορισμός και σημασία του IRP

Στο IRP ο ίδιος φορέας οργανώνει τόσο το απόθεμα όσο και τις μεταφορές. Στο μοντέλο VMI, ο πελάτης δεν στέλνει κάθε φορά νέα παραγγελία. Ο προμηθευτής παρακολουθεί το απόθεμα και αποφασίζει πότε θα γίνει η παράδοση. Έτσι έχει περισσότερη πληροφορία, αλλά έχει και την ευθύνη να μην αφήσει κανέναν πελάτη χωρίς προϊόν.

Μια πλήρης λύση απαντά σε τρεις απλές ερωτήσεις: **ποια ημέρα, ποια ποσότητα και ποια σειρά επίσκεψης**. Οι απαντήσεις συνδέονται. Αν μια επίσκεψη μεταφερθεί μία ημέρα νωρίτερα, αλλάζει το απόθεμα του πελάτη, το φορτίο του οχήματος και η διαδρομή εκείνης της ημέρας.

Για αυτό το IRP δεν είναι απλώς ένα ξεχωριστό πρόβλημα διαδρομής για κάθε ημέρα. Μερικές φορές συμφέρει να εξυπηρετηθεί νωρίς ένας πελάτης, επειδή βρίσκεται κοντά σε άλλον πελάτη που ήδη χρειάζεται παράδοση. Άλλες φορές συμφέρει να περιμένει μία ημέρα, ώστε δύο κοντινοί πελάτες να μπουν στην ίδια διαδρομή. Η επιλογή γίνεται με βάση το συνολικό κόστος όλων των ημερών.

Υπάρχουν πολλές μορφές IRP: με πολλά προϊόντα, πολλά και διαφορετικά οχήματα, άγνωστη ζήτηση ή συνεχώς μεταβαλλόμενο χρονικό ορίζοντα (Coelho et al., 2014). Η εργασία χρησιμοποιεί την απλούστερη βασική μορφή: ένα προϊόν, ένα όχημα και γνωστή ζήτηση. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να ελεγχθεί καθαρά η συμπεριφορά του PSO.

#### Τι σημαίνει «γνωστή ζήτηση»

Αν ο πελάτης χρειάζεται 10 μονάδες κάθε ημέρα, ο αλγόριθμος γνωρίζει από την αρχή αυτή την τιμή για όλες τις ημέρες του ορίζοντα. Δεν προσπαθεί να προβλέψει τη ζήτηση και δεν αντιμετωπίζει τυχαίες αλλαγές.

Πίνακας 1. Βασικά στοιχεία της εξεταζόμενης εκδοχής του IRP

| Στοιχείο    | Υπόθεση της εργασίας | Συνέπεια                             |
|-------------|----------------------|--------------------------------------|
| Προμηθευτής | Ένας                 | Ενιαίο απόθεμα και ημερήσια παραγωγή |
| Προϊόν      | Ένα                  | Ένα ισοζύγιο ανά πελάτη και ημέρα    |
| Όχημα       | Ένα, χωρητικότητας Q | Μία κλειστή διαδρομή ανά ημέρα       |

| Στοιχείο   | Υπόθεση της εργασίας         | Συνέπεια                                                |
|------------|------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Ζήτηση     | Γνωστή και σταθερή           | Ντετερμινιστική αξιολόγηση                              |
| Ορίζοντας  | H=3 ή H=6                    | Πεπερασμένη χρονική σύζευξη                             |
| Πολιτικές  | Κύρια ΟΥ · συμπληρωματική ML | Η αξιολόγηση βασίζεται στην ΟΥ· η ML ελέγχεται επιπλέον |
| Αποστάσεις | NINT Ευκλείδειες             | Συμβατότητα με τα σύνολα δοκιμών αναφοράς               |

## 2.2 Κόστος και βασικοί κανόνες

Το συνολικό κόστος έχει δύο πραγματικά μέρη και ένα τεχνικό μέρος:

- **Μεταφορικό κόστος:** η συνολική απόσταση όλων των ημερήσιων διαδρομών. Κάθε διαδρομή αρχίζει και τελειώνει στον προμηθευτή.
- **Κόστος αποθέματος:** η χρέωση για τις μονάδες προϊόντος που μένουν αποθηκευμένες στον προμηθευτή και στους πελάτες.
- **Ποινές:** πολύ μεγάλα πρόσθετα ποσά όταν μια λύση παραβιάζει κανόνα, όπως έλλειψη προϊόντος ή υπερφόρτωση οχήματος. Οι ποινές βοηθούν την αναζήτηση να απομακρυνθεί από κακές λύσεις. Στις 9.600 τελικές λύσεις ήταν μηδενικές.

$$C(s) = C\_route(s) + C\_hold(s) + P\_stockout(s) + P\_capacity(s) + P\_supplier(s) + P\_max(s) \quad (1)$$

Συνάρτηση αξιολόγησης της υλοποίησης. Για κάθε έγκυρη τελική λύση ισχύει  $P=0$ .

Οι βασικοί περιορισμοί είναι οι ακόλουθοι:

- **Απόθεμα πελάτη.** Νέο απόθεμα = παλιό απόθεμα + παράδοση – κατανάλωση.
- **Όρια αποθήκης.** Το απόθεμα πρέπει να μένει ανάμεσα στο ελάχιστο και στο μέγιστο όριο.
- **Όχημα.** Το άθροισμα των ποσοτήτων μιας ημέρας δεν πρέπει να ξεπερνά το Q.
- **Προμηθευτής.** Η παραγωγή προστίθεται πριν από τις παραδόσεις. Δεν μπορεί να σταλεί περισσότερο προϊόν από όσο υπάρχει διαθέσιμο.
- **Σωστή διαδρομή.** Το όχημα ξεκινά από τον προμηθευτή, επισκέπτεται κάθε επιλεγμένο πελάτη μία φορά και επιστρέφει στον προμηθευτή.
- **Χωρίς ανεξάρτητους κύκλους.** Δεν επιτρέπεται μια ομάδα πελατών να σχηματίζει κλειστό κύκλο που δεν συνδέεται με τον προμηθευτή.

### 2.2.1 Κύρια πολιτική ΟΥ και συμπληρωματική ML

Η πολιτική αναπλήρωσης λέει πόσο προϊόν θα παραδοθεί όταν το όχημα επισκεφθεί έναν πελάτη. Στην **Order-Up-to (OU)** ο πελάτης γεμίζει πάντα μέχρι το ανώτατο επίπεδο  $U_i$ . Για παράδειγμα, αν χωρά 100 μονάδες και έχει 35, η παράδοση είναι 65 μονάδες. Ο κανόνας είναι απλός, αλλά μπορεί να δημιουργήσει μεγάλο φορτίο ή μεγάλο απόθεμα.

$$q_{it}^{OU} = (U_i - I_{i,t-1}) y_{it} \quad (2)$$

Το  $y_{it}$  δηλώνει αν ο πελάτης  $i$  επισκέπτεται στην περίοδο  $t$ .

Η Maximum Level (ML) χρησιμοποιείται μόνο ως συμπληρωματική επέκταση. Η συντομογραφία ML εδώ σημαίνει Maximum Level και όχι Machine Learning. Με αυτόν τον κανόνα μπορεί να δοθεί μικρότερη ποσότητα, αρκεί να καλύπτει τη ζήτηση μέχρι την επόμενη επίσκεψη. Στο ίδιο παράδειγμα μπορούν να παραδοθούν 40 αντί για 65 μονάδες. Η επιλογή αυτή αυξάνει τις δυνατές λύσεις και κάνει την αναζήτηση δυσκολότερη.

$$q_{it}^{ML} = \ell_{it} + f_{it} (U_{it} - \ell_{it}), \quad 0 \leq f_{it} \leq 1 \quad (3)$$

Στην υλοποίηση,  $u_{it}$  είναι η μέγιστη επιτρεπτή ποσότητα και  $\ell_{it}$  η ελάχιστη ποσότητα που καλύπτει τη ζήτηση έως την επόμενη επίσκεψη.

Πίνακας 2. Κύρια πολιτική ΟΥ και συμπληρωματική πολιτική ML

| Χαρακτηριστικό       | ΟΥ                                   | ML (συμπλ.)                          |
|----------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Ποσότητα σε επίσκεψη | Πλήρωση έως $U_i$                    | Μεταξύ ελάχιστης αναγκαίας και $U_i$ |
| Χώρος αποφάσεων      | Μικρότερος                           | Μεγαλύτερος                          |
| Πιθανό απόθεμα       | Συχνά υψηλότερο                      | Δυνατότητα χαμηλότερου               |
| Δυσκολία αναζήτησης  | Πρόγραμμα επισκέψεων και διαδρομές   | Επιπλέον ρύθμιση ποσοτήτων           |
| Εξωτερικά $z^*$      | Διαθέσιμα για 160 προβλήματα δοκιμής | Όχι διαθέσιμα στο ίδιο σύνολο        |

### 2.3 Μαθηματική περιγραφή του IRP

Οι τύποι που ακολουθούν γράφουν τους ίδιους κανόνες με πιο σύντομο τρόπο. Το  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  είναι όλα τα σημεία: το 0 είναι ο προμηθευτής και οι αριθμοί 1 έως  $n$  είναι οι πελάτες. Το  $T = \{1, \dots, H\}$  είναι οι ημέρες. Τα  $c_{ij}$ ,  $h_i$  και  $d_i$  δείχνουν αντίστοιχα το κόστος

μετακίνησης, το κόστος αποθήκευσης και την ημερήσια ζήτηση. Τα  $U_i$  και  $L_i$  είναι τα όρια αποθέματος, το  $p_t$  η παραγωγή και το  $Q$  η χωρητικότητα του οχήματος. Για να διαβάζονται πιο εύκολα οι τύποι:  $x$  σημαίνει μετακίνηση,  $y$  επίσκεψη,  $q$  ποσότητα και  $I$  απόθεμα.

Πίνακας 3. Σύμβολα των τύπων

| Σύμβολο           | Περιγραφή                                         |
|-------------------|---------------------------------------------------|
| $V=\{0,\dots,n\}$ | Σύνολο κόμβων, με 0 τον προμηθευτή                |
| $T=\{1,\dots,H\}$ | Σύνολο περιόδων                                   |
| $x_{ijt}$         | 1 αν η ακμή $(i,j)$ χρησιμοποιείται την ημέρα $t$ |
| $y_{it}$          | 1 αν ο πελάτης $i$ εξυπηρετείται την ημέρα $t$    |
| $q_{it}$          | Ποσότητα που παραδίδεται στον πελάτη $i$          |
| $I_{it}$          | Τελικό απόθεμα πελάτη $i$ στην περίοδο $t$        |
| $I_{0t}$          | Τελικό απόθεμα προμηθευτή                         |
| $U_{it}$          | Βοηθητική μεταβλητή εξάλειψης υποκύκλων           |

Η παρακάτω συνάρτηση προσθέτει το κόστος διαδρομών και το κόστος αποθέματος. Μετρά την αρχική κατάσταση  $t=0$  και τις  $H$  καταστάσεις στο τέλος των ημερών:

$$\min \sum_t \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ijt} + \sum_{t=0}^H (h_0 I_{0t} + \sum_i h_i I_{it}) \quad (4)$$

Η αρχική χρέωση  $t=0$  είναι ίδια για όλες τις λύσεις ενός προβλήματος δοκιμής, άρα δεν αλλάζει ποια λύση είναι καλύτερη. Πρέπει όμως να προστεθεί για να γίνει σωστή σύγκριση με τα δημοσιευμένα  $z^*$ . Αν λείπει, η σύγκριση θα δείξει απόκλιση παρότι το πρόγραμμα μπορεί να είναι σωστό.

Οι δύο επόμενες εξισώσεις ενημερώνουν το απόθεμα. Στον πελάτη προστίθεται η παράδοση και αφαιρείται η ζήτηση. Στον προμηθευτή προστίθεται η παραγωγή και αφαιρούνται όλες οι παραδόσεις:

$$I_{it} = I_{i,t-1} + q_{it} - d_{it}, \quad i=1,\dots,n; t \in T \quad (5)$$

$$I_{0t} = I_{0,t-1} + p_t - \sum_i q_{it}, \quad t \in T \quad (6)$$

Η επόμενη γραμμή κρατά το απόθεμα μέσα στα όρια και το ημερήσιο φορτίο μέχρι το  $Q$ :

$$L_i \leq I_{it} \leq U_i, \quad I_{0t} \geq 0, \quad \sum_i q_{it} \leq Q \quad (7)$$

Η ποσότητα μπορεί να είναι θετική μόνο όταν υπάρχει επίσκεψη. Αυτό εκφράζεται ως:

$$0 \leq q_{it} \leq M_i y_{it}, \quad I_{i,t-1} + q_{it} \leq U_i \quad (8)$$

Στην κύρια πολιτική ΟΥ, όταν  $y_{it}=1$  η παράδοση γεμίζει το απόθεμα έως  $U_i$ . Μόνο στη συμπληρωματική ML η ποσότητα μπορεί να πάρει μικρότερη τιμή μέσα στα επιτρεπτά όρια.

Οι συνθήκες βαθμού της ημερήσιας διαδρομής είναι:

$$\sum_{j \neq i} x_{ijt} = y_{it} \text{ και } \sum_{j \neq i} x_{jit} = y_{it}, \quad i=1, \dots, n \quad (9)$$

Όταν υπάρχουν επισκέψεις, το όχημα ξεκινά από τον προμηθευτή και επιστρέφει σε αυτόν. Οι περιορισμοί Miller–Tucker–Zemlin εμποδίζουν διαδρομές που ενώνουν μόνο πελάτες και δεν περνούν από τον προμηθευτή. Ο PSO δεν λύνει απευθείας αυτούς τους τύπους. Οι τύποι απλώς ορίζουν με ακρίβεια τους κανόνες και βοηθούν στους ανεξάρτητους ελέγχους.

## 2.4 Τρόποι επίλυσης

Οι **ακριβείς μέθοδοι** ελέγχουν συστηματικά τις δυνατές επιλογές και μπορούν να αποδείξουν ότι μια λύση είναι η καλύτερη. Παραδείγματα είναι οι branch-and-cut και branch-price-and-cut (Archetti et al., 2007; Solyali & Süral, 2011; Desaulniers et al., 2016). Δίνουν σίγουρη απάντηση, αλλά στα μεγάλα προβλήματα χρειάζονται πολύ χρόνο και μνήμη.

Οι **απλές ευρετικές μέθοδοι** φτιάχνουν γρήγορα μια αποδεκτή λύση χωρίς να ελέγχουν όλες τις επιλογές. Το εργαλείο `GreedyBuilder` περιμένει όσο γίνεται πριν από μια έλλειψη και μετά βάζει κοντινούς πελάτες στην ίδια διαδρομή. Αυτή είναι η αρχική λύση της εφαρμογής.

Οι **μεταευρετικές μέθοδοι** βελτιώνουν επανειλημμένα μια λύση με οργανωμένες αλλαγές. Παραδείγματα είναι η επαναληπτική τοπική αναζήτηση, η προσομοιωμένη ανόπτηση και οι μέθοδοι με πολλές υποψήφιες λύσεις (Alvarez et al., 2018; Santos et al., 2016). Δεν αποδεικνύουν ότι βρήκαν την καλύτερη δυνατή λύση, αλλά συνήθως δίνουν καλό αποτέλεσμα σε λογικό χρόνο.

Οι υβριδικές μέθοδοι με μαθηματικό μοντέλο συνδυάζουν γρήγορες δοκιμές με μικρότερα προβλήματα που λύνονται ακριβώς. Η μέθοδος των Archetti et al. (2012) είναι ένα παράδειγμα. Μπορούν να δώσουν πολύ καλές λύσεις, αλλά ο προγραμματισμός τους είναι πιο δύσκολος.

Ο PSO αυτής της εργασίας δουλεύει με πολλές υποψήφιες λύσεις. Οι πληροφορίες pBest και gBest γίνονται απλές αλλαγές σε ημέρες, επισκέψεις, σειρά και ποσότητες. Μετά από αυτές εφαρμόζονται η διαδικασία διόρθωσης και η 2-opt. Ο κύριος βρόχος της εφαρμογής Java δεν καλεί μαθηματικό επιλυτή.

Πίνακας 4. Σύγκριση βασικών τρόπων επίλυσης

| Οικογένεια                    | Κύριο πλεονέκτημα                    | Κύριος περιορισμός            | Ρόλος στην εργασία              |
|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| Ακριβείς μέθοδοι              | Απόδειξη καλύτερης λύσης             | Δυσκολία σε μεγάλα προβλήματα | Ανεξάρτητη επικύρωση<br>n=5     |
| Απλές αρχικές μέθοδοι         | Πολύ γρήγορη έγκυρη λύση             | Μυωπικές αποφάσεις            | Αρχική λύση και βασική σύγκριση |
| Τοπική αναζήτηση              | Στοχευμένη βελτίωση                  | Τοπικά άριστα                 | Πλήρης 2-opt ανά ημέρα          |
| Μεταερευρητικές               | Ισορροπία νέων δοκιμών και βελτίωσης | Χωρίς εγγύηση                 | PSO με άμεσες κινήσεις          |
| Υβριδικές μαθηματικές μέθοδοι | Ισχυρή αξιοποίηση μοντέλου           | Μεγαλύτερη πολυπλοκότητα      | Κατεύθυνση μελλοντικής έρευνας  |

### 3 Πώς λειτουργεί ο Particle Swarm Optimization

#### 3.1 Βασική ιδέα του PSO

Ο Particle Swarm Optimization είναι αλγόριθμος που δουλεύει με πολλές υποψήφιας λύσεις ταυτόχρονα. Η ιδέα του προέρχεται από ομάδες οργανισμών που κινούνται μαζί και ανταλλάσσουν πληροφορίες. Οι Kennedy και Eberhart (1995) πρότειναν κάθε υποψήφια λύση να θυμάται τη δική της καλύτερη θέση και να ενημερώνεται επίσης από την καλύτερη θέση ολόκληρης της ομάδας λύσεων.

Μια απλή αναλογία είναι μια ομάδα ανθρώπων που ψάχνει το χαμηλότερο σημείο σε άγνωστο έδαφος. Κάθε άτομο θυμάται το καλύτερο σημείο που έχει βρει και ακούει ποιο είναι το καλύτερο σημείο της ομάδας. Δεν ακολουθούν όλοι ακριβώς την ίδια πορεία, επειδή χρειάζεται να εξεταστούν και νέες περιοχές.

Στον κλασικό PSO, η υποψήφια λύση  $p$  έχει μια θέση  $x$  και μια ταχύτητα  $v$ . Η επόμενη κίνηση συνδυάζει τρία στοιχεία: ένα μέρος της προηγούμενης κίνησης, την κατεύθυνση προς τη δική της καλύτερη λύση ( $pBest$ ) και την κατεύθυνση προς την καλύτερη λύση της ομάδας ( $gBest$ ). Οι τύποι που ακολουθούν γράφουν αυτή την ιδέα με σύμβολα:

$$v_p^{k+1} = \omega v_p^k + c_1 r_1 (pBest_p - x_p^k) + c_2 r_2 (gBest - x_p^k) \quad (10)$$

$$x_p^{k+1} = x_p^k + v_p^{k+1} \quad (11)$$

Η αδράνεια  $\omega$  δείχνει πόσο από την παλιά κατεύθυνση διατηρείται. Μεγάλη τιμή επιτρέπει πιο τολμηρή αναζήτηση. Μικρή τιμή κάνει την κίνηση πιο σταθερή κοντά σε καλές λύσεις. Οι  $c_1$  και  $c_2$  ελέγχουν πόση επιρροή έχουν το  $pBest$  και το  $gBest$ , ενώ τα  $r_1$  και  $r_2$  προσθέτουν τυχαιότητα. Στην κλασική μέθοδο η αδράνεια συχνά μειώνεται σταδιακά (Shi & Eberhart, 1998): πρώτα γίνεται ευρύτερη αναζήτηση και αργότερα πιο προσεκτική βελτίωση.

Κάθε υποψήφια λύση κρατά στο  $pBest$  την καλύτερη λύση που έχει βρει, ακόμη και αν η επόμενη δοκιμή της είναι χειρότερη. Το  $gBest$  διαδίδει μια καλή ιδέα σε όλη την ομάδα. Αν όλες οι υποψήφιας λύσεις ακολουθήσουν πολύ γρήγορα το  $gBest$ , μπορεί να σταματήσουν σε μια λύση που είναι καλή αλλά όχι η καλύτερη. Αν δεν μοιράζονται καθόλου πληροφορία, η αναζήτηση γίνεται σχεδόν τυχαία. Χρειάζεται ισορροπία.

Στη Java υλοποίηση δεν εφαρμόζονται αριθμητικά τα  $c_1$  και  $c_2$ , επειδή η λίστα αλλαγών είναι λίστα κινήσεων αλλαγής και όχι δάνυσμα. Αντί για πολλαπλασιασμό, χρησιμοποιούνται πιθανότητες που αποφασίζουν αν θα ληφθούν αλλαγές από το pBest ή το gBest. Η βασική λογική του PSO παραμένει, αλλά προσαρμόζεται στη μορφή του IRP.

### 3.2 Προέλευση και χρήσεις του PSO

Μετά το 1995 αναπτύχθηκαν πολλές παραλλαγές του PSO. Προστέθηκαν διαφορετικοί τρόποι επικοινωνίας, όρια στη λίστα αλλαγών, παράμετροι που αλλάζουν κατά την εκτέλεση και τοπικές αναζητήσεις. Η ανασκόπηση των Poli, Kennedy και Blackwell (2007) παρουσιάζει αυτή την εξέλιξη και το μεγάλο εύρος εφαρμογών.

Οι Kennedy και Eberhart (1997) πρότειναν επίσης δυαδικό PSO. Εκεί η λίστα αλλαγών γίνεται πιθανότητα αλλαγής ενός bit από 0 σε 1 ή το αντίστροφο. Αυτό είναι χρήσιμο για απλές επιλογές ναι/όχι. Δεν αρκεί όμως για ένα IRP, όπου υπάρχουν ημέρες, σειρές πελατών και ποσότητες.

Στο IRP η λύση περιέχει ημερήσιες λίστες πελατών, διαφορετικό αριθμό επισκέψεων και απόθεμα που αλλάζει κάθε ημέρα. Για αυτό χρησιμοποιούνται άμεσες κινήσεις αλλαγής: κάθε κίνηση έχει σαφή σημασία και μπορεί να ελεγχθεί ή να διορθωθεί. Μόνο η προαιρετική ML προσθέτει και απόφαση ποσότητας.

### 3.3 PSO σε διακριτά προβλήματα

Στον συνεχή PSO μπορεί να αφαιρεθεί ένας αριθμός από έναν άλλο. Στο IRP αυτό δεν είναι αρκετό. Η διαφορά ανάμεσα σε δύο λύσεις μπορεί να είναι ότι ένας πελάτης βρίσκεται σε άλλη ημέρα, λείπει από μια διαδρομή ή εμφανίζεται σε διαφορετική σειρά. Άρα η «διαφορά» πρέπει να περιγραφεί ως συγκεκριμένη αλλαγή.

Μια συνηθισμένη προσέγγιση δίνει σε κάθε απόφαση έναν δεκαδικό αριθμό προτεραιότητας. Ένας μηχανισμός μετατροπής μετατρέπει μετά τους αριθμούς σε επισκέψεις. Το πρόβλημα είναι ότι πολλοί διαφορετικοί αριθμοί μπορεί να δώσουν ακριβώς την ίδια τελική λύση. Για παράδειγμα, οι τιμές 0,25 και 0,45 είναι διαφορετικές, αλλά με κατώφλι 0,5 σημαίνουν και οι δύο «καμία επίσκεψη».

Στην προσέγγιση με άμεσες κινήσεις αλλαγής, η θέση είναι το ίδιο το πρόγραμμα διανομής. Η λίστα αλλαγών είναι μια σύντομη λίστα ενεργειών που μετακινεί τη

σημερινή λύση προς το pBest ή το gBest. Η αδράνεια κρατά μερικές παλιές ενέργειες, ενώ οι δύο πηγές μάθησης προσθέτουν νέες.

$$V_p^{k+1} = \omega(V_p^k) \oplus Bpc(\Delta(X_p^k, pBest_p)) \oplus Bps(\Delta(X_p^k, gBest)) \oplus R \quad (12)$$

Με απλά λόγια, ο πρώτος όρος κρατά μερικές παλιές κινήσεις, οι επόμενοι δύο παίρνουν ιδέες από τις καλύτερες λύσεις και ο τελευταίος προσθέτει μια τυχαία αλλαγή. Το σύμβολο  $\oplus$  σημαίνει ότι οι κινήσεις μπαίνουν σε συγκεκριμένη σειρά.

$$X_p^{k+1} = LocalSearch(Repair(V_p^{k+1}(X_p^k))) \quad (13)$$

Η σειρά των κινήσεων αλλαγής έχει σημασία. Αν πρώτα αφαιρεθεί μια επίσκεψη και μετά ζητηθεί να μετακινηθεί, η μετακίνηση δεν μπορεί να γίνει. Αν οι πράξεις εφαρμοστούν αντίστροφα, το αποτέλεσμα είναι διαφορετικό. Για αυτό η λίστα αλλαγών αποθηκεύεται με συγκεκριμένη σειρά. Το μήκος της περιορίζεται ώστε μία επανάληψη να μην αλλάζει ολόκληρη τη λύση.

Πίνακας 5. Συνεχής PSO και διακριτός PSO με άμεσες κινήσεις

| Έννοια             | Συνεχής PSO                 | Υλοποίηση της εργασίας                    |
|--------------------|-----------------------------|-------------------------------------------|
| Θέση               | Διάνυσμα πραγματικών τιμών  | Διακριτή λύση IRP                         |
| Λίστα αλλαγών      | Αριθμητικό διάνυσμα         | Διατεταγμένη λίστα κινήσεων αλλαγής       |
| Αδράνεια           | Πολλαπλασιασμός με $\omega$ | Τυχαία διατήρηση μερικών παλιών κινήσεων  |
| pBest/gBest        | Διανυσματική διαφορά        | Κινήσεις που φέρνουν πιο κοντά δύο λύσεις |
| Νέα θέση           | $x+v$                       | Σειριακή εφαρμογή κινήσεων                |
| Τήρηση των κανόνων | Συχνά όρια μεταβλητών       | Διόρθωση λύσης και έλεγχος κανόνων        |

### 3.4 Βελτίωση διαδρομής με 2-opt

Η 2-opt είναι απλή μέθοδος βελτίωσης διαδρομής (Croes, 1958). Επιλέγει δύο σημεία της σειράς και αντιστρέφει το τμήμα ανάμεσά τους. Αν δύο ακμές διασταυρώνονται, η αλλαγή συχνά αφαιρεί τη διασταύρωση και μικραίνει την απόσταση.

Η 2-opt δεν αλλάζει την ημέρα, το σύνολο πελατών ή τις ποσότητες. Αλλάζει μόνο τη σειρά επίσκεψης. Επομένως, ο PSO αποφασίζει κυρίως *ποιος, πότε και πόσο*, ενώ η 2-opt εξετάζει *με ποια σειρά*.

Η υλοποίηση δοκιμάζει ζεύγη θέσεων και δέχεται την πρώτη αντιστροφή που μειώνει αυστηρά την απόσταση. Μετά ξεκινά νέο έλεγχο. Σταματά όταν καμία δοκιμή

δεν βελτιώνει τη διαδρομή ή όταν φτάσει το όριο ασφαλείας. Επειδή δεν αλλάζουν ημέρες ή ποσότητες, οι κανόνες αποθέματος και φορτίου παραμένουν ίδιοι.

Η 2-opt χρησιμοποιείται με δύο τρόπους. Μπορεί να επιλεγεί ως μία τυχαία κίνηση ανάμεσα στις επτά κινήσεις αλλαγής. Επίσης, όταν `local.search.twoopt=true`, εκτελείται πλήρως μετά τη διαδικασία διόρθωσης κάθε δοκιμαστικής λύσης. Άρα η ρύθμιση `false` αφαιρεί μόνο τη **συστηματική πλήρη 2-opt**. Δεν αφαιρεί τη μεμονωμένη τυχαία κίνηση.

#### Ερμηνεία της δοκιμής αφαίρεσης τμημάτων

Η διάκριση μεταξύ τυχαίας κίνησης 2-opt και συστηματικής πλήρους 2-opt είναι απαραίτητη. Η τρίτη βαθμίδα της δοκιμής αφαίρεσης τμημάτων εξακολουθεί να μπορεί να επιλέξει μεμονωμένη κίνηση 2-opt, αλλά δεν βελτιστοποιεί εξαντλητικά κάθε ημερήσια διαδρομή μετά από κάθε νέα δοκιμή.

### 3.5 Παράδειγμα μίας επανάληψης

Έστω ότι μία υποψήφια λύση έχει την πρώτη ημέρα τη διαδρομή  $0 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 0$  και τη δεύτερη ημέρα τη διαδρομή  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ . Το `pBest` της ίδιας υποψήφιας λύσης εξυπηρετεί τον πελάτη 5 τη δεύτερη ημέρα. Το `gBest` της ομάδας λύσεων έχει επίσης τον πελάτη 5 τη δεύτερη ημέρα, αλλά πριν από τον πελάτη 1.

Η διαφορά προς το `pBest` μπορεί να δώσει την κίνηση `ChangeVisitDay(5, ημέρα 1, ημέρα 2)`. Η διαφορά προς το `gBest` μπορεί να προσθέσει κίνηση αλλαγής σειράς. Αν διατηρηθεί και μια παλιά κίνηση λόγω αδράνειας, η νέα λίστα αλλαγών είναι μια μικρή λίστα με συγκεκριμένη σειρά αυτών των ενεργειών.

Οι κινήσεις αλλαγής εφαρμόζονται με τη σειρά. Ο πελάτης 5 μεταφέρεται πρώτα στη δεύτερη ημέρα και μετά αλλάζει θέση ως προς τον πελάτη 1. Η διαδικασία διόρθωσης ελέγχει ότι δεν υπάρχει διπλή επίσκεψη, έλλειψη ή υπερφόρτωση. Η 2-opt ελέγχει αν μπορεί να μειωθεί ακόμη περισσότερο η διαδρομή χωρίς να αλλάξουν οι ημέρες και οι ποσότητες.

Τέλος, ο υπολογιστής κόστους υπολογίζει το νέο συνολικό κόστος. Αν είναι μικρότερο από το παλιό `pBest`, ενημερώνεται η προσωπική καλύτερη λύση. Αν είναι μικρότερο και από το `gBest`, η νέα λύση γίνεται η καλύτερη ολόκληρης της ομάδας λύσεων. Αυτή είναι μία πλήρης επανάληψη σε απλή μορφή.

## 4 Μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε

### 4.1 Πώς αποθηκεύεται μια λύση

Κάθε υποψήφια λύση αποθηκεύεται στη Java ως αντικείμενο ``Solution``. Το βασικό της μέρος είναι το ``routesByDay``: μία λίστα πελατών για κάθε ημέρα. Αν ένας πελάτης βρίσκεται στη λίστα, τότε θα δεχθεί επίσκεψη. Η θέση του μέσα στη λίστα δείχνει τη σειρά επίσκεψης.

Η λίστα μιας ημέρας μπορεί να είναι κενή ή να έχει έναν ή περισσότερους πελάτες. Η ``addVisit`` εμποδίζει τον ίδιο πελάτη να μπει δύο φορές στην ίδια ημέρα. Η διαδικασία διόρθωσης αφαιρεί άκυρες εγγραφές που ίσως δημιουργηθούν από διαδοχικές κινήσεις. Κάθε λύση αντιγράφεται πλήρως πριν αλλάξει, ώστε να μην τροποποιηθούν κατά λάθος το `pBest` ή το `gBest`.

Στην κύρια πολιτική ΟΥ δεν χρειάζεται ξεχωριστή μεταβλητή ποσότητας: η παράδοση υπολογίζεται αυτόματα από το διαθέσιμο απόθεμα. Η προαιρετική ML χρησιμοποιεί επιπλέον τον πίνακα ``extraFraction[day][customer]``, με τιμές από 0 έως 1. Η τιμή 0 δίνει την ελάχιστη αναγκαία ποσότητα και η τιμή 1 τη μέγιστη επιτρεπτή.

Πίνακας 6. Παράδειγμα μιας υποψήφιας λύσης για  $H=3$

| Ημέρα | Διατεταγμένη διαδρομή                         | Σημασία                                   |
|-------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1     | $0 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 0$ | Επίσκεψη πελατών 2 και 5 με αυτή τη σειρά |
| 2     | $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$               | Μία επίσκεψη στον πελάτη 1                |
| 3     | $0 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 0$ | Επίσκεψη πελατών 4 και 3                  |

Στο παράδειγμα ο αριθμός 0 είναι ο προμηθευτής. Την πρώτη ημέρα το όχημα πηγαίνει πρώτα στον πελάτη 2 και μετά στον 5. Δεν χρειάζεται κατώφλι ή μηχανισμός μετατροπής. Αν μία κίνηση αλλαγής μετακινήσει τον πελάτη 5 στη δεύτερη ημέρα, αλλάζει απευθείας η αντίστοιχη λίστα.

### 4.2 Ο τρόπος κωδικοποίησης

Η πρώτη έκδοση χρησιμοποιούσε έναν πίνακα με δεκαδικούς αριθμούς. Κάθε γραμμή ήταν ένας πελάτης και κάθε στήλη μία ημέρα. Ένας μηχανισμός μετατροπής θεωρούσε ότι τιμή από 0,5 και πάνω σημαίνει επίσκεψη. Όμως οι διαφορετικές τιμές 0,25 και 0,45 σήμαιναν και οι δύο «καμία επίσκεψη». Άρα ο αλγόριθμος μπορούσε να

αλλάζει αριθμούς χωρίς να αλλάζει πραγματικά το πρόγραμμα. Μετά τις παρατηρήσεις του επιβλέποντα, επιλέχθηκαν άμεσες κινήσεις, όπως ανταλλαγή πελατών και ανταλλαγή τμημάτων.

Το ίδιο πρόβλημα συνέχιζε και μετά τη μετατροπή και τη διόρθωση. Δύο διαφορετικοί πίνακες μπορούσαν να καταλήξουν στο ίδιο πρόγραμμα. Ο PSO έβλεπε διαφορετικούς αριθμούς, αλλά το τελικό κόστος δεν άλλαζε. Επομένως, κάποιες κινήσεις του δεν είχαν πραγματικό αποτέλεσμα.

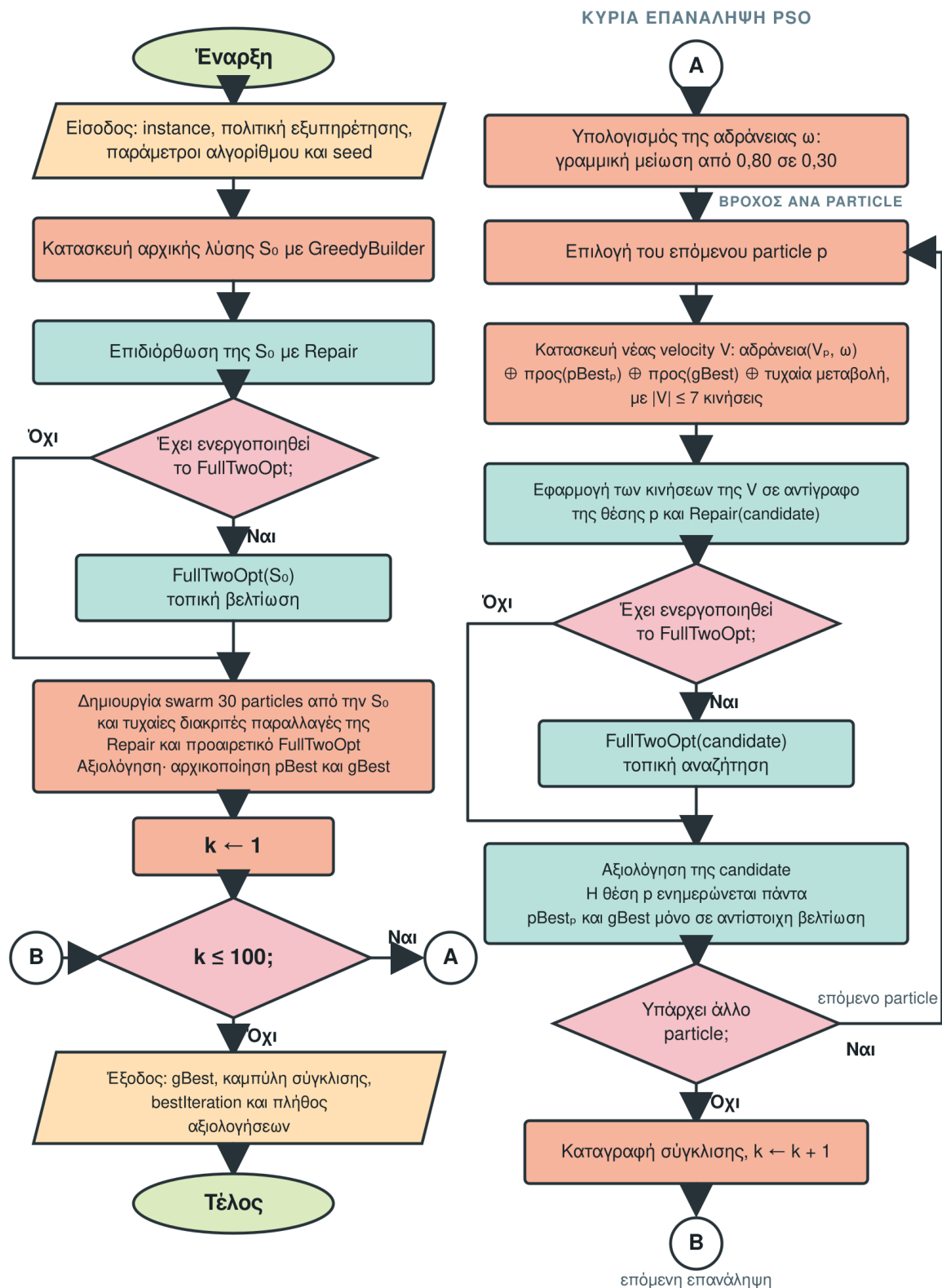
Για έλεγχο εξετάστηκαν **120 κοινές στατικές μεταθέσεις** σε μικρά προβλήματα με  $n=5$ . Με ενεργή 2-opt, σε 8 από τα 10 προβλήματα δοκιμής όλες οι εξεταζόμενες μεταθέσεις έδωσαν την ίδια τιμή κόστους. Το πείραμα δεν κάλυψε ολόκληρο τον παλιό χώρο λύσεων. Έδειξε όμως καθαρά ότι πολλές διαφορετικές εισοδοί μπορούσαν να καταλήξουν στο ίδιο αποτέλεσμα.

Για αυτό εγκαταλείφθηκε ο πίνακας αριθμών. Στη νέα μορφή, η διαφορά ανάμεσα σε δύο λύσεις γράφεται ως λίστα απλών ενεργειών: προσθήκη ή αφαίρεση επίσκεψης, αλλαγή ημέρας, ανταλλαγή πελατών ή ανταλλαγή τμημάτων. Μόνο η προαιρετική ML προσθέτει και αλλαγή ποσότητας. Κάθε ενέργεια αλλάζει κάτι που φαίνεται στο τελικό πρόγραμμα.

Πίνακας 7. Γιατί επιλέχθηκε η κωδικοποίηση με άμεσες κινήσεις

| Κριτήριο                   | Πίνακας προτεραιοτήτων με μηχανισμό μετατροπής | Άμεσες κινήσεις αλλαγής                         |
|----------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Αντιστοίχιση θέσης–λύσης   | Πολλές θέσεις μπορεί να συμπίπτουν             | Η θέση είναι η λύση                             |
| Σημασία της λίστας αλλαγών | Αριθμητική αλλά έμμεση                         | Άμεσες αλλαγές IRP                              |
| Διατήρηση διαφοροποίησης   | Εξαρτάται από κατώφλια και διόρθωση            | Μεταβολή δομής πριν από τη διαδικασία διόρθωσης |
| Έλεγχος περιορισμών        | Μετά τον μηχανισμό μετατροπής                  | Μετά τις κινήσεις αλλαγής                       |
| Επεξηγησιμότητα            | Χαμηλότερη                                     | Κάθε move έχει σημασιολογία                     |

## 4.3 Ο διακριτός PSO της εργασίας



Σχήμα 1. Διάγραμμα ροής του προτεινόμενου διακριτού PSO για την επίλυση του IRP.

### 4.3.1 Δημιουργία αρχικών λύσεων

Η `GreedyBuilder` φτιάχνει την πρώτη λύση με έναν απλό κανόνα. Ελέγχει το απόθεμα ημέρα προς ημέρα. Αν ένας πελάτης πρόκειται να πέσει κάτω από το ελάχιστο όριο, προσθέτει επίσκεψη πριν συμβεί η έλλειψη. Έπειτα βάζει τους πελάτες σε σειρά με τον κανόνα του πλησιέστερου γείτονα, δηλαδή κάθε φορά επιλέγει τον πιο κοντινό επόμενο πελάτη.

Η πρώτη λύση περνά από τη διαδικασία διόρθωσης και, στην πλήρη ρύθμιση, από 2-opt. Γίνεται η πρώτη υποψήφια λύση. Οι άλλες 29 λύσεις προκύπτουν από 1 έως 8 τυχαίες αλλαγές πάνω σε αυτή. Στο συμπληρωματικό πείραμα ML αλλάζουν επιπλέον ορισμένες τιμές `extraFraction`, ώστε οι λύσεις να διαφέρουν και στις ποσότητες.

Κάθε νέα αρχική λύση διορθώνεται, βελτιώνεται και αξιολογείται. Έτσι η ομάδα λύσεων ξεκινά με λύσεις που βρίσκονται κοντά στην περιοχή έγκυρων λύσεων, αλλά δεν είναι όλες ίδιες. Αν ξεκινούσε από εντελώς τυχαία προγράμματα, μεγάλο μέρος του χρόνου θα χανόταν μόνο για τη διόρθωσή τους.

### 4.3.2 Δημιουργία της λίστας αλλαγών

Σε κάθε επανάληψη η αδράνεια μειώνεται από 0,80 σε 0,30. Στην αρχή κρατούνται περισσότερες παλιές κινήσεις και προς το τέλος λιγότερες. Η λίστα έχει το πολύ 7 κινήσεις. Η `SolutionDifference` συγκρίνει τη σημερινή λύση με το pBest και το gBest και προτείνει αλλαγές σε ημέρες, επισκέψεις ή σειρά. Στο προαιρετικό πείραμα ML μπορεί να προτείνει και αλλαγή ποσότητας. Αν δεν προκύψει κίνηση, ή με πιθανότητα 0,30, προστίθεται μία τυχαία κίνηση.

Πίνακας 8. Διακριτές κινήσεις αλλαγής της εφαρμογής

| Κίνηση αλλαγής           | Μετασχηματισμός                    | Κύρια επίδραση                           |
|--------------------------|------------------------------------|------------------------------------------|
| AddVisit                 | Προσθήκη πελάτη σε ημέρα/θέση      | Τήρηση των κανόνων αποθέματος, συχνότητα |
| RemoveVisit              | Αφαίρεση επίσκεψης                 | Μείωση διαδρομής/αποθέματος              |
| ChangeVisitDay           | Μετακίνηση επίσκεψης σε άλλη ημέρα | Χρονική ανακατανομή                      |
| SwapPositions            | Ανταλλαγή δύο θέσεων ίδιας ημέρας  | Σειρά δρομολόγησης                       |
| SwapCustomersBetweenDays | Ανταλλαγή πελατών δύο ημερών       | Φορτίο και γεωγραφία                     |
| TwoOpt                   | Αντιστροφή τμήματος διαδρομής      | Τοπικό μήκος διαδρομής                   |
| RouteTailExchange        | Ανταλλαγή ουρών δύο διαδρομών      | Μεγάλη δομική ανασύνδεση                 |
| SetExtraFraction         | Προαιρετική αλλαγή ποσότητας ML    | Απόθεμα και ημερήσιο φορτίο              |

Η `SolutionDifference` δεν ψάχνει τη μικρότερη δυνατή ακολουθία αλλαγών. Χρειάζεται μόνο μια σύντομη χρήσιμη κατεύθυνση. Ελέγχει κάθε πελάτη, προσθέτει, αφαιρεί ή μετακινεί επίσκεψη, αντιγράφει σημαντικές διαφορές ποσότητας και μπορεί να προτείνει μια ανταλλαγή σειράς. Αν δεν βρίσκει διαφορά, επιστρέφει τυχαία κίνηση ώστε η υποψήφια λύση να συνεχίσει να εξερευνά.

#### 4.3.3 Διόρθωση λύσης και έλεγχος κανόνων

Η διαδικασία διόρθωσης εκτελείται μετά τη λίστα αλλαγών. Πρώτα αφαιρεί άκυρους ή διπλούς πελάτες. Μετά υπολογίζει τα αποθέματα από την αρχή έως το τέλος. Αν προβλέπεται έλλειψη, προσθέτει υποχρεωτική επίσκεψη. Οι πιο επείγοντες πελάτες εξετάζονται πρώτοι.

Αν το όχημα είναι υπερφορτωμένο, η διαδικασία διόρθωσης βρίσκει την ημέρα με τη μεγαλύτερη υπέρβαση. Στην κύρια ΟΥ δοκιμάζει νωρίτερη επίσκεψη ή μεταφορά μιας επίσκεψης σε άλλη ημέρα. Στην προαιρετική ML μπορεί πρώτα να μειώσει την επιπλέον ποσότητα. Μια αλλαγή γίνεται δεκτή όταν μειώνει τις παραβιάσεις ή, αν αυτές μένουν ίδιες, όταν μειώνει το κόστος.

Στο τέλος καθαρίζει ξανά τις λίστες και εφαρμόζει τον κανόνα του πλησιέστερου γείτονα. Η διαδικασία διόρθωσης δεν εγγυάται τη φθηνότερη δυνατή διόρθωση. Στόχος της είναι να επιστρέψει γρήγορα σε έγκυρη λύση. Στο κύριο σύνολο δοκιμών, κάθε μία από τις 9.600 τελικές λύσεις ήταν έγκυρη.

Πίνακας 9. Ποινές για παραβίαση των κανόνων

| Παραβίαση                       | Συντελεστής ανά μονάδα |
|---------------------------------|------------------------|
| Έλλειψη πελάτη                  | 100.000                |
| Υπέρβαση χωρητικότητας οχήματος | 10.000                 |
| Έλλειμμα αποθέματος προμηθευτή  | 100.000                |
| Υπέρβαση μέγιστου αποθέματος    | 100.000                |

#### 4.3.4 Υπολογισμός κόστους και ενημέρωση καλύτερων λύσεων

Ο `Evaluator` υπολογίζει τι συμβαίνει ημέρα προς ημέρα. Πρώτα χρεώνει το αρχικό απόθεμα. Στην αρχή κάθε ημέρας προσθέτει την παραγωγή του προμηθευτή. Μετά

υπολογίζει τις παραδόσεις, αφαιρεί τη ζήτηση και χρεώνει το απόθεμα που μένει. Αν παραβιάζεται κανόνας, καταγράφει την αντίστοιχη ποινή.

Το κόστος διαδρομής περιλαμβάνει αναχώρηση από τον προμηθευτή και επιστροφή σε αυτόν. Οι αποστάσεις είναι Ευκλείδειες και στρογγυλοποιούνται με NINT, όπως στα αρχεία αναφοράς. Το κόστος αποθέματος περιλαμβάνει την αρχική κατάσταση και το τέλος κάθε ημέρας. Ο υπολογισμός αυτός ελέγχθηκε απέναντι στα δημοσιευμένα  $z^*$ .

Μετά την αξιολόγηση, η δοκιμαστική λύση γίνεται η νέα θέση ακόμη και αν είναι χειρότερη. Αυτό επιτρέπει στην υποψήφια λύση να φύγει από μια περιοχή και να δοκιμάσει άλλη. Το pBest αλλάζει μόνο όταν η συγκεκριμένη υποψήφια λύση βρει καλύτερη λύση. Το gBest αλλάζει μόνο όταν βρεθεί καλύτερη λύση για ολόκληρη την ομάδα λύσεων.

#### 4.3.5 Ψευδοκώδικας

Είσοδος:

Πρόβλημα IRP:

αριθμός πελατών  $n$ ,  
χρονικός ορίζοντας  $H$ ,  
χωρητικότητα οχήματος  $C$ ,  
αρχικά αποθέματα, μέγιστα αποθέματα,  
ημερήσιες καταναλώσεις και αποστάσεις

Πολιτική αναπλήρωσης:

OU ή, προαιρετικά, ML

Παράμετροι PSO:

|                         |                                    |
|-------------------------|------------------------------------|
| $N = 30$                | μέγεθος σμήνους                    |
| $MAX\_ITER = 100$       | μέγιστος αριθμός επαναλήψεων       |
| $\omega_{start} = 0,80$ | αρχική αδράνεια                    |
| $\omega_{end} = 0,30$   | τελική αδράνεια                    |
| $p_c = 0,75$            | πιθανότητα επιρροής του pBest      |
| $p_g = 0,90$            | πιθανότητα επιρροής του gBest      |
| $l_{max} = 7$           | μέγιστο μήκος velocity             |
| $R_{init} = 8$          | μέγιστες κινήσεις αρχικοποίησης    |
| $prandom = 0,30$        | πιθανότητα τυχαίας ανατάραξης      |
| useTwoOpt               | ενεργοποίηση πλήρους 2-opt         |
| seed                    | αρχική τιμή γεννήτριας τυχαιότητας |

Έξοδος:

καλύτερη λύση gBest,  
συνολικό κόστος της gBest,  
ιστορικό σύγκλισης,  
επανάληψη εύρεσης της καλύτερης λύσης,  
συνολικό πλήθος αξιολογήσεων

#### 1. Κατασκευή αρχικής λύσης

$S0 \leftarrow \text{GreedyBuilder}(\text{instance})$

Η  $S0$  περιλαμβάνει:

ημέρες επίσκεψης κάθε πελάτη,  
σειρά πελατών ανά ημερήσια διαδρομή,  
ποσότητες παράδοσης σύμφωνα με την επιλεγμένη πολιτική.

$S0 \leftarrow \text{Repair}(S0)$

Το Repair:

αφαιρεί μη έγκυρες ή διπλές επισκέψεις,  
ελέγχει την εξέλιξη των αποθεμάτων,  
προσθέτει επισκέψεις όταν προβλέπεται έλλειψη,  
προσαρμόζει τις ποσότητες παράδοσης,  
ελέγχει τη χωρητικότητα του οχήματος.

Αν  $\text{useTwoOpt} = \text{true}$  τότε:

$S0 \leftarrow \text{FullTwoOpt}(S0)$

Αξιολόγησε την  $S0$  και υπολόγισε:

κόστος μεταφοράς,  
κόστος αποθέματος,  
κόστος παραβιάσεων,  
συνολικό κόστος  $f(S0)$ .

#### 2. Αρχικοποίηση του σμήνους

Δημιούργησε το πρώτο particle:

$\text{position1} \leftarrow$  αντίγραφο της  $S0$   
 $\text{velocity1} \leftarrow$  κενή λίστα  
 $\text{pBest1} \leftarrow \text{position1}$   
 $\text{pBestCost1} \leftarrow f(\text{position1})$

Πρόσθεσε το πρώτο particle στο swarm.

Για  $j = 2$  έως  $N$ :

```
Sj ← αντίγραφο της S0

Επίλεξε τυχαία  $r \in [1, Rinit]$ .

Για  $m = 1$  έως  $r$ :

    Επίλεξε και εφάρμοσε μία τυχαία διακριτή κίνηση:

        προσθήκη επίσκεψης,
        αφαίρεση επίσκεψης,
        μετακίνηση επίσκεψης σε άλλη ημέρα,
        ανταλλαγή δύο πελατών στην ίδια διαδρομή,
        ανταλλαγή πελατών μεταξύ δύο ημερών,
        αντιστροφή τμήματος με 2-opt,
        ανταλλαγή τελικών τμημάτων δύο διαδρομών,
        ρύθμιση ποσότητας παράδοσης για την πολιτική ML.

Αν  $policy = ML$  τότε:
    διαφοροποίησε προαιρετικά τις ποσότητες παράδοσης.

Sj ← Repair(Sj)

Αν  $useTwoOpt = true$  τότε:
    Sj ← FullTwoOpt(Sj)

Αξιολόγησε την Sj.

Δημιούργησε particle pj:

    positionj ← Sj
    velocityj ← κενή λίστα
    pBestj ← Sj
    pBestCostj ← f(Sj)

Πρόσθεσε το particle pj στο swarm.

gBest ← particle με το μικρότερο συνολικό κόστος
gBestCost ← f(gBest)
bestIteration ← 0
convergence ← [gBestCost]
```

### 3. Κύρια διαδικασία του PSO

```
Για  $k = 1$  έως  $MAX\_ITER$ :

    progress ←  $(k - 1) / (MAX\_ITER - 1)$ 

     $\omega \leftarrow \omega_{start} + progress \cdot (\omega_{end} - \omega_{start})$ 
```

Για κάθε particle  $p$  του swarm:

### 3.1 Δημιουργία νέας velocity

$V_{new} \leftarrow$  κενή λίστα κινήσεων

Για κάθε παλιά κίνηση move της velocity του  $p$ :

Αν  $|V_{new}| = L_{max}$  τότε:

σταμάτησε την προσθήκη κινήσεων.

Παρήγαγε τυχαίο αριθμό  $u \in [0,1]$ .

Αν  $u < \omega$  τότε:

πρόσθεσε τη move στη  $V_{new}$ .

Με αυτόν τον τρόπο η αδράνεια διατηρεί μέρος των κινήσεων της προηγούμενης velocity.

### 3.2 Επιρροή του προσωπικού καλύτερου pBest

Αν  $|V_{new}| < L_{max}$  και  $\text{random}() < p_c$  τότε:

$D_{personal} \leftarrow \text{Difference}(\text{position}_p, pBest_p)$

Η  $D_{personal}$  περιέχει κινήσεις που μπορούν να φέρουν την τρέχουσα λύση πιο κοντά στο  $pBest_p$ .

Ανακάτεψε τυχαία τις κινήσεις της  $D_{personal}$ .

Πρόσθεσε επιλεγμένες κινήσεις στη  $V_{new}$ , χωρίς το μήκος της να ξεπεράσει το  $L_{max}$ .

### 3.3 Επιρροή του συνολικού καλύτερου gBest

Αν  $|V_{new}| < L_{max}$  και  $\text{random}() < p_g$  τότε:

$D_{global} \leftarrow \text{Difference}(\text{position}_p, gBest)$

Η  $D_{global}$  περιέχει κινήσεις που μπορούν να φέρουν την τρέχουσα λύση πιο κοντά στο  $gBest$ .

Ανακάτεψε τυχαία τις κινήσεις της  $D_{global}$ .

Πρόσθεσε επιλεγμένες κινήσεις στη  $V_{new}$ , χωρίς το μήκος της να ξεπεράσει το  $L_{max}$ .

### 3.4 Τυχαία ανατάραξη

Αν  $V_{new}$  είναι κενή ή  $random() < prandom$  τότε:

Αν  $|V_{new}| < L_{max}$  τότε:

πρόσθεσε μία τυχαία διακριτή κίνηση.

$velocity_p \leftarrow V_{new}$

### 3.5 Ενημέρωση της θέσης του particle

$candidate \leftarrow$  αντίγραφο της  $position_p$

Για κάθε κίνηση  $move$  της  $velocity_p$ :

$candidate \leftarrow Apply(move, candidate)$

Οι κινήσεις εφαρμόζονται με τη σειρά που εμφανίζονται στη  $velocity$ .

### 3.6 Διόρθωση της υποψήφιας λύσης

$candidate \leftarrow Repair(candidate)$

Το  $Repair$  επαναφέρει την εφικτότητα της λύσης ως προς τα αποθέματα, τις επισκέψεις, τις ποσότητες παράδοσης και τη χωρητικότητα του οχήματος.

### 3.7 Τοπική βελτίωση των διαδρομών

Αν  $useTwoOpt = true$  τότε:

Για κάθε ημερήσια διαδρομή  $route$ :

Εξέτασε τα δυνατά τμήματα  $[i, j]$ .

Αν η αντιστροφή του τμήματος  $[i, j]$  μειώνει την απόσταση της διαδρομής τότε:

διατήρησε την αντιστροφή.

Διαφορετικά:

επανάφερε την προηγούμενη σειρά.

Επανάλαβε μέχρι να μη βρεθεί άλλη βελτιωτική κίνηση 2-opt.

Το πλήρες 2-opt λειτουργεί ως hill climbing επάνω στις ημερήσιες διαδρομές.

### 3.8 Αξιολόγηση και ενημέρωση μνήμης

```
Υπολόγισε:
    candidateCost ← f(candidate)

    positionp ← candidate
    costp ← candidateCost

    Αν candidateCost < pBestCostp τότε:

        pBestp ← αντίγραφο του candidate
        pBestCostp ← candidateCost
    Αν candidateCost < gBestCost τότε:
        gBest ← αντίγραφο του candidate
        gBestCost ← candidateCost
        bestIteration ← k

    Πρόσθεσε το gBestCost στο convergence.
```

#### 4. Τερματισμός

```
Επέστρεψε:
    gBest,
    gBestCost,
    convergence,
    bestIteration,
    συνολικό πλήθος αξιολογήσεων.
```

## 4.4 Ρυθμίσεις και δεδομένα

### 4.4.1 Δεδομένα εισόδου

Η εφαρμογή διαβάζει αρχεία `.dat` της οικογένειας Archetti. Η πρώτη γραμμή δίνει το πλήθος σημείων, τον ορίζοντα  $H$  και τη χωρητικότητα  $Q$ . Η δεύτερη γραμμή δίνει τα στοιχεία του προμηθευτή. Κάθε επόμενη γραμμή δίνει τα στοιχεία ενός πελάτη: θέση, αρχικό απόθεμα, όρια, ζήτηση και κόστος αποθήκευσης.

Η Java εφαρμογή εκτελείται από τη γραμμή εντολών. Η `Main` διαβάζει το αρχείο `config.properties`. Η προεπιλεγμένη πολιτική είναι ΟΥ. Αν δοθεί παράμετρος εισόδου, αλλάζει μόνο το `instance.file`. Οι υπόλοιπες ρυθμίσεις, όπως το πλήθος λύσεων, οι επαναλήψεις, οι ποινές και η αρχική τιμή τυχαιότητας, προέρχονται από το ίδιο αρχείο. Η `BatchRunner` χρησιμοποιείται για πολλές εκτελέσεις και δημιουργία CSV.

Πίνακας 10. Ρυθμίσεις εισόδου της Java εφαρμογής

| Ομάδα            | Κλειδί/argument                      | Τρέχουσα τιμή ή μορφή          | Ρόλος                                      |
|------------------|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------|
| Πρόβλημα εισόδου | instance.file ή args[0]              | διαδρομή σε .dat               | Επιλογή προβλήματος                        |
| Πολιτική         | replenishment.policy                 | OU (βασική) ή ML (προαιρετική) | Επιλογή κύριας ή συμπληρωματικής πολιτικής |
| PSO              | pso.swarm                            | 30                             | Πλήθος υποψήφιων λύσεων                    |
| PSO              | pso.iterations                       | 100                            | Επαναλήψεις                                |
| PSO              | pso.inertia.start/end                | 0,80 / 0,30                    | Γραμμική αδράνεια                          |
| PSO              | pso.cognitive.probability            | 0,75                           | Ενεργοποίηση pBest                         |
| PSO              | pso.social.probability               | 0,90                           | Ενεργοποίηση gBest                         |
| PSO              | pso.max.velocity.length              | 7                              | Μέγιστες κινήσεις αλλαγής                  |
| PSO              | pso.initial.random.moves             | 8                              | Διαφοροποίηση αρχικού σμήνους              |
| PSO              | pso.random.perturbation.probability  | 0,30                           | Τυχαία ανατάραξη                           |
| Τοπική           | local.search.twoopt                  | true                           | Συστηματική πλήρης 2-opt                   |
| Πείραμα          | pso.seed / experiment.firstSeed      | 42 / 1                         | Αναπαραγωγή τυχαιότητας                    |
| Πείραμα          | experiment.runs                      | 1 στη Main                     | Ανεξάρτητες εκτελέσεις                     |
| Ποινή            | penalty.stockout                     | 100000                         | Έλλειψη αποθέματος πελάτη                  |
| Ποινή            | penalty.capacity                     | 10000                          | Υπέρβαση χωρητικότητας οχήματος            |
| Ποινή            | penalty.supplier                     | 100000                         | Ανεπάρκεια αποθέματος προμηθευτή           |
| Ποινή            | penalty.maxInventory                 | 100000                         | Υπέρβαση μέγιστου αποθέματος               |
| BatchRunner      | runs firstSeed output threads twoOpt | arguments γραμμής εντολών      | Πλήρης καμπάνια/δοκιμή αφαίρεσης τμημάτων  |

**Διευκρίνιση έκδοσης**

Τα αποτελέσματα αυτής της εργασίας αντιστοιχούν σε 100 επαναλήψεις του PSO. Αναφορά σε 200 επαναλήψεις θα ήταν ασυνεπής με τον πραγματικό κώδικα και τα CSV της καμπάνιας.

**4.4.2 Ρυθμίσεις του αλγορίθμου**

Οι ίδιες βασικές ρυθμίσεις χρησιμοποιήθηκαν σε όλη την κύρια καμπάνια, ώστε οι συγκρίσεις να είναι δίκαιες. Με 30 υποψήφιες λύσεις και 100 επαναλήψεις γίνονται περίπου 3.000 αξιολογήσεις δοκιμαστικών λύσεων ανά εκτέλεση, εκτός από τις αρχικές και τελικές αξιολογήσεις. Δεν υποστηρίζεται ότι αυτή είναι η μοναδική ή μαθηματικά καλύτερη ρύθμιση. Είναι ένας σταθερός προϋπολογισμός που έδωσε καλή ισορροπία ποιότητας και χρόνου στις δοκιμές.

Πίνακας 11. Βασική ρύθμιση PSO με άμεσες κινήσεις αλλαγής

| Παράμετρος                   | Τιμή        | Ερμηνεία                              |
|------------------------------|-------------|---------------------------------------|
| Μέγεθος σμήνους              | 30          | Ταυτόχρονες υποψήφιες λύσεις          |
| Επαναλήψεις                  | 100         | Ενημερώσεις κάθε υποψήφια λύση        |
| Αδράνεια                     | 0,80 → 0,30 | Μείωση διατήρησης παλιών moves        |
| Γνωστική πιθανότητα          | 0,75        | Πιθανότητα κατεύθυνσης προς pBest     |
| Κοινωνική πιθανότητα         | 0,90        | Πιθανότητα κατεύθυνσης προς gBest     |
| Μέγιστο μήκος λίστας αλλαγών | 7           | Άνω όριο moves ανά update             |
| Αρχικές τυχαίες κινήσεις     | έως 8       | Διασπορά αρχικού σμήνους              |
| Πιθανότητα τυχαίας αλλαγής   | 0,30        | Διατήρηση εξερεύνησης                 |
| Συστηματική 2-opt            | ενεργή      | Τοπική βελτίωση κάθε δοκιμαστική λύση |

#### 4.4.3 Πώς οργανώθηκαν οι δοκιμές

Η εφαρμογή αναπτύχθηκε και εκτελέστηκε σε MacBook Air με Apple M4, 24 GB ενιαίας μνήμης και macOS Tahoe. Το Maven project έχει στόχο Java 17, άρα χρειάζεται JDK 17 ή νεότερο. Οι χρόνοι αφορούν αυτόν τον υπολογιστή και είναι κυρίως χρήσιμοι για σύγκριση των ρυθμίσεων μεταξύ τους.

Τα 160 προβλήματα δοκιμής χωρίζονται σε τέσσερις κατηγορίες: υψηλό ή χαμηλό κόστος και ορίζοντας  $H=3$  ή  $H=6$ . Για  $H=3$  το  $n$  φτάνει τους 50 πελάτες και για  $H=6$  τους 30. Η κύρια καμπάνια εκτελεί κάθε πρόβλημα με ΟΥ (Order-Up-to) και 30 αρχικές τιμές τυχαιότητας:  $160 \times 30 = 4.800$  εκτελέσεις. Η συμπληρωματική καμπάνια επαναλαμβάνει ακριβώς τον ίδιο προϋπολογισμό με ML. Συνολικά έγιναν 9.600 εκτελέσεις.

Η σύγκριση με δημοσιευμένη βέλτιστη τιμή γίνεται μόνο στην ΟΥ, επειδή μόνο για αυτή υπάρχουν  $z^*$ . Για κάθε πρόβλημα δοκιμής υπολογίζονται η καλύτερη, η μέση και η χειρότερη τιμή των 30 εκτελέσεων, η τυπική απόκλιση, το CV και ο χρόνος. Το καλύτερο αποτέλεσμα των 30 εκτελέσεων δείχνει την καλύτερη λύση που μπορεί να βρεθεί με 30 προσπάθειες. Η μέση τιμή και το CV δείχνουν τι αποτέλεσμα αναμένεται συνήθως και πόσο σταθερό είναι.

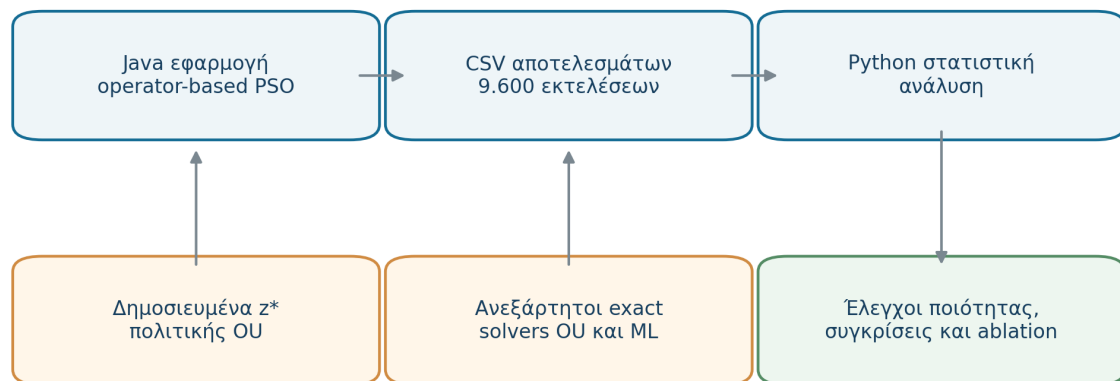
Η σύγκριση ΟΥ–ML είναι συμπληρωματική και βασίζεται κυρίως στη μέση τιμή των 30 εκτελέσεων. Έτσι μία μόνο πολύ καλή εκτέλεση δεν αλλάζει το συμπέρασμα. Η

βασική αξιολόγηση, η δοκιμή αφαίρεσης τμημάτων και η μέτρηση απόκλισης γίνονται στην ΟΥ, επειδή μόνο εκεί υπάρχει κοινό  $z^*$  για όλα τα προβλήματα.

Οι ακριβείς έλεγχοι περιορίζονται στα 10 μικρά προβλήματα με  $n=5$  και  $H=3$ . Ο κύριος ακριβής επιλυτής ΟΥ εξετάζει όλα τα προγράμματα επισκέψεων και βρίσκει την καλύτερη σειρά κάθε ημέρας. Ένας δεύτερος, συμπληρωματικός επιλυτής ελέγχει και την ML με γραμμικό προγραμματισμό ποσοτήτων. Και οι δύο γράφτηκαν ανεξάρτητα από τη Java, ώστε ένα πιθανό λάθος στον κύριο υπολογιστή κόστους να μην αντιγράφεται αυτόματα.

Πίνακας 12. Οργάνωση των προβλημάτων αναφοράς

| Κατηγορία    | H | Τιμές n        | Παραλλαγές ανά n | Προβλήματα δοκιμής |
|--------------|---|----------------|------------------|--------------------|
| High-cost H3 | 3 | 5, 10, ..., 50 | 5                | 50                 |
| Low-cost H3  | 3 | 5, 10, ..., 50 | 5                | 50                 |
| High-cost H6 | 6 | 5, 10, ..., 30 | 5                | 30                 |
| Low-cost H6  | 6 | 5, 10, ..., 30 | 5                | 30                 |
| Σύνολο       | — | —              | —                | 160                |



Σχήμα 2. Διαχωρισμός της Java βελτιστοποίησης από τους ανεξάρτητους ελέγχους και τη στατιστική ανάλυση.

Ο PSO εκτελείται μόνο στη Java. Τα προγράμματα Python δεν περιέχουν δεύτερο PSO. Διαβάζουν τα CSV, υπολογίζουν στατιστικά, συγκρίνουν με  $z^*$  και λύνουν

ακριβώς μόνο τα μικρά προβλήματα. Έτσι η παραγωγή και ο έλεγχος των αποτελεσμάτων δεν βασίζονται στον ίδιο κώδικα.

## 5 Αποτελέσματα και έλεγχοι

### 5.1 Πώς έγιναν τα πειράματα

Η αξιολόγηση εξετάζει πέντε πράγματα: ορθότητα, ποιότητα, σταθερότητα, χρόνο και συμβολή των τμημάτων του αλγορίθμου. Το κύριο σύνολο έχει 4.800 γραμμές ΟΥ: 160 προβλήματα  $\times$  30 αρχικές τιμές τυχαιότητας. Υπάρχουν ακόμη 4.800 γραμμές ML για τη συμπληρωματική σύγκριση. Κάθε γραμμή κρατά το κόστος, τα αποθέματα, την ποινή, την τήρηση των κανόνων, την επανάληψη της καλύτερης λύσης και τον χρόνο.

Πριν υπολογιστούν τα στατιστικά, ελέγχθηκε ότι δεν λείπει καμία εκτέλεση και ότι κάθε συνδυασμός προβλήματος, πολιτικής και αρχικής τιμής τυχαιότητας εμφανίζεται μία φορά. Ελέγχθηκε επίσης ότι υπάρχουν ακριβώς 30 εκτελέσεις ανά συνδυασμό και ότι όλες οι τιμές είναι κανονικοί αριθμοί. Και οι 9.600 τελικές λύσεις ήταν έγκυρες και είχαν ποινή 0.

Η κύρια μέτρηση αφορά την ΟΥ. Η καλύτερη από τις 30 λύσεις συγκρίνεται με το δημοσιευμένο  $z^*$ . Απόκλιση 0% σημαίνει ίδια τιμή με τη γνωστή καλύτερη λύση. Το CV δείχνει πόσο διαφέρουν οι 30 εκτελέσεις μεταξύ τους: μικρό CV σημαίνει παρόμοια αποτελέσματα. Μόνο στη συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML, θετικό ποσοστό σημαίνει ότι η ML έχει μικρότερο κόστος.

Το καλύτερο αποτέλεσμα των 30 εκτελέσεων απαντά στο ερώτημα «ποια είναι η καλύτερη λύση που βρέθηκε σε 30 προσπάθειες;». Η μέση τιμή απαντά στο «τι αποτέλεσμα αναμένεται σε μια συνηθισμένη προσπάθεια;». Και οι δύο πληροφορίες είναι χρήσιμες, για αυτό παρουσιάζονται μαζί με το CV.

$$Gap\_best(\%) = 100 \cdot (z\_best - z^*) / z^* \quad (14)$$

$$CV(\%) = 100 \cdot \sigma(z_1, \dots, z_{30}) / \mu(z_1, \dots, z_{30}) \quad (15)$$

Πίνακας 13. Συνολικά στοιχεία του κύριου συνόλου δοκιμών

| Δείκτης                               | Τιμή                                       |
|---------------------------------------|--------------------------------------------|
| Προβλήματα αναφοράς                   | 160                                        |
| Κατανομή εκτελέσεων                   | 4.800 κύριες ΟΥ + 4.800 συμπληρωματικές ML |
| Ανεξάρτητες αρχικές τιμές τυχαιότητας | 30                                         |
| Συνολικές εκτελέσεις                  | 9.600                                      |

| Δείκτης                              | Τιμή        |
|--------------------------------------|-------------|
| Έγκυρες τελικές λύσεις               | 9.600/9.600 |
| Μέσος χρόνος, όλες οι εκτελέσεις     | 1,35 s      |
| Μέσος χρόνος ΟΥ                      | 1,41 s      |
| Μέσο πλήθος evaluations ανά εκτέλεση | ≈3.032      |

## 5.2 Έλεγχος ορθότητας της υλοποίησης

### 5.2.1 Σύγκριση με τις γνωστές καλύτερες τιμές

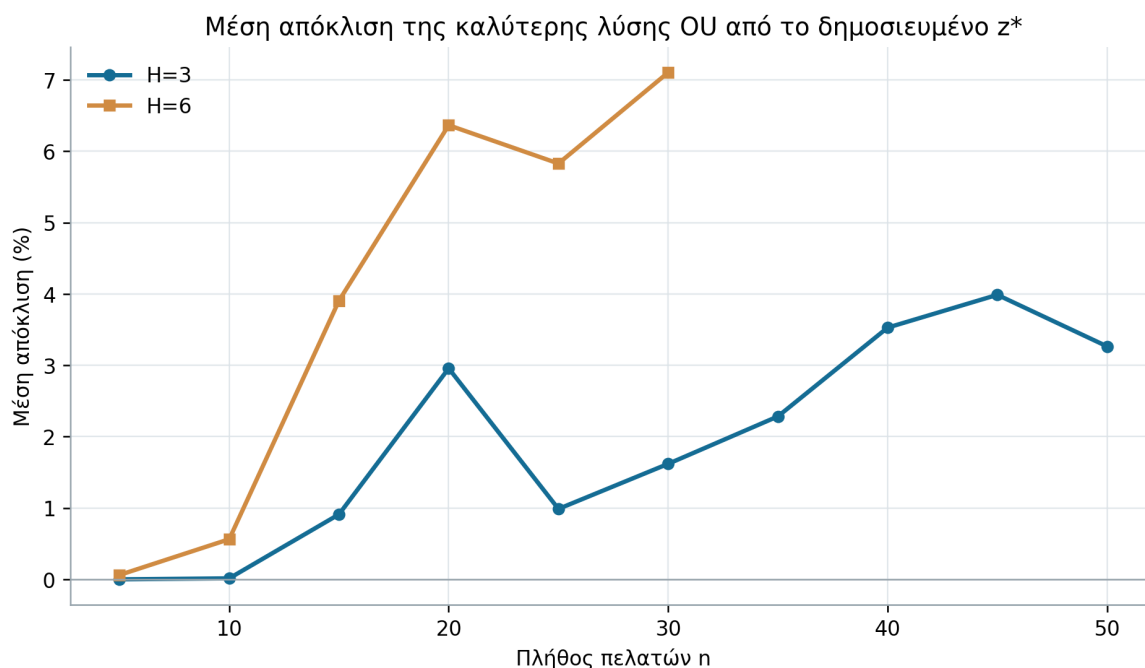
Ο πρώτος έλεγχος αφορά τον υπολογισμό του κόστους. Ο υπολογιστής κόστους της Java συμφωνεί με τις δημοσιευμένες τιμές όταν μετρά την αρχική και τις Η τελικές καταστάσεις αποθέματος, χρησιμοποιεί NINT αποστάσεις και προσθέτει την παραγωγή πριν από τις παραδόσεις. Για παράδειγμα, στο `Instances_highcost_H3/abs1n5`` δίνει  $z^*=2.149,80$ , ακριβώς όπως η τιμή αναφοράς.

Στην ΟΥ, η καλύτερη από 30 λύσεις έφτασε το  $z^*$  σε 38 από τα 160 προβλήματα δοκιμής. Η μέση απόκλιση ήταν 2,71% και το διάμεσο 1,58%. Η διάμεσος σημαίνει ότι τα μισά προβλήματα είχαν απόκλιση έως 1,58%. Ο μεγαλύτερος μέσος όρος οφείλεται σε λίγες δυσκολότερες περιπτώσεις με μεγαλύτερη απόκλιση.

Οι τιμές συγκρίνονται με πολύ μικρή αριθμητική ανοχή. Αυτό χρειάζεται επειδή τα CSV κρατούν τέσσερα δεκαδικά ψηφία, ενώ τα αρχεία αναφοράς μπορεί να κρατούν περισσότερα. Η ανοχή καλύπτει μόνο διαφορές στρογγυλοποίησης και δεν αλλάζει ουσιαστικά τον αριθμό των 38 συμφωνιών με τη γνωστή καλύτερη τιμή.

Πίνακας 14. Επίδοση ΟΥ ανά κατηγορία ως προς τα δημοσιευμένα  $z^*$

| Κατηγορία         | Προβλήματα δοκιμής | Συμφωνίες με $z^*$ | Μέσο καλύτερη απόκλιση | Μέσο CV |
|-------------------|--------------------|--------------------|------------------------|---------|
| Υψηλό κόστος H=3  | 50                 | 13                 | 0,99%                  | 0,65%   |
| Χαμηλό κόστος H=3 | 50                 | 14                 | 2,92%                  | 1,66%   |
| Υψηλό κόστος H=6  | 30                 | 6                  | 2,47%                  | 0,82%   |
| Χαμηλό κόστος H=6 | 30                 | 5                  | 5,47%                  | 1,66%   |
| Σύνολο/μέσος      | 160                | 38                 | 2,71%                  | 1,19%   |



Σχήμα 3. Μέση απόκλιση της καλύτερης λύσης ΟΥ από το  $z^*$  ανά n και ορίζοντα.

Για  $n=5$  η απόκλιση είναι σχεδόν 0% και στους δύο ορίζοντες. Στο  $H=3$  η γενική εικόνα χειροτερεύει μετά τους 30 πελάτες, αν και όχι σε κάθε βήμα. Στο  $H=6$  η δυσκολία αυξάνει περισσότερο και η μέση απόκλιση φτάνει περίπου 7,10% στο  $n=30$ . Με περισσότερες ημέρες υπάρχουν πολύ περισσότεροι τρόποι να μοιραστούν οι επισκέψεις, άρα η αναζήτηση γίνεται δυσκολότερη.

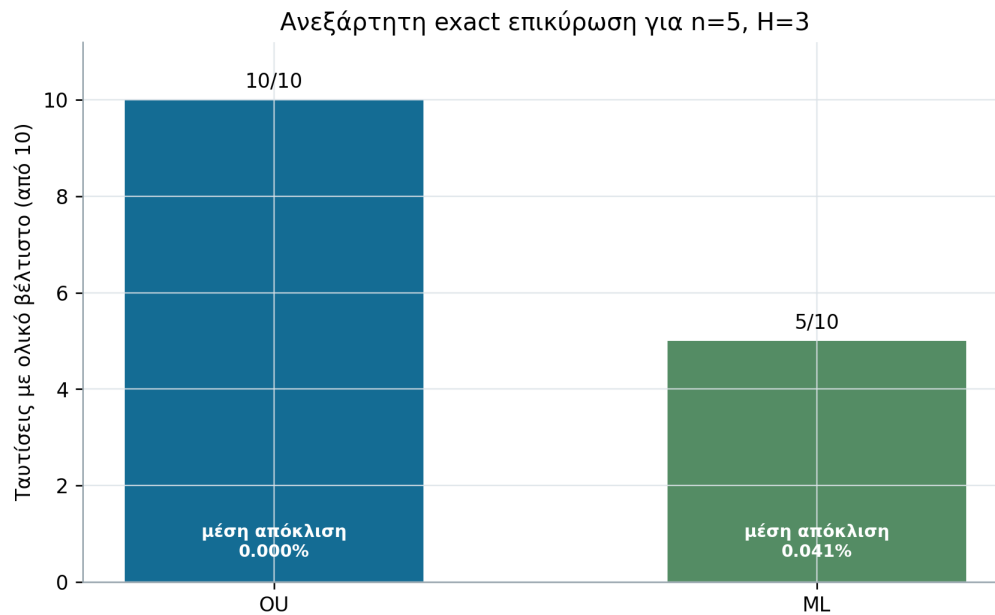
### 5.2.2 Ανεξάρτητοι ακριβείς έλεγχοι

Τα  $z^*$  ελέγχουν καλά την ΟΥ, αλλά χρειάζεται και ανεξάρτητος έλεγχος της ίδιας της λύσης. Για αυτό γράφτηκαν δύο ακριβείς επιλυτές σε Python. Ο ακριβής επιλυτής ΟΥ εξετάζει τα  $2^{(nH)}$  πιθανά προγράμματα επισκέψεων και όλες τις δυνατές σειρές κάθε ημερήσιας διαδρομής. Για  $n=5$  και  $H=3$  υπάρχουν 32.768 προγράμματα πριν αφαιρεθούν τα μη έγκυρα.

Ο κύριος ακριβής έλεγχος αφορά την ΟΥ. Συμπληρωματικά, ο επιλυτής ML εξετάζει τα ίδια προγράμματα και βρίσκει τις καλύτερες ποσότητες με γραμμικό πρόγραμμα. Έτσι ελέγχονται χωριστά οι διαδρομές και οι ποσότητες. Η καλύτερη λύση του PSO συγκρίνεται με το αποδεδειγμένο βέλτιστο σε 10 μικρά προβλήματα ανά πολιτική.

Το βασικό αποτέλεσμα είναι ότι στην ΟΥ ο PSO συμφώνησε ακριβώς σε 10/10 περιπτώσεις. Στον συμπληρωματικό έλεγχο ML συμφώνησε σε 5/10. Εκεί η μέση

απόκλιση ήταν 0,041% και η μέγιστη 0,342%. Άρα το `extraFraction` δίνει πολύ κοντινές, αλλά όχι πάντοτε ακριβείς, ποσότητες.



Σχήμα 4. Συμφωνίες του PSO με ανεξάρτητη ακριβή επίλυση στα μικρά προβλήματα.

Πίνακας 15. Αναλυτικός έλεγχος με ακριβή επίλυση για  $n=5$  και  $H=3$

| Πολιτική | Κατηγορία | Πρόβλημα εισόδου | Ακριβής λύση | PSO best | Απόκλιση | Match |
|----------|-----------|------------------|--------------|----------|----------|-------|
| OU       | High-H3   | abs1n5           | 2.149,80     | 2.149,80 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | High-H3   | abs2n5           | 1.959,05     | 1.959,05 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | High-H3   | abs3n5           | 3.265,44     | 3.265,44 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | High-H3   | abs4n5           | 2.034,44     | 2.034,44 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | High-H3   | abs5n5           | 2.362,16     | 2.362,16 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | Low-H3    | abs1n5           | 1.281,68     | 1.281,68 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | Low-H3    | abs2n5           | 1.176,63     | 1.176,63 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | Low-H3    | abs3n5           | 2.020,65     | 2.020,65 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | Low-H3    | abs4n5           | 1.449,43     | 1.449,43 | 0,000%   | Ναι   |
| OU       | Low-H3    | abs5n5           | 1.165,40     | 1.165,40 | 0,000%   | Ναι   |
| ML       | High-H3   | abs1n5           | 2.108,34     | 2.108,35 | 0,001%   | Όχι   |
| ML       | High-H3   | abs2n5           | 1.767,06     | 1.767,23 | 0,010%   | Όχι   |
| ML       | High-H3   | abs3n5           | 2.973,00     | 2.973,00 | 0,000%   | Ναι   |
| ML       | High-H3   | abs4n5           | 1.981,04     | 1.987,82 | 0,342%   | Όχι   |
| ML       | High-H3   | abs5n5           | 2.170,04     | 2.170,04 | 0,000%   | Ναι   |
| ML       | Low-H3    | abs1n5           | 1.235,92     | 1.235,92 | 0,000%   | Ναι   |
| ML       | Low-H3    | abs2n5           | 988,66       | 988,68   | 0,002%   | Όχι   |

| Πολιτική | Κατηγορία | Πρόβλημα εισόδου | Ακριβής λύση | PSO best | Απόκλιση | Match |
|----------|-----------|------------------|--------------|----------|----------|-------|
| ML       | Low-H3    | abs3n5           | 1.758,02     | 1.758,02 | 0,000%   | Ναι   |
| ML       | Low-H3    | abs4n5           | 1.397,29     | 1.398,06 | 0,055%   | Όχι   |
| ML       | Low-H3    | abs5n5           | 999,42       | 999,42   | 0,000%   | Ναι   |

### 5.2.3 Παράδειγμα υπολογισμού αποθέματος

Το επόμενο παράδειγμα δείχνει έναν πλήρη υπολογισμό χωρίς να χρειάζεται ο αναγνώστης να εμπιστευθεί τον κώδικα. Στο `highcost\_H3/abs1n5`, οι επισκέψεις είναι {3}, {1,2,4,5}, {3}. Ο πίνακας δείχνει το φορτίο και τα αποθέματα στο τέλος κάθε ημέρας. Κάθε γραμμή μπορεί να ελεγχθεί με τον απλό κανόνα: νέο απόθεμα = παλιό απόθεμα + παράδοση – ζήτηση.

Πίνακας 16. Χειροκίνητος έλεγχος της ακριβούς λύσης ΟΥ highcost\_H3/abs1n5

| Ημέρα | Επισκέψεις | Φορτίο | Ι <sub>0</sub> τέλος | Τελικά αποθέματα πελατών 1–5 | Μεταφορά |
|-------|------------|--------|----------------------|------------------------------|----------|
| 0     | —          | —      | 510                  | [130, 70, 58, 48, 11]        | —        |
| 1     | {3}        | 58     | 645                  | [65, 35, 58, 24, 0]          | 34       |
| 2     | {1,2,4,5}  | 270    | 568                  | [130, 70, 0, 48, 11]         | 1.120    |
| 3     | {3}        | 116    | 645                  | [65, 35, 58, 24, 0]          | 34       |

Η συνολική απόσταση είναι  $34+1.120+34=1.188$ . Το κόστος αποθέματος είναι 961,80. Επομένως, συνολικό κόστος =  $1.188+961,80=2.149,80$ . Η τιμή είναι ίδια με το δημοσιευμένο  $z^*$  και με την τιμή του ακριβούς επιλυτή. Το μεγαλύτερο φορτίο είναι 270, μικρότερο από  $Q=289$ , και κανένα απόθεμα δεν είναι αρνητικό.

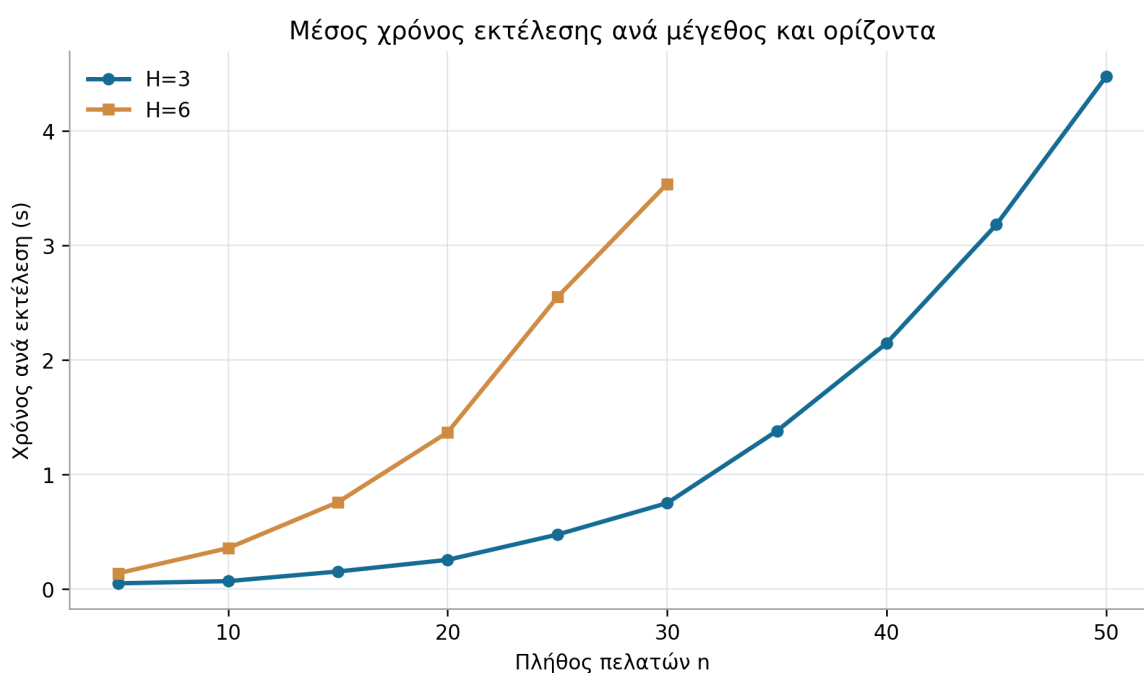
### 5.3 Αποτελέσματα σε όλα τα προβλήματα

Η καλύτερη λύση ΟΥ είχε μέση απόκλιση 2,71%. Σε σχέση με την αρχική λύση του πλήρους συνόλου δοκιμών, το τελικό κόστος βελτιώθηκε κατά 7,60% κατά μέσο όρο. Η αρχική αυτή λύση έχει ήδη περάσει από 2-opt. Για αυτό το 7,60% δεν συγκρίνεται άμεσα με το πρώτο στάδιο της δοκιμής αφαίρεσης τμημάτων, όπου η απλή αρχική λύση δεν έχει ακόμη 2-opt.

Η ευκολότερη ομάδα ήταν η ομάδα υψηλού κόστους  $H=3$ , με μέση απόκλιση 0,99% και 13 συμφωνίες με τη γνωστή καλύτερη τιμή. Η ομάδα χαμηλού κόστους  $H=3$  είχε 14 συμφωνίες με τη γνωστή καλύτερη τιμή αλλά μεγαλύτερες διαφορές μεταξύ

εκτελέσεων. Στο  $H=6$  τα αποτελέσματα ήταν χειρότερα, ιδιαίτερα στα προβλήματα χαμηλού κόστους όπου η απόκλιση έφτασε 5,47%. Ο μεγαλύτερος ορίζοντας δημιουργεί περισσότερες δυνατές ημέρες επίσκεψης και άρα μεγαλύτερο χώρο αναζήτησης.

Ο μέσος χρόνος όλων των εκτελέσεων ήταν 1,35 s. Η τιμή ισχύει για το συγκεκριμένο MacBook Air και δεν είναι γενικός νόμος. Δείχνει όμως ότι η ρύθμιση 30 υποψήφιες λύσεις  $\times$  100 επαναλήψεις είναι πρακτική για αυτά τα μεγέθη. Ο χρόνος αυξάνει κυρίως επειδή η διαδικασία διόρθωσης και η 2-opt έχουν περισσότερες αλλαγές να εξετάσουν στα μεγαλύτερα προβλήματα.



Σχήμα 5. Μεταβολή του μέσου χρόνου εκτέλεσης ανά n και H.

Πίνακας 17. Συνοπτική ποιότητα και χρόνος ανά κατηγορία

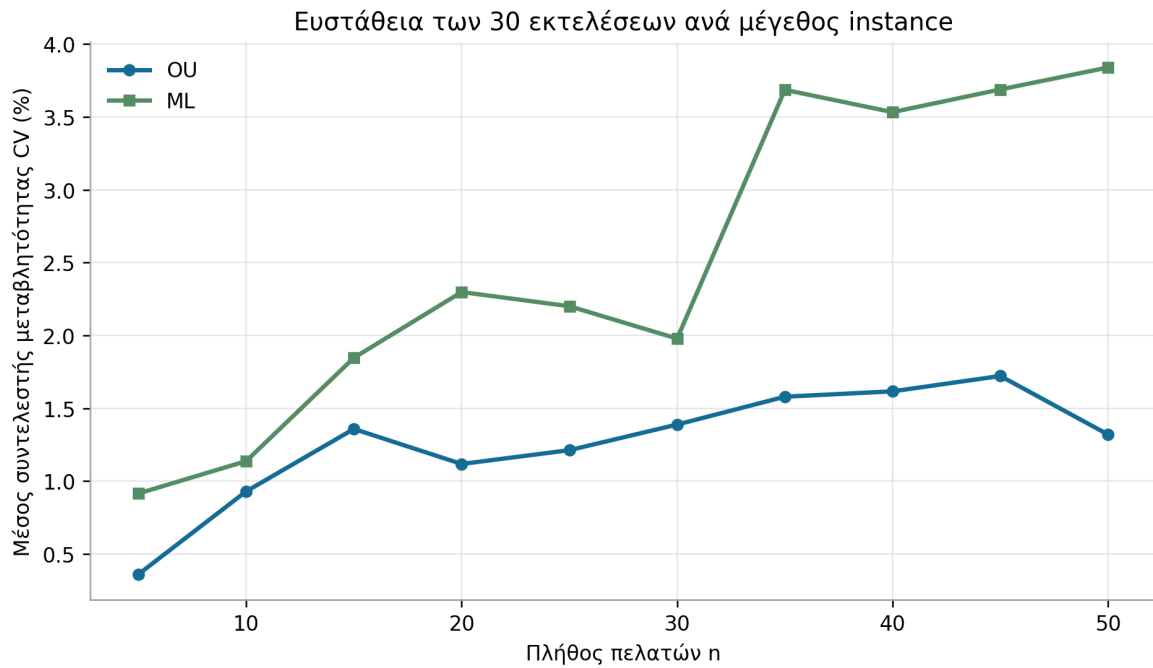
| Κατηγορία         | ΟΥ καλύτερη απόκλιση | ΟΥ συμφωνίες με τη γνωστή καλύτερη τιμή | ΟΥ CV | Μέσος χρόνος όλων των εκτελέσεων |
|-------------------|----------------------|-----------------------------------------|-------|----------------------------------|
| Υψηλό κόστος H=3  | 0,99%                | 13/50                                   | 0,65% | 1,16 s                           |
| Χαμηλό κόστος H=3 | 2,92%                | 14/50                                   | 1,66% | 1,43 s                           |
| Υψηλό κόστος H=6  | 2,47%                | 6/30                                    | 0,82% | 1,34 s                           |
| Χαμηλό κόστος H=6 | 5,47%                | 5/30                                    | 1,66% | 1,57 s                           |

## 5.4 Σταθερότητα αποτελεσμάτων

Στην κύρια πολιτική ΟΥ ο μέσος CV ήταν 1,19%. Ανά μέγεθος προβλήματος κυμάνθηκε από 0,36% έως 1,72%, άρα οι 30 εκτελέσεις έδιναν αρκετά κοντινές τιμές. Στη συμπληρωματική ML ο μέσος CV ήταν 2,22% και ξεπέρασε το 3,5% στα μεγαλύτερα προβλήματα  $n=35-50$ .

Η συμπληρωματική ML είναι λιγότερο σταθερή επειδή επιλέγει και ποσότητες. Δύο λύσεις με ίδιες ημέρες και ίδια σειρά μπορούν να έχουν διαφορετικό κόστος λόγω `extraFraction`. Μια αλλαγή ποσότητας σήμερα επηρεάζει και τις επόμενες ημέρες. Για αυτό η ML έχει περισσότερες δυνατές λύσεις από την ΟΥ.

Μικρό CV δεν σημαίνει απαραίτητα χαμηλό κόστος. Ένας αλγόριθμος μπορεί να βρίσκει σταθερά την ίδια μέτρια λύση. Για αυτό το CV πρέπει να διαβάζεται μαζί με την απόκλιση. Στην ΟΥ, CV 1,19% και καλύτερη απόκλιση 2,71% δείχνουν σχετικά σταθερές εκτελέσεις και καλή καλύτερη επίδοση.



Σχήμα 6. Μέσος συντελεστής μεταβλητότητας των 30 εκτελέσεων ανά n και πολιτική.

Πίνακας 18. Συντελεστής μεταβλητότητας ανά μέγεθος προβλήματος

| n  | OU CV | ML CV (συμπλ.) |
|----|-------|----------------|
| 5  | 0,36% | 0,92%          |
| 10 | 0,93% | 1,14%          |
| 15 | 1,36% | 1,85%          |
| 20 | 1,12% | 2,30%          |
| 25 | 1,21% | 2,20%          |
| 30 | 1,39% | 1,98%          |
| 35 | 1,58% | 3,69%          |
| 40 | 1,62% | 3,53%          |
| 45 | 1,72% | 3,69%          |
| 50 | 1,32% | 3,84%          |

## 5.5 Συμπληρωματικός έλεγχος: σύγκριση OU και ML

Η ενότητα αυτή είναι συμπληρωματική και δεν αλλάζει την κύρια αξιολόγηση της OU. Με βάση τη μέση τιμή των 30 εκτελέσεων, η ML είχε μικρότερο κόστος σε 120/160

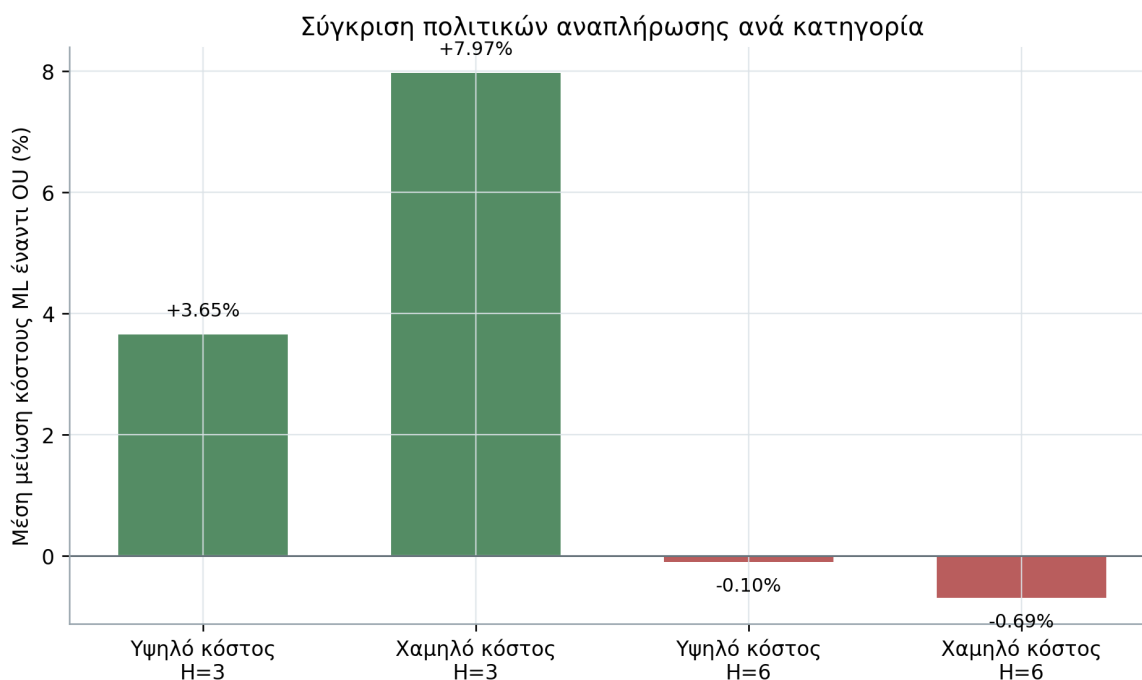
προβλήματα και μέσο κέρδος 3,48%. Με βάση το καλύτερο αποτέλεσμα των 30 εκτελέσεων, κέρδισε σε 122/160 με μέσο κέρδος 4,81%. Η μέση τιμή δείχνει τη συνηθισμένη συμπεριφορά, ενώ η καλύτερη τιμή δείχνει τι βρέθηκε μετά από 30 προσπάθειες.

Στο  $H=3$  η ML ήταν συχνά καλύτερη, επειδή οι μικρότερες παραδόσεις μπορούν να μειώσουν το απόθεμα και να μοιράσουν καλύτερα το φορτίο. Στο  $H=6$  η μέση επίδοσή της ήταν λίγο χειρότερη. Αυτό δεν σημαίνει ότι ο κανόνας ML είναι πάντα χειρότερος. Σημαίνει ότι ο ίδιος PSO δυσκολεύτηκε περισσότερο στον μεγαλύτερο χώρο λύσεων.

Το `extraFraction` λειτούργησε πολύ καλά στον μικρό ορίζοντα, αλλά χρειάζεται ισχυρότερη αναζήτηση όταν το  $H$  μεγαλώνει. Μια μελλοντική έκδοση θα μπορούσε να αφήνει τον PSO να επιλέγει ημέρες και διαδρομές και ένα γραμμικό πρόγραμμα να βρίσκει ακριβώς τις ποσότητες. Έτσι κάθε εργαλείο θα αναλάμβανε το μέρος που λύνει καλύτερα.

Πίνακας 19. Συμπληρωματική σύγκριση μέσου κόστους OU–ML ανά κατηγορία

| Κατηγορία           | OU μέσο   | ML μέσο (συμπλ.) | Μέσο κέρδος ανά πρόβλημα | Gain από μέσους κόστους |
|---------------------|-----------|------------------|--------------------------|-------------------------|
| Υψηλό κόστος $H=3$  | 9.866,68  | 9.592,71         | 3,65%                    | 2,78%                   |
| Χαμηλό κόστος $H=3$ | 3.566,19  | 3.316,63         | 7,97%                    | 7,00%                   |
| Υψηλό κόστος $H=6$  | 13.755,75 | 13.779,24        | -0,10%                   | -0,17%                  |
| Χαμηλό κόστος $H=6$ | 6.585,60  | 6.636,39         | -0,69%                   | -0,77%                  |



Σχήμα 7. Συμπληρωματική σύγκριση: μέση μείωση κόστους της ML σε σχέση με την ΟΥ.

## 5.6 Συμβολή κάθε τμήματος του αλγορίθμου

Η δοκιμή αφαίρεσης τμημάτων έχει τέσσερα στάδια. Στο πρώτο υπάρχει μόνο η απλή αρχική λύση και η διαδικασία διόρθωσης. Στο δεύτερο προστίθεται μία πλήρης 2-ort στην αρχική λύση. Στο τρίτο εκτελείται ο PSO, αλλά όχι η συστηματική πλήρης 2-ort μετά από κάθε δοκιμαστική λύση. Στο τέταρτο χρησιμοποιείται ολόκληρη η μέθοδος.

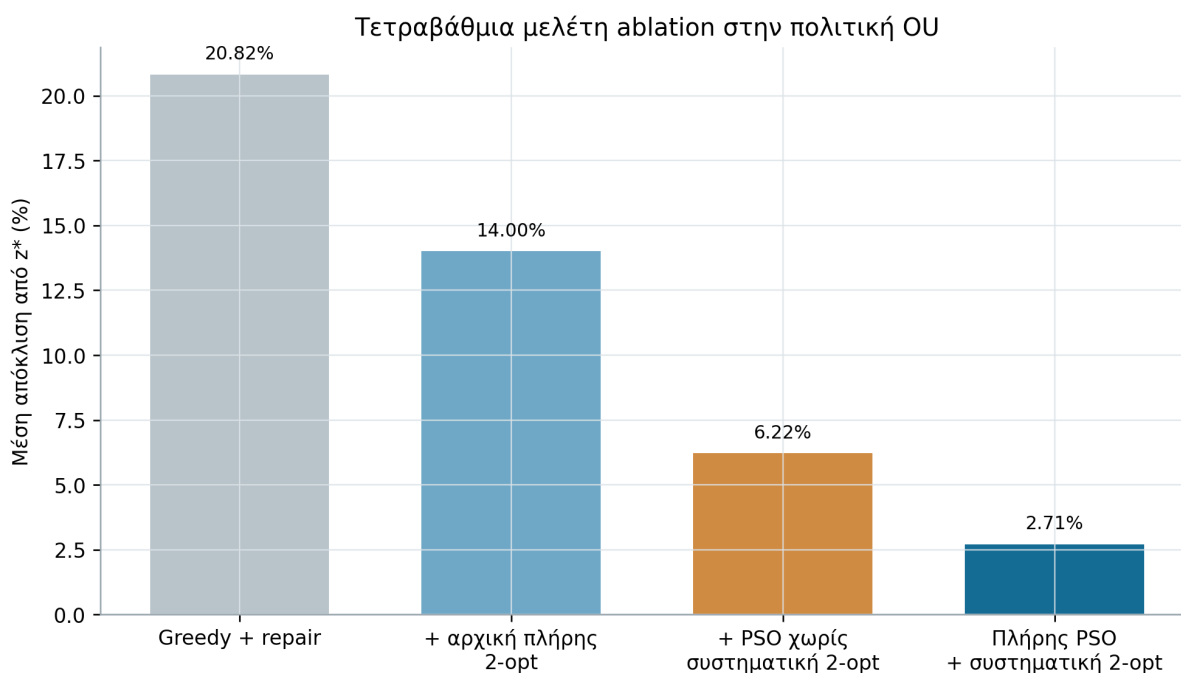
Η μέση απόκλιση έπεσε διαδοχικά από 20,82% σε 14,00%, μετά σε 6,22% και τέλος σε 2,71%. Άρα η αρχική 2-ort κέρδισε 6,82 ποσοστιαίες μονάδες, ο PSO άλλες 7,78 και η συστηματική 2-ort άλλες 3,51.

Η πλήρης μέθοδος έφτασε το  $z^*$  σε 38/160 προβλήματα δοκιμής, ενώ η έκδοση χωρίς συστηματική 2-ort σε 5/160. Η πλήρης έκδοση ήταν καλύτερη σε 150 προβλήματα δοκιμής. Η άλλη έκδοση ήταν καλύτερη σε 5. Αυτό μπορεί να συμβεί επειδή η πολύ συχνή τοπική βελτίωση κάνει ορισμένες υποψήφιες λύσεις πιο όμοιες και τις οδηγεί σε διαφορετική περιοχή της αναζήτησης.

Η καλύτερη ποιότητα απαιτεί περισσότερο χρόνο. Η πλήρης μέθοδος χρειάστηκε κατά μέσο όρο 1,35 s, ενώ η έκδοση χωρίς συστηματική 2-ort 0,23 s. Είναι περίπου έξι φορές ταχύτερη, αλλά έχει μεγαλύτερη απόκλιση. Άρα η επιλογή εξαρτάται από το αν προτεραιότητα είναι ο χρόνος ή η ποιότητα.

Πίνακας 20. Δοκιμή τεσσάρων σταδίων στην πολιτική ΟΥ

| Βαθμίδα                                  | Μέση απόκλιση από τη γνωστή βέλτιστη τιμή $z^*$ | Πρόσθετος μηχανισμός                  |
|------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. Απλή αρχική λύση + διόρθωση           | 20,82%                                          | Αρχική έγκυρη λύση                    |
| 2. Αρχική λύση + διόρθωση + αρχική 2-opt | 14,00%                                          | Τοπική σειρά αρχικής λύσης            |
| 3. PSO χωρίς συστηματική πλήρη 2-opt     | 6,22%                                           | Αναζήτηση σμήνους                     |
| 4. Πλήρης PSO + συστηματική πλήρη 2-opt  | 2,71%                                           | Τοπική βελτίωση κάθε δοκιμαστική λύση |

Σχήμα 8. Μέση απόκλιση από το  $z^*$  στα τέσσερα επίπεδα της δοκιμής αφαίρεσης τμημάτων.**Κύριο συμπέρασμα της δοκιμής αφαίρεσης τμημάτων**

Ο PSO προσφέρει πραγματική βελτίωση και δεν είναι απλώς ένα περίβλημα γύρω από τη 2-opt. Μόνος του μειώνει την απόκλιση κατά 7,78 μονάδες μετά την αρχική 2-opt. Η συστηματική 2-opt προσθέτει ακόμη 3,51 μονάδες βελτίωσης. Οι δύο μηχανισμοί συνεργάζονται.

**5.7 Επίδραση των ρυθμίσεων**

Η ανάλυση είναι *one-factor-at-a-time* (OAT), δηλαδή αλλάζει **μία ρύθμιση κάθε φορά** και κρατά όλες τις άλλες σταθερές. Εξετάστηκαν 25 εναλλακτικές τιμές για 8 παραμέτρους, σε 96 προβλήματα δοκιμής ανά ρύθμιση. Αρνητική μεταβολή κόστους σημαίνει βελτίωση. Όλες οι τελικές λύσεις παρέμειναν έγκυρες.

Η βασική ρύθμιση σύγκρισης έχει 30 υποψήφιες λύσεις, 100 επαναλήψεις, αδράνεια 0,80→0,30, πιθανότητες μάθησης 0,75 και 0,90, μέγιστο μήκος λίστας αλλαγών 7 και πιθανότητα τυχαίας αλλαγής 0,30. Ο μέσος χρόνος ήταν 0,886 s. Η καλύτερη λύση εμφανίστηκε κατά μέσο όρο στην επανάληψη 64,7.

Οι επαναλήψεις και το μέγεθος της ομάδας λύσεων έδειξαν την πιο καθαρή σχέση ποιότητας και χρόνου. Με 25 ή 50 επαναλήψεις ο χρόνος μειώθηκε, αλλά το κόστος αυξήθηκε κατά +1,93% και +1,10%. Με 200 ή 400 επαναλήψεις το κόστος βελτιώθηκε κατά 0,85% και 1,52%, αλλά ο χρόνος έγινε 2,29× και 4,50×. Παρόμοια, η ομάδα 10 ή 20 λύσεων ήταν ταχύτερη, αλλά έδινε χειρότερο κόστος. Η ομάδα 50 ή 100 λύσεων βελτίωσε το κόστος κατά 0,40% και 1,06%, με χρόνο 1,77× και 3,78×.

Το μέγιστο μήκος λίστας αλλαγών είχε επίσης καθαρή επίδραση. Τιμές 3 και 5 χειροτέρεψαν το κόστος κατά +1,11% και +0,40%. Τιμές 12 και 20 το βελτίωσαν κατά 0,50% και 0,63%, με χρόνο έως 1,15×. Οι αλλαγές στις πιθανότητες προσωπικής μάθησης, ομαδικής μάθησης και τυχαίας αλλαγής και στα όρια αδράνειας είχαν μικρότερη επίδραση. Για παράδειγμα, η πιθανότητα τυχαίας αλλαγής άλλαξε το κόστος μόνο από -0,06% έως +0,17%.

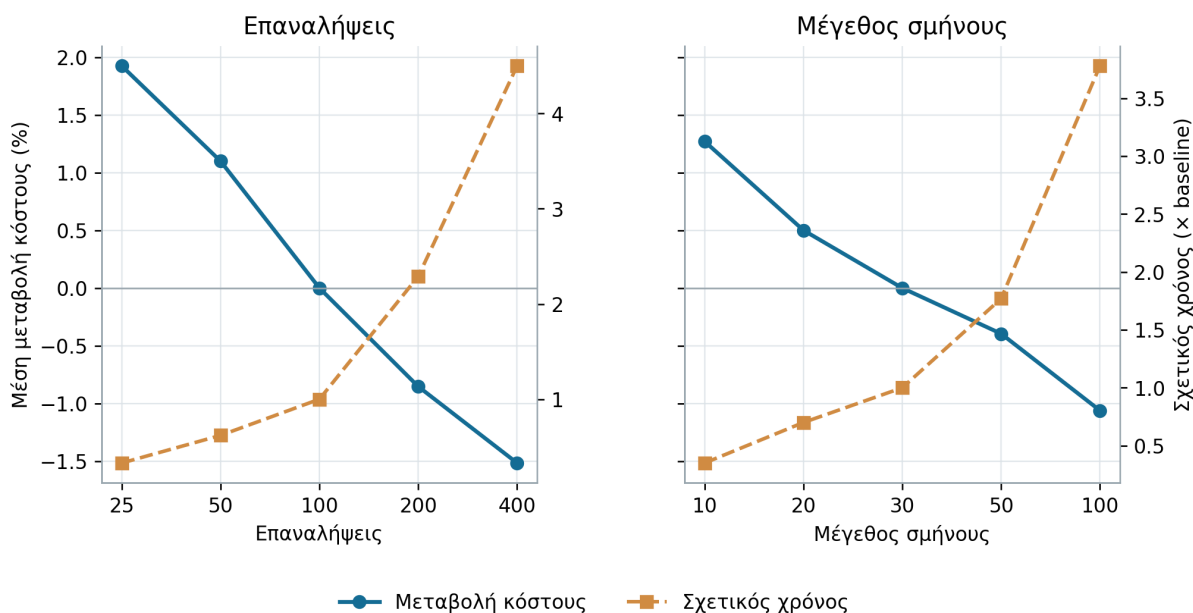
Πίνακας 21. Σχεδιασμός και βασική ρύθμιση των δοκιμών

| Στοιχείο                                   | Τιμή                                          |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Σχεδιασμός                                 | OAT (One At a Time)— μία παράμετρος κάθε φορά |
| Παράμετροι                                 | 8                                             |
| Εναλλακτικές διαμορφώσεις                  | 25                                            |
| Προβλήματα δοκιμής ανά διαμόρφωση          | 96                                            |
| Μέσος χρόνος βασικής ρύθμισης              | 0,886 s                                       |
| Μέση επανάληψη εύρεσης της καλύτερης λύσης | 64,7                                          |
| Μη έγκυρες λύσεις                          | 0 σε όλες τις διαμορφώσεις                    |

Πίνακας 22. Αποτελέσματα των δοκιμών ρυθμίσεων

| Παράμετρος                   | Τιμή | Δ μέσου | Δ διαμέσου | Δ καλύτερου | Χρόνος | Επαν.<br>σύγκλισης |
|------------------------------|------|---------|------------|-------------|--------|--------------------|
| Γνωστική πιθανότητα          | 0,25 | -0,42%  | -0,19%     | -0,49%      | 1,13×  | 63,2               |
| Γνωστική πιθανότητα          | 0,50 | -0,13%  | -0,03%     | -0,11%      | 1,11×  | 64,1               |
| Γνωστική πιθανότητα          | 1,00 | +0,09%  | +0,02%     | +0,20%      | 1,16×  | 64,4               |
| Τελική αδράνεια              | 0,10 | -0,19%  | -0,03%     | -0,21%      | 1,13×  | 63,4               |
| Τελική αδράνεια              | 0,50 | +0,26%  | +0,06%     | +0,15%      | 1,12×  | 64,1               |
| Αρχική αδράνεια              | 0,50 | -0,24%  | -0,11%     | -0,22%      | 1,14×  | 60,2               |
| Αρχική αδράνεια              | 0,95 | +0,32%  | +0,11%     | +0,29%      | 1,13×  | 66,6               |
| Επαναλήψεις                  | 200  | -0,85%  | -0,62%     | -0,65%      | 2,29×  | 119,7              |
| Επαναλήψεις                  | 25   | +1,93%  | +1,41%     | +1,67%      | 0,33×  | 16,3               |
| Επαναλήψεις                  | 400  | -1,52%  | -1,08%     | -1,13%      | 4,50×  | 212,2              |
| Επαναλήψεις                  | 50   | +1,10%  | +0,65%     | +0,88%      | 0,62×  | 32,4               |
| Μέγιστο μήκος λίστας αλλαγών | 12   | -0,50%  | -0,23%     | -0,38%      | 1,10×  | 59,9               |
| Μέγιστο μήκος λίστας αλλαγών | 20   | -0,63%  | -0,32%     | -0,55%      | 1,15×  | 57,1               |
| Μέγιστο μήκος λίστας αλλαγών | 3    | +1,11%  | +0,78%     | +0,95%      | 0,96×  | 66,7               |
| Μέγιστο μήκος λίστας αλλαγών | 5    | +0,40%  | +0,14%     | +0,42%      | 1,02×  | 66,4               |
| Πιθανότητα τυχαίας αλλαγής   | 0,00 | -0,06%  | 0,00%      | +0,04%      | 1,05×  | 62,3               |
| Πιθανότητα τυχαίας αλλαγής   | 0,15 | +0,04%  | 0,00%      | +0,04%      | 1,15×  | 64,0               |
| Πιθανότητα τυχαίας αλλαγής   | 0,50 | +0,17%  | 0,00%      | +0,14%      | 1,21×  | 64,4               |
| Κοινωνική πιθανότητα         | 0,25 | +0,66%  | +0,37%     | +0,74%      | 1,04×  | 67,0               |
| Κοινωνική πιθανότητα         | 0,50 | +0,33%  | +0,13%     | +0,40%      | 0,94×  | 66,9               |
| Κοινωνική πιθανότητα         | 1,00 | -0,00%  | 0,00%      | +0,03%      | 0,97×  | 62,5               |
| Μέγεθος σμήνους              | 10   | +1,27%  | +1,00%     | +0,85%      | 0,35×  | 66,1               |
| Μέγεθος σμήνους              | 100  | -1,06%  | -0,75%     | -0,70%      | 3,78×  | 59,3               |
| Μέγεθος σμήνους              | 20   | +0,50%  | +0,28%     | +0,64%      | 0,70×  | 66,6               |
| Μέγεθος σμήνους              | 50   | -0,40%  | -0,32%     | -0,14%      | 1,77×  | 62,0               |

## Ανταλλαγή ποιότητας-χρόνου στις ισχυρότερες παραμέτρους



Σχήμα 9. Ανταλλαγή ποιότητας-χρόνου για τις επαναλήψεις και το πλήθος υποψήφιων λύσεων. Αρνητική μεταβολή κόστους σημαίνει βελτίωση.

**Πώς να διαβαστούν οι δοκιμές ρυθμίσεων**

Η βασική ρύθμιση είναι πρακτική ισορροπία και όχι αποδεδειγμένα η καλύτερη ρύθμιση. Περισσότερες επαναλήψεις ή υποψήφιες λύσεις δίνουν καλύτερο κόστος, αλλά απαιτούν πολύ περισσότερο χρόνο. Η τιμή 20 στο `velocity.length` προσφέρει μικρότερη βελτίωση με μικρή αύξηση χρόνου. Οι πολύ μικρές διαφορές χρειάζονται νέο πείραμα με τις ίδιες αρχικές τιμές τυχαιότητας πριν θεωρηθούν βέβαιες.

## 6 Συμπεράσματα και επόμενα βήματα

### 6.1 Τι πέτυχε η εργασία

Η εργασία εξέτασε αν ο PSO μπορεί να λύσει το IRP ενός οχήματος χωρίς πίνακα συνεχών προτεραιοτήτων και μηχανισμό μετατροπής με κατώφλι. Δημιουργήθηκε Java εφαρμογή όπου κάθε υποψήφια λύση είναι πραγματικό πρόγραμμα διανομής. Η λίστα αλλαγών είναι λίστα συγκεκριμένων κινήσεων αλλαγής. Έτσι κάθε κίνηση συνδέεται άμεσα με ημέρα, επίσκεψη, σειρά ή ποσότητα.

Η μορφή με άμεσες κινήσεις αλλαγής αντιμετωπίζει την αδυναμία της παλιάς προσέγγισης, όπου διαφορετικές δεκαδικές τιμές μπορούσαν να δώσουν την ίδια λύση. Το πρόβλημα φάνηκε και σε έλεγχο 120 μεταθέσεων. Στη νέα μορφή ο αναγνώστης μπορεί να δει τι αλλάζει κάθε κίνηση και γιατί αλλάζει το κόστος.

Η `GreedyBuilder`, η διαδικασία διόρθωσης και ο υπολογιστής κόστους έδωσαν έγκυρη τελική λύση σε όλες τις εκτελέσεις: 4.800/4.800 στην κύρια ΟΥ και 4.800/4.800 στη συμπληρωματική ML. Η ποινή ήταν 0. Μη έγκυρες ενδιάμεσες λύσεις διορθώθηκαν πριν καταγραφεί το τελικό gBest. Οι αναλυτικές στήλες του CSV επιτρέπουν να επαναληφθεί ο έλεγχος.

Στην ΟΥ, ο PSO βρήκε το γνωστό ολικό βέλτιστο σε 38 από τα 160 προβλήματα δοκιμής. Η μέση απόκλιση ήταν 2,71% και το διάμεσο 1,58%. Αυτό δεν σημαίνει ότι ο PSO βρίσκει πάντα τη βέλτιστη λύση. Σημαίνει ότι το πέτυχε στις 38 καταγεγραμμένες περιπτώσεις και ότι η απόσταση από τη βέλτιστη τιμή είναι μετρημένη στις υπόλοιπες. Τα προβλήματα H=6 ήταν γενικά δυσκολότερα.

Το κύριο αποτέλεσμα σταθερότητας είναι ο μέσος CV 1,19% της ΟΥ. Στο συμπληρωματικό πείραμα, η ML είχε CV 2,22% και μικρότερο μέσο κόστος σε 120/160 προβλήματα, αλλά στο H=6 ήταν λίγο χειρότερη. Η ML έχει περισσότερες δυνατές αποφάσεις και για αυτό χρειάζεται δυσκολότερη αναζήτηση.

Οι ανεξάρτητοι έλεγχοι αυξάνουν την εμπιστοσύνη στα αποτελέσματα. Ο υπολογιστής κόστους συμφώνησε με τα δημοσιευμένα  $z^*$ . Ο κύριος ακριβής επιλυτής ΟΥ συμφώνησε με τον PSO σε 10/10 μικρά προβλήματα. Ο συμπληρωματικός έλεγχος ML συμφώνησε σε 5/10, με μέση απόκλιση μόνο 0,04%. Οι επιλυτές γράφτηκαν χωριστά από τη Java.

Η δοκιμή αφαίρεσης τμημάτων έδειξε καθαρά τη βοήθεια κάθε μέρους. Η απόκλιση άλλαξε από 20,82% σε 14,00%, μετά σε 6,22% και τελικά σε 2,71%. Ο PSO και η 2-opt προσφέρουν διαφορετικές βελτιώσεις και συνεργάζονται. Κανένας από τους δύο μηχανισμούς δεν εξηγεί μόνος του το τελικό αποτέλεσμα.

Η ανάλυση ευαισθησίας έδειξε ότι οι επαναλήψεις και η ομάδα λύσεων έχουν τη μεγαλύτερη επίδραση. Μεγαλύτερες τιμές βελτίωσαν το κόστος έως 1,52% και 1,06%, αλλά αύξησαν τον χρόνο έως 4,50× και 3,78×. Το μέγιστο μήκος λίστας αλλαγών έδωσε μικρότερη και φθηνότερη βελτίωση. Άρα η βασική ρύθμιση είναι πρακτικός συμβιβασμός και όχι η μοναδική σωστή ρύθμιση.

Πίνακας 23. Απαντήσεις στα ερωτήματα της εργασίας

| Ερώτημα                     | Συνοπτική απάντηση                                                                                        |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| EE1 Αναπαράσταση            | Άμεσο πρόγραμμα διανομής και λίστα αλλαγών, χωρίς πίνακα προτεραιοτήτων                                   |
| EE2 Τήρηση των κανόνων      | 4.800/4.800 κύριες ΟΥ και 4.800/4.800 συμπληρωματικές ML                                                  |
| EE3 Ποιότητα                | 38/160 z* συμφωνίες με τη γνωστή καλύτερη τιμή, μέσο καλύτερη απόκλιση 2,71%                              |
| EE4 Σταθερότητα             | Κύριο αποτέλεσμα ΟΥ CV 1,19%· συμπληρωματικό ML CV 2,22%                                                  |
| EE5 Συμπληρωματικός έλεγχος | Η ML είχε μικρότερο μέσο κόστος σε 120/160, αλλά όχι στα H=6                                              |
| EE6 Συστατικά               | Απόκλιση 20,82% → 14,00% → 6,22% → 2,71%                                                                  |
| EE7 Ορθότητα                | Δημοσιευμένα z* και κύριος ακριβής ΟΥ· πρόσθετος έλεγχος ML                                               |
| EE8 Ευαισθησία              | Οι επαναλήψεις και το πλήθος λύσεων επηρεάζουν περισσότερο· η βασική ρύθμιση ισορροπεί ποιότητα και χρόνο |

## 6.2 Όρια της έρευνας

- **Απλή μορφή του προβλήματος.** Υπάρχουν ένα προϊόν, ένα όχημα και γνωστή ζήτηση. Πραγματικές εφαρμογές μπορεί να έχουν πολλά οχήματα, πολλά προϊόντα, χρονικά παράθυρα και αβεβαιότητα.
- **Μέγεθος προβλημάτων αναφοράς.** Τα προβλήματα δοκιμής φτάνουν έως n=50 για H=3 και n=30 για H=6. Χρειάζεται νέο πείραμα πριν τα συμπεράσματα εφαρμοστούν σε πολύ μεγαλύτερα προβλήματα.
- **Δημοσιευμένο z\* μόνο για ΟΥ.** Για αυτό η ΟΥ αποτελεί την κύρια πολιτική της εργασίας. Στην ML δεν υπάρχει αντίστοιχο z\* για όλα τα 160 προβλήματα. Η ML παραμένει συμπληρωματικό πείραμα και ελέγχεται ακριβώς μόνο στα μικρά προβλήματα.

- **Ακριβής έλεγχος μόνο για  $n=5$ ,  $H=3$ .** Ο αριθμός δυνατών λύσεων αυξάνει πάρα πολύ. Οι 20 συγκρίσεις με ακριβή επίλυση ελέγχουν την ορθότητα στα μικρά προβλήματα, αλλά δεν αποδεικνύουν την ποιότητα στα μεγάλα.
- **Όρια της ανάλυσης ευαισθησίας.** Η OAT αλλάζει μία παράμετρο κάθε φορά σε 96 προβλήματα δοκιμής. Δεν δείχνει τι συμβαίνει όταν αλλάζουν δύο παράμετροι μαζί. Επίσης, τα συγκεντρωτικά αρχεία δεν κρατούν ξεχωριστή γραμμή για κάθε αρχική τιμή τυχαιότητας. Για αυτό οι πολύ μικρές διαφορές δεν μπορούν να ελεγχθούν με σύγκριση των ίδιων ζευγών εκτελέσεων.
- **Δεν υπάρχει σύγκριση ίδιου χρόνου με άλλον αλγόριθμο.** Η εργασία συγκρίνει με  $z^*$ , ακριβείς επιλυτές και δικές της δοκιμές αφαίρεσης τμημάτων. Δεν εκτελεί μια υβριδική μέθοδο με μαθηματικό μοντέλο ή άλλη μεταερευτική στο ίδιο μηχάνημα και για τον ίδιο χρόνο.
- **Συμπληρωματική ML.** Το `extraFraction` είναι απλό, αλλά δεν βρίσκει πάντοτε τις ακριβώς καλύτερες ποσότητες. Η μικρή απόκλιση στα  $n=5$  και η χειρότερη επίδοση στο  $H=6$  δείχνουν ότι η επέκταση χρειάζεται επιπλέον βελτίωση πριν θεωρηθεί κύρια μέθοδος.
- **Οι χρόνοι εξαρτώνται από τον υπολογιστή.** Οι εκτελέσεις έγιναν σε MacBook Air με Apple M4, 24 GB ενιαίας μνήμης και macOS Tahoe, με Java 17. Άλλο υλικό ή άλλη JVM μπορεί να δώσει διαφορετικούς χρόνους.

Οι περιορισμοί δεν ακυρώνουν τα αποτελέσματα. Δείχνουν πού ισχύουν: σε αυτή την οικογένεια προβλημάτων ενός οχήματος, με κύρια πολιτική την ΟΥ, με συμπληρωματική δοκιμή ML και με τις συγκεκριμένες ρυθμίσεις.

### 6.3 Ιδέες για μελλοντική έρευνα

1. **Περαιτέρω έλεγχος της ML.** Σε μελλοντική εργασία ο PSO μπορεί να επιλέγει ημέρες και διαδρομές, ενώ ένα γραμμικό πρόγραμμα θα βρίσκει ακριβώς τις καλύτερες ποσότητες.
2. **2-opt μόνο όταν χρειάζεται.** Η πλήρης 2-opt μπορεί να εφαρμόζεται μόνο στις καλές υποψήφιες λύσεις ή όταν το gBest έχει σταματήσει να βελτιώνεται. Έτσι μπορεί να μειωθεί ο χρόνος.
3. **Διατήρηση διαφορετικών υποψήφιων λύσεων.** Μπορεί να μετριέται πόσο διαφέρουν οι ημέρες, οι πελάτες, οι σειρές και οι ποσότητες. Αν όλες οι υποψήφιες

λύσεις γίνουν πολύ όμοιες, μπορεί να αυξηθεί η πιθανότητα τυχαίας αλλαγής ή να επανεκκινηθεί μέρος της ομάδας λύσεων.

4. **Πληρέστερη ανάλυση ρυθμίσεων.** Οι ίδιες αρχικές τιμές τυχειότητας, τα διαστήματα εμπιστοσύνης και ένας σχεδιασμός που εξετάζει συνδυασμούς ρυθμίσεων μπορούν να ελέγξουν μαζί το πλήθος λύσεων, τις επαναλήψεις και το μέγιστο μήκος της λίστας αλλαγών.
5. **Πολλά οχήματα και προϊόντα.** Η λύση μπορεί να περιέχει μία λίστα διαδρομών ανά όχημα και ημέρα. Θα χρειαστούν νέες κινήσεις αλλαγής για ανάθεση και ανταλλαγή οχημάτων.
6. **Άγνωστη και μεταβαλλόμενη ζήτηση.** Ένας PSO με κυλιόμενο χρονικό ορίζοντα θα μπορεί να ενημερώνει το πρόγραμμα όταν έρχονται νέες προβλέψεις.
7. **Νεότερα σύνολα δοκιμών αναφοράς.** Τα προβλήματα δοκιμής των Skålnes et al. (2024) προσφέρουν δυσκολότερο έλεγχο. Μια δίκαιη σύγκριση με άλλες μεθόδους χρειάζεται ίδιο κόστος, ίδιο χρονικό όριο και πολλές αρχικές τιμές τυχειότητας.
8. **Παράλληλος υπολογισμός.** Οι υποψήφιες λύσεις μπορούν να αξιολογούνται ταυτόχρονα. Επίσης, μια μικρή αλλαγή θα μπορούσε να ενημερώνει μόνο το τμήμα του κόστους που επηρεάζεται, αντί να υπολογίζεται ξανά όλος ο ορίζοντας.

Συνολικά, ο PSO με άμεσες κινήσεις αλλαγής λειτούργησε σωστά και έδωσε ανταγωνιστικά αποτελέσματα στο εξεταζόμενο IRP. Η βασική του αξία είναι ότι οι λύσεις και οι κινήσεις είναι κατανοητές. Πάνω σε αυτή τη βάση μπορούν να προστεθούν ακριβέστερες ποσότητες, ταχύτερη τοπική αναζήτηση και περισσότερα οχήματα, χωρίς επιστροφή σε έναν δύσκολο μηχανισμό μετατροπής.

## Βιβλιογραφία

- Alvarez, A., Munari, P., & Morabito, R. (2018). Iterated local search and simulated annealing algorithms for the inventory routing problem. *International Transactions in Operational Research*, 25(6), 1785–1809. <https://doi.org/10.1111/itor.12547>
- Archetti, C., & Bertazzi, L. (2021). Recent challenges in routing and inventory routing: E-commerce and last-mile delivery. *Networks*, 77(2), 255–268. <https://doi.org/10.1002/net.21995>
- Archetti, C., Bertazzi, L., Hertz, A., & Speranza, M. G. (2012). A hybrid heuristic for an inventory routing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 24(1), 101–116. <https://doi.org/10.1287/ijoc.1100.0439>
- Archetti, C., Bertazzi, L., Laporte, G., & Speranza, M. G. (2007). A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem. *Transportation Science*, 41(3), 382–391. <https://doi.org/10.1287/trsc.1060.0188>
- Archetti, C., Boland, N., & Speranza, M. G. (2017). A matheuristic for the multivehicle inventory routing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 29(3), 377–387. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2016.0737>
- Bertazzi, L., Paletta, G., & Speranza, M. G. (2002). Deterministic order-up-to level policies in an inventory routing problem. *Transportation Science*, 36(1), 119–132. <https://doi.org/10.1287/trsc.36.1.119.573>
- Campbell, A. M., & Savelsbergh, M. W. P. (2004). A decomposition approach for the inventory-routing problem. *Transportation Science*, 38(4), 488–502. <https://doi.org/10.1287/trsc.1030.0054>
- Coelho, L. C., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2014). Thirty years of inventory routing. *Transportation Science*, 48(1), 1–19. <https://doi.org/10.1287/trsc.2013.0472>
- Croes, G. A. (1958). A method for solving traveling-salesman problems. *Operations Research*, 6(6), 791–812. <https://doi.org/10.1287/opre.6.6.791>
- Desaulniers, G., Rakke, J. G., & Coelho, L. C. (2016). A branch-price-and-cut algorithm for the inventory-routing problem. *Transportation Science*, 50(3), 1060–1076. <https://doi.org/10.1287/trsc.2015.0635>
- Kechagiopoulos, P. N., & Beligiannis, G. N. (2014). Solving the urban transit routing problem using a particle swarm optimization based algorithm. *Applied Soft Computing*, 21, 654–676. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.04.005>
- Kennedy, J., & Eberhart, R. C. (1995). Particle swarm optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, 4, 1942–1948. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>
- Kennedy, J., & Eberhart, R. C. (1997). A discrete binary version of the particle swarm algorithm. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, 5, 4104–4108. <https://doi.org/10.1109/ICSMC.1997.637339>
- Kennedy, J., Eberhart, R. C., & Shi, Y. (2001). *Swarm intelligence*. Morgan Kaufmann.
- Kheiri, A. (2020). Heuristic sequence selection for inventory routing problem. *Transportation Science*, 54(2), 302–312. <https://doi.org/10.1287/trsc.2019.0934>
- Kourepinis, A., Iliopoulou, C., Tassopoulos, I., Aroniadi, A., & Beligiannis, G. N. (2023). An improved particle swarm optimization algorithm for the urban transit routing problem. *Electronics*, 12(15), 3358. <https://doi.org/10.3390/electronics12153358>

- Poli, R., Kennedy, J., & Blackwell, T. (2007). Particle swarm optimization. *Swarm Intelligence*, 1, 33–57.  
<https://doi.org/10.1007/s11721-007-0002-0>
- Santos, E., Ochi, L. S., Simonetti, L., & González, P. H. (2016). A hybrid heuristic based on iterated local search for multivehicle inventory routing problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 52, 197–204.  
<https://doi.org/10.1016/j.endm.2016.03.026>
- Shi, Y., & Eberhart, R. C. (1998). A modified particle swarm optimizer. *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, 69–73. <https://doi.org/10.1109/ICEC.1998.699146>
- Skålnes, J., Ben Ahmed, W., Hvattum, L. M., & Stålhane, M. (2024). New benchmark instances for the inventory routing problem. *European Journal of Operational Research*, 313(3), 992–1014.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.08.010>
- Solyali, O., & Süral, H. (2011). A branch-and-cut algorithm using a strong formulation and an a priori tour-based heuristic for an inventory-routing problem. *Transportation Science*, 45(3), 335–345.  
<https://doi.org/10.1287/trsc.1100.0354>
- Tassopoulos, I. X., & Beligiannis, G. N. (2012). A hybrid particle swarm optimization based algorithm for high school timetabling problems. *Applied Soft Computing*, 12(11), 3472–3489.  
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2012.05.029>

## Παράρτημα Α — Έλεγχος υπολογισμού κόστους

### A.1 Κύριος ακριβής έλεγχος ΟΥ και συμπληρωματικός έλεγχος ML

Οι ακριβείς επιλυτές χρησιμοποιούνται μόνο για έλεγχο και δεν αποτελούν μέρος του PSO. Ο κύριος επιλυτής ελέγχει την ΟΥ, ενώ ένας δεύτερος ελέγχει συμπληρωματικά την ML. Και οι δύο διαβάζουν ξανά τα αρχεία `.dat`, δημιουργούν μόνοι τους τις αποστάσεις NINT και υπολογίζουν το κόστος χωρίς να καλούν κλάσεις της Java. Έτσι μειώνεται η πιθανότητα να επαναλάβουν το ίδιο λάθος.

Exact ΟΥ:

για κάθε συνδυασμό  $H$  δυαδικών `masks` επισκέψεων:  
προσομοίωσε ΟΥ ποσότητες, αποθέματα, παραγωγή και χωρητικότητα  
για κάθε ημέρα λύσε ακριβώς το TSP με όλες τις μεταθέσεις  
κράτησε το μικρότερο εφικτό συνολικό κόστος

Συμπληρωματικός Exact ML:

για κάθε εφικτό πρόγραμμα επισκέψεων:  
επίλυσε LP ποσοτήτων με ισοζύγια και όρια  
πρόσθεσε ακριβές ημερήσιο TSP και κράτησε το ελάχιστο

Η εξαντλητική προσέγγιση είναι πρακτική μόνο για  $n=5$ . Για  $H=3$  υπάρχουν  $2^{15}=32.768$  πιθανά προγράμματα επίσκεψης, ενώ ένα ημερήσιο σύνολο πέντε πελατών μπορεί να απαιτεί έως  $5!=120$  μεταθέσεις. Η αύξηση σε  $n=10$  οδηγεί ήδη σε  $2^{30}$  προγράμματα πριν από τις μεταθέσεις.

### A.2 Ακριβείς λύσεις μικρών προβλημάτων

Πίνακας 24. Κύριες λύσεις ΟΥ και συμπληρωματικές λύσεις ML για  $n=5$ ,  $H=3$

| Πολιτική | Κατηγορία | Πρόβλημα εισόδου | Βέλτιστη τιμή | Επισκέψεις ανά ημέρα          | Ποσότητες ML (συμπλ.)                                                        |
|----------|-----------|------------------|---------------|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| ΟΥ       | High-H3   | abs1n5           | 2.149,80      | [[3], [1, 2, 4, 5], [3]]      | —                                                                            |
| ΟΥ       | High-H3   | abs2n5           | 1.959,05      | [[], [1, 2, 5], [3, 4]]       | —                                                                            |
| ΟΥ       | High-H3   | abs3n5           | 3.265,44      | [[2, 3], [1, 2, 4, 5], [3]]   | —                                                                            |
| ΟΥ       | High-H3   | abs4n5           | 2.034,44      | [[1, 3, 5], [1, 2, 3, 4], []] | —                                                                            |
| ΟΥ       | High-H3   | abs5n5           | 2.362,16      | [[], [1, 2, 4, 5], [3]]       | —                                                                            |
| ΟΥ       | Low-H3    | abs1n5           | 1.281,68      | [[3], [1, 2, 4, 5], [3]]      | —                                                                            |
| ΟΥ       | Low-H3    | abs2n5           | 1.176,63      | [[], [1, 2, 5], [3, 4]]       | —                                                                            |
| ΟΥ       | Low-H3    | abs3n5           | 2.020,65      | [[2, 3], [1, 2, 4, 5], [3]]   | —                                                                            |
| ΟΥ       | Low-H3    | abs4n5           | 1.449,43      | [[1, 3, 5], [1, 2, 3, 4], []] | —                                                                            |
| ΟΥ       | Low-H3    | abs5n5           | 1.165,40      | [[], [1, 2, 4, 5], [3]]       | —                                                                            |
| ML       | High-H3   | abs1n5           | 2.108,34      | [[], [1, 2, 3, 4, 5], []]     | {"c2_t2": 92.0, "c3_t2": 35.0, "c4_t2": 116.0, "c5_t2": 24.0, "c6_t2": 22.0} |

| Πολιτική | Κατηγορία | Πρόβλημα εισόδου | Βέλτιστη τιμή | Επισκέψεις ανά ημέρα          | Ποσότητες ML (συμπλ.)                                                                                      |
|----------|-----------|------------------|---------------|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ML       | High-H3   | abs2n5           | 1.767,06      | [[1, 2, 3, 4, 5], []]         | {"c2_t2": 31.0, "c3_t2": 120.0, "c4_t2": 24.0, "c5_t2": 38.0, "c6_t2": 24.0}                               |
| ML       | High-H3   | abs3n5           | 2.973,00      | [[3], [1, 2, 4, 5], [3]]      | {"c2_t2": 174.0, "c3_t2": 172.0, "c4_t1": 65.0, "c4_t3": 65.0, "c5_t2": 53.0, "c6_t2": 13.0}               |
| ML       | High-H3   | abs4n5           | 1.981,04      | [[1, 3], [1, 2, 3, 4, 5], []] | {"c2_t1": 53.0, "c2_t2": 53.0, "c3_t2": 42.0, "c4_t1": 24.0, "c4_t2": 24.0, "c5_t2": 134.0, "c6_t2": 14.0} |
| ML       | High-H3   | abs5n5           | 2.170,04      | [[1, 2, 3, 4, 5], []]         | {"c2_t2": 19.0, "c3_t2": 47.0, "c4_t2": 72.0, "c5_t2": 162.0, "c6_t2": 15.0}                               |
| ML       | Low-H3    | abs1n5           | 1.235,92      | [[1, 2, 3, 4, 5], []]         | {"c2_t2": 92.0, "c3_t2": 35.0, "c4_t2": 116.0, "c5_t2": 24.0, "c6_t2": 22.0}                               |
| ML       | Low-H3    | abs2n5           | 988,66        | [[1, 2, 3, 4, 5], []]         | {"c2_t2": 31.0, "c3_t2": 120.0, "c4_t2": 24.0, "c5_t2": 38.0, "c6_t2": 24.0}                               |
| ML       | Low-H3    | abs3n5           | 1.758,02      | [[3], [1, 2, 4, 5], [3]]      | {"c2_t2": 174.0, "c3_t2": 172.0, "c4_t1": 65.0, "c4_t3": 65.0, "c5_t2": 53.0, "c6_t2": 13.0}               |
| ML       | Low-H3    | abs4n5           | 1.397,29      | [[1, 3], [1, 2, 3, 4, 5], []] | {"c2_t1": 53.0, "c2_t2": 53.0, "c3_t2": 42.0, "c4_t1": 24.0, "c4_t2": 24.0, "c5_t2": 134.0, "c6_t2": 14.0} |
| ML       | Low-H3    | abs5n5           | 999,42        | [[1, 2, 3, 4, 5], []]         | {"c2_t2": 19.0, "c3_t2": 47.0, "c4_t2": 72.0, "c5_t2": 162.0, "c6_t2": 15.0}                               |

Οι πελάτες στις λίστες επισκέψεων αριθμούνται από 1 έως 5 με βάση τη σειρά τους στο αρχείο του προβλήματος. Στον πίνακα εμφανίζονται πρώτα οι κύριες λύσεις ΟΥ. Οι συμπληρωματικές ποσότητες ML καταγράφονται μόνο όταν γίνεται θετική παράδοση. Η πλήρης αναπαραγωγή περιγράφεται στο Παράρτημα Γ.

### Α.3 Έλεγχος της σύμβασης H+1

Το κόστος αποθέματος χρεώνεται στην αρχική κατάσταση και σε κάθε τέλος περιόδου. Για το `highcost\_H3/abs1n5`, η αρχική σταθερά είναι 237,46. Οι χρεώσεις τέλους ημέρας είναι 244,31, 235,72 και 244,31, άρα το συνολικό κόστος αποθέματος είναι 961,80. Αν αφαιρούνταν η αρχική σταθερά, το κόστος θα γινόταν 724,34 και το συνολικό 1.912,34, τιμή που δεν είναι συγκρίσιμη με το δημοσιευμένο  $z^*=2.149,80$ .

Πίνακας 25. Ανάλυση κόστους αποθέματος του παραδείγματος

| Κατάσταση      | Προμηθευτής | Πελάτες | Σύνολο |
|----------------|-------------|---------|--------|
| Αρχική t=0     | 153,00      | 84,46   | 237,46 |
| Τέλος ημέρας 1 | 193,50      | 50,81   | 244,31 |
| Τέλος ημέρας 2 | 170,40      | 65,32   | 235,72 |

| Κατάσταση      | Προμηθευτής | Πελάτες | Σύνολο |
|----------------|-------------|---------|--------|
| Τέλος ημέρας 3 | 193,50      | 50,81   | 244,31 |
| Σύνολο         | 710,40      | 251,40  | 961,80 |

## Παράρτημα Β — Κύρια αποτελέσματα ΟΥ και συμπληρωματικά αποτελέσματα ML

Οι ενότητες Β.1–Β.4 περιέχουν τα κύρια αποτελέσματα ΟΥ από 30 αρχικές τιμές τυχαιότητας. Το `Best gap` συγκρίνει μόνο την ΟΥ με το δημοσιευμένο  $z^*$ . Οι ενότητες Β.5–Β.8 κρατούν, για πληρότητα, τη συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML. Εκεί θετικό κέρδος σημαίνει χαμηλότερο μέσο κόστος ML.

### Β.1 Αποτελέσματα ΟΥ — High-H3

Πίνακας 26. ΟΥ ανά πρόβλημα — High-H3

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | $z^*$    | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητότητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με $Z^*$ ) |
|------------------|----|---|----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------|--------------------------------|
| abs1n5           | 5  | 3 | 2.149,80 | 2.149,80                  | 2.149,80              | -0,00%               | 0,00%                 | 0,304         | Ναι                            |
| abs2n5           | 5  | 3 | 1.959,05 | 1.959,05                  | 1.959,05              | -0,00%               | 0,00%                 | 0,030         | Ναι                            |
| abs3n5           | 5  | 3 | 3.265,44 | 3.265,44                  | 3.265,44              | -0,00%               | 0,00%                 | 0,027         | Ναι                            |
| abs4n5           | 5  | 3 | 2.034,44 | 2.034,44                  | 2.034,44              | 0,00%                | 0,00%                 | 0,043         | Ναι                            |
| abs5n5           | 5  | 3 | 2.362,16 | 2.362,16                  | 2.362,16              | -0,00%               | 0,00%                 | 0,032         | Ναι                            |
| abs1n10          | 10 | 3 | 4.970,62 | 4.970,62                  | 5.014,79              | -0,00%               | 0,57%                 | 0,102         | Ναι                            |
| abs2n10          | 10 | 3 | 4.803,17 | 4.803,17                  | 4.803,17              | -0,00%               | 0,00%                 | 0,059         | Ναι                            |
| abs3n10          | 10 | 3 | 4.289,84 | 4.289,84                  | 4.289,84              | 0,00%                | 0,00%                 | 0,064         | Ναι                            |
| abs4n10          | 10 | 3 | 4.347,06 | 4.347,06                  | 4.347,06              | -0,00%               | 0,00%                 | 0,102         | Ναι                            |
| abs5n10          | 10 | 3 | 5.041,62 | 5.048,44                  | 5.060,95              | 0,14%                | 0,09%                 | 0,051         | Όχι                            |
| abs1n15          | 15 | 3 | 5.713,84 | 5.713,84                  | 5.729,61              | 0,00%                | 0,25%                 | 0,110         | Ναι                            |
| abs2n15          | 15 | 3 | 5.821,04 | 5.822,88                  | 5.825,09              | 0,03%                | 0,18%                 | 0,107         | Όχι                            |
| abs3n15          | 15 | 3 | 6.711,25 | 6.711,25                  | 6.774,17              | -0,00%               | 1,45%                 | 0,117         | Ναι                            |
| abs4n15          | 15 | 3 | 5.227,56 | 5.285,20                  | 5.397,38              | 1,10%                | 1,02%                 | 0,295         | Όχι                            |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*        | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητότητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με Z*) |
|------------------|----|---|-----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------|----------------------------|
| abs5n15          | 15 | 3 | 5.210,85  | 5.283,40                  | 5.405,66              | 1,39%                | 0,83%                 | 0,118         | Όχι                        |
| abs1n20          | 20 | 3 | 7.353,82  | 7.471,61                  | 7.586,87              | 1,60%                | 1,94%                 | 0,141         | Όχι                        |
| abs2n20          | 20 | 3 | 7.385,03  | 7.424,39                  | 7.454,84              | 0,53%                | 0,42%                 | 0,233         | Όχι                        |
| abs3n20          | 20 | 3 | 7.903,97  | 7.953,26                  | 8.035,74              | 0,62%                | 0,84%                 | 0,191         | Όχι                        |
| abs4n20          | 20 | 3 | 7.050,91  | 7.321,69                  | 7.579,04              | 3,84%                | 0,87%                 | 0,330         | Όχι                        |
| abs5n20          | 20 | 3 | 8.405,83  | 8.462,14                  | 8.516,72              | 0,67%                | 0,83%                 | 0,241         | Όχι                        |
| abs1n25          | 25 | 3 | 8.657,70  | 8.792,68                  | 8.836,41              | 1,56%                | 0,61%                 | 0,341         | Όχι                        |
| abs2n25          | 25 | 3 | 9.266,87  | 9.318,54                  | 9.387,50              | 0,56%                | 0,57%                 | 0,445         | Όχι                        |
| abs3n25          | 25 | 3 | 9.843,60  | 9.843,60                  | 10.043,65             | 0,00%                | 0,92%                 | 0,346         | Ναι                        |
| abs4n25          | 25 | 3 | 8.677,86  | 8.681,86                  | 8.736,90              | 0,05%                | 0,81%                 | 0,394         | Όχι                        |
| abs5n25          | 25 | 3 | 10.857,68 | 10.857,68                 | 10.866,05             | 0,00%                | 0,15%                 | 0,412         | Ναι                        |
| abs1n30          | 30 | 3 | 12.635,55 | 12.704,03                 | 12.882,67             | 0,54%                | 0,70%                 | 0,457         | Όχι                        |
| abs2n30          | 30 | 3 | 11.351,36 | 11.435,13                 | 11.525,78             | 0,74%                | 0,58%                 | 0,618         | Όχι                        |
| abs3n30          | 30 | 3 | 12.509,26 | 12.614,26                 | 12.707,23             | 0,84%                | 0,57%                 | 0,639         | Όχι                        |
| abs4n30          | 30 | 3 | 9.928,35  | 10.046,87                 | 10.172,33             | 1,19%                | 1,15%                 | 0,563         | Όχι                        |
| abs5n30          | 30 | 3 | 10.178,63 | 10.208,03                 | 10.270,55             | 0,29%                | 0,78%                 | 0,971         | Όχι                        |
| abs1n35          | 35 | 3 | 11.984,69 | 12.096,02                 | 12.432,01             | 0,93%                | 1,23%                 | 0,928         | Όχι                        |
| abs2n35          | 35 | 3 | 10.706,91 | 11.049,87                 | 11.125,26             | 3,20%                | 0,64%                 | 1,069         | Όχι                        |
| abs3n35          | 35 | 3 | 14.411,58 | 14.552,70                 | 14.662,89             | 0,98%                | 0,35%                 | 2,167         | Όχι                        |
| abs4n35          | 35 | 3 | 10.844,98 | 10.971,26                 | 11.181,07             | 1,16%                | 0,99%                 | 0,933         | Όχι                        |
| abs5n35          | 35 | 3 | 11.195,87 | 11.200,87                 | 11.446,85             | 0,04%                | 1,29%                 | 1,014         | Όχι                        |
| abs1n40          | 40 | 3 | 14.006,57 | 14.285,13                 | 14.576,79             | 1,99%                | 1,23%                 | 1,099         | Όχι                        |
| abs2n40          | 40 | 3 | 11.722,58 | 11.959,08                 | 12.107,76             | 2,02%                | 0,67%                 | 2,566         | Όχι                        |
| abs3n40          | 40 | 3 | 14.107,14 | 14.401,19                 | 14.547,60             | 2,08%                | 0,63%                 | 2,770         | Όχι                        |
| abs4n40          | 40 | 3 | 11.684,43 | 11.825,35                 | 12.057,68             | 1,21%                | 1,14%                 | 1,596         | Όχι                        |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*        | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητότητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με Z*) |
|------------------|----|---|-----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------|----------------------------|
| abs5n40          | 40 | 3 | 13.536,57 | 13.823,02                 | 14.023,68             | 2,12%                | 1,06%                 | 1,727         | Όχι                        |
| abs1n45          | 45 | 3 | 14.661,20 | 14.978,94                 | 15.113,55             | 2,17%                | 0,77%                 | 2,570         | Όχι                        |
| abs2n45          | 45 | 3 | 13.675,96 | 14.175,44                 | 14.331,95             | 3,65%                | 0,62%                 | 2,442         | Όχι                        |
| abs3n45          | 45 | 3 | 15.316,57 | 15.579,87                 | 15.839,63             | 1,72%                | 0,73%                 | 4,191         | Όχι                        |
| abs4n45          | 45 | 3 | 14.096,84 | 14.202,22                 | 14.402,27             | 0,75%                | 0,76%                 | 1,817         | Όχι                        |
| abs5n45          | 45 | 3 | 13.838,54 | 14.077,21                 | 14.289,77             | 1,73%                | 1,03%                 | 2,899         | Όχι                        |
| abs1n50          | 50 | 3 | 15.235,83 | 15.629,78                 | 15.865,29             | 2,59%                | 0,56%                 | 4,096         | Όχι                        |
| abs2n50          | 50 | 3 | 15.453,78 | 15.711,91                 | 15.923,36             | 1,67%                | 0,80%                 | 3,261         | Όχι                        |
| abs3n50          | 50 | 3 | 15.747,73 | 15.984,58                 | 16.280,05             | 1,50%                | 0,71%                 | 5,593         | Όχι                        |
| abs4n50          | 50 | 3 | 17.163,52 | 17.221,34                 | 17.386,47             | 0,34%                | 0,29%                 | 2,906         | Όχι                        |
| abs5n50          | 50 | 3 | 16.143,06 | 16.464,53                 | 16.719,28             | 1,99%                | 0,89%                 | 3,293         | Όχι                        |

## B.2 Αποτελέσματα ΟΥ — Low-H3

Πίνακας 27. ΟΥ ανά πρόβλημα — Low-H3

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*       | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητότητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με Z*) |
|------------------|----|---|----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------|----------------------------|
| abs1n5           | 5  | 3 | 1.281,68 | 1.281,68                  | 1.281,68              | 0,00%                | 0,00%                 | 0,033         | Ναι                        |
| abs2n5           | 5  | 3 | 1.176,63 | 1.176,63                  | 1.176,63              | 0,00%                | 0,00%                 | 0,044         | Ναι                        |
| abs3n5           | 5  | 3 | 2.020,65 | 2.020,65                  | 2.020,65              | 0,00%                | 0,00%                 | 0,037         | Ναι                        |
| abs4n5           | 5  | 3 | 1.449,43 | 1.449,43                  | 1.449,43              | 0,00%                | 0,00%                 | 0,035         | Ναι                        |
| abs5n5           | 5  | 3 | 1.165,40 | 1.165,40                  | 1.167,37              | 0,00%                | 0,93%                 | 0,036         | Ναι                        |
| abs1n10          | 10 | 3 | 2.167,37 | 2.167,37                  | 2.204,75              | 0,00%                | 2,00%                 | 0,067         | Ναι                        |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*       | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητό-<br>τητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με<br>Z*) |
|------------------|----|---|----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------------|---------------|-------------------------------|
| abs2n10          | 10 | 3 | 2.510,13 | 2.510,13                  | 2.510,13              | 0,00%                | 0,00%                      | 0,077         | Ναι                           |
| abs3n10          | 10 | 3 | 2.099,68 | 2.099,68                  | 2.099,68              | 0,00%                | 0,00%                      | 0,080         | Ναι                           |
| abs4n10          | 10 | 3 | 2.188,01 | 2.188,01                  | 2.188,01              | 0,00%                | 0,00%                      | 0,079         | Ναι                           |
| abs5n10          | 10 | 3 | 2.178,15 | 2.178,15                  | 2.234,88              | 0,00%                | 0,57%                      | 0,077         | Ναι                           |
| abs1n15          | 15 | 3 | 2.236,53 | 2.236,53                  | 2.263,48              | 0,00%                | 0,67%                      | 0,141         | Ναι                           |
| abs2n15          | 15 | 3 | 2.506,21 | 2.506,21                  | 2.506,21              | 0,00%                | 0,00%                      | 0,172         | Ναι                           |
| abs3n15          | 15 | 3 | 2.841,06 | 2.841,06                  | 2.949,15              | 0,00%                | 3,78%                      | 0,178         | Ναι                           |
| abs4n15          | 15 | 3 | 2.430,07 | 2.518,07                  | 2.605,13              | 3,62%                | 1,67%                      | 0,224         | Όχι                           |
| abs5n15          | 15 | 3 | 2.453,50 | 2.526,11                  | 2.667,78              | 2,96%                | 1,54%                      | 0,194         | Όχι                           |
| abs1n20          | 20 | 3 | 2.793,29 | 2.874,56                  | 2.932,81              | 2,91%                | 2,68%                      | 0,211         | Όχι                           |
| abs2n20          | 20 | 3 | 2.799,90 | 2.841,57                  | 2.884,24              | 1,49%                | 1,00%                      | 0,373         | Όχι                           |
| abs3n20          | 20 | 3 | 3.101,60 | 3.148,29                  | 3.210,96              | 1,50%                | 1,65%                      | 0,287         | Όχι                           |
| abs4n20          | 20 | 3 | 3.239,31 | 3.710,38                  | 3.769,49              | 14,54%               | 0,88%                      | 0,440         | Όχι                           |
| abs5n20          | 20 | 3 | 3.330,99 | 3.392,98                  | 3.403,86              | 1,86%                | 0,89%                      | 0,363         | Όχι                           |
| abs1n25          | 25 | 3 | 3.309,64 | 3.444,32                  | 3.478,94              | 4,07%                | 1,57%                      | 0,507         | Όχι                           |
| abs2n25          | 25 | 3 | 3.495,97 | 3.544,55                  | 3.591,05              | 1,39%                | 1,37%                      | 0,716         | Όχι                           |
| abs3n25          | 25 | 3 | 3.481,45 | 3.555,45                  | 3.709,75              | 2,13%                | 2,13%                      | 0,507         | Όχι                           |
| abs4n25          | 25 | 3 | 3.272,74 | 3.276,74                  | 3.319,19              | 0,12%                | 2,02%                      | 0,632         | Όχι                           |
| abs5n25          | 25 | 3 | 3.695,94 | 3.695,94                  | 3.711,25              | 0,00%                | 0,74%                      | 0,865         | Ναι                           |
| abs1n30          | 30 | 3 | 3.918,76 | 3.995,90                  | 4.167,41              | 1,97%                | 1,93%                      | 0,655         | Όχι                           |
| abs2n30          | 30 | 3 | 3.737,11 | 3.807,26                  | 3.919,97              | 1,88%                | 1,28%                      | 0,915         | Όχι                           |
| abs3n30          | 30 | 3 | 3.761,85 | 3.879,34                  | 3.981,40              | 3,12%                | 2,14%                      | 0,920         | Όχι                           |
| abs4n30          | 30 | 3 | 3.532,47 | 3.685,47                  | 3.791,74              | 4,33%                | 2,61%                      | 0,916         | Όχι                           |
| abs5n30          | 30 | 3 | 3.265,89 | 3.307,88                  | 3.381,00              | 1,29%                | 2,68%                      | 1,390         | Όχι                           |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*       | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητό-<br>τητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με<br>Z*) |
|------------------|----|---|----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------------|---------------|-------------------------------|
| abs1n35          | 35 | 3 | 3.694,48 | 3.848,00                  | 4.100,60              | 4,16%                | 3,64%                      | 1,251         | Όχι                           |
| abs2n35          | 35 | 3 | 3.796,80 | 4.063,85                  | 4.156,31              | 7,03%                | 0,81%                      | 1,597         | Όχι                           |
| abs3n35          | 35 | 3 | 4.351,09 | 4.478,65                  | 4.583,17              | 2,93%                | 1,27%                      | 1,944         | Όχι                           |
| abs4n35          | 35 | 3 | 3.766,39 | 3.851,45                  | 4.056,28              | 2,26%                | 2,66%                      | 1,396         | Όχι                           |
| abs5n35          | 35 | 3 | 3.625,57 | 3.630,57                  | 3.871,98              | 0,14%                | 2,93%                      | 1,437         | Όχι                           |
| abs1n40          | 40 | 3 | 4.263,43 | 4.485,52                  | 4.669,60              | 5,21%                | 2,05%                      | 1,652         | Όχι                           |
| abs2n40          | 40 | 3 | 4.166,95 | 4.397,74                  | 4.580,26              | 5,54%                | 1,73%                      | 3,650         | Όχι                           |
| abs3n40          | 40 | 3 | 4.337,30 | 4.607,83                  | 4.799,80              | 6,24%                | 2,00%                      | 2,093         | Όχι                           |
| abs4n40          | 40 | 3 | 3.846,84 | 3.953,47                  | 4.184,37              | 2,77%                | 3,02%                      | 2,332         | Όχι                           |
| abs5n40          | 40 | 3 | 4.013,98 | 4.259,32                  | 4.486,03              | 6,11%                | 2,65%                      | 2,521         | Όχι                           |
| abs1n45          | 45 | 3 | 4.369,38 | 4.655,29                  | 4.836,43              | 6,54%                | 2,48%                      | 3,734         | Όχι                           |
| abs2n45          | 45 | 3 | 4.226,82 | 4.505,61                  | 4.832,19              | 6,60%                | 2,18%                      | 3,163         | Όχι                           |
| abs3n45          | 45 | 3 | 4.317,08 | 4.686,36                  | 4.891,82              | 8,55%                | 2,04%                      | 3,274         | Όχι                           |
| abs4n45          | 45 | 3 | 4.527,95 | 4.620,13                  | 4.840,47              | 2,04%                | 2,14%                      | 2,802         | Όχι                           |
| abs5n45          | 45 | 3 | 3.911,82 | 4.152,04                  | 4.331,07              | 6,14%                | 4,48%                      | 3,992         | Όχι                           |
| abs1n50          | 50 | 3 | 4.629,92 | 4.952,51                  | 5.242,05              | 6,97%                | 2,17%                      | 5,643         | Όχι                           |
| abs2n50          | 50 | 3 | 4.919,75 | 5.142,09                  | 5.432,73              | 4,52%                | 2,22%                      | 4,356         | Όχι                           |
| abs3n50          | 50 | 3 | 4.868,36 | 5.108,14                  | 5.378,65              | 4,92%                | 2,21%                      | 4,469         | Όχι                           |
| abs4n50          | 50 | 3 | 4.972,25 | 5.021,85                  | 5.187,41              | 1,00%                | 0,99%                      | 3,946         | Όχι                           |
| abs5n50          | 50 | 3 | 4.664,05 | 4.997,76                  | 5.270,04              | 7,16%                | 2,36%                      | 4,492         | Όχι                           |

## Β.3 Αποτελέσματα ΟΥ — High-H6

Πίνακας 28. ΟΥ ανά πρόβλημα — High-H6

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*        | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητότητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με Z*) |
|------------------|----|---|-----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------|----------------------------|
| abs1n5           | 5  | 6 | 5.942,82  | 5.955,82                  | 5.955,82              | 0,22%                | 0,00%                 | 0,090         | Όχι                        |
| abs2n5           | 5  | 6 | 5.045,91  | 5.045,91                  | 5.053,15              | -0,00%               | 0,18%                 | 0,161         | Ναι                        |
| abs3n5           | 5  | 6 | 6.956,28  | 6.956,28                  | 6.972,70              | -0,00%               | 0,30%                 | 0,073         | Ναι                        |
| abs4n5           | 5  | 6 | 5.163,42  | 5.163,42                  | 5.182,20              | -0,00%               | 0,87%                 | 0,112         | Ναι                        |
| abs5n5           | 5  | 6 | 4.581,66  | 4.581,66                  | 4.635,65              | -0,00%               | 0,98%                 | 0,171         | Ναι                        |
| abs1n10          | 10 | 6 | 8.870,15  | 8.967,48                  | 9.098,90              | 1,10%                | 0,44%                 | 0,494         | Όχι                        |
| abs2n10          | 10 | 6 | 8.569,73  | 8.569,73                  | 8.842,01              | -0,00%               | 1,42%                 | 0,484         | Ναι                        |
| abs3n10          | 10 | 6 | 8.509,81  | 8.509,81                  | 8.719,27              | 0,00%                | 1,38%                 | 0,270         | Ναι                        |
| abs4n10          | 10 | 6 | 8.792,29  | 8.883,29                  | 9.093,77              | 1,03%                | 0,84%                 | 0,287         | Όχι                        |
| abs5n10          | 10 | 6 | 9.620,07  | 9.689,59                  | 9.998,41              | 0,72%                | 1,03%                 | 0,502         | Όχι                        |
| abs1n15          | 15 | 6 | 12.118,83 | 12.259,61                 | 12.788,95             | 1,16%                | 1,49%                 | 0,927         | Όχι                        |
| abs2n15          | 15 | 6 | 11.932,10 | 12.499,53                 | 12.561,92             | 4,75%                | 0,30%                 | 0,859         | Όχι                        |
| abs3n15          | 15 | 6 | 13.554,15 | 13.898,96                 | 14.083,58             | 2,54%                | 0,57%                 | 0,599         | Όχι                        |
| abs4n15          | 15 | 6 | 10.618,55 | 11.014,51                 | 11.309,66             | 3,73%                | 1,18%                 | 0,594         | Όχι                        |
| abs5n15          | 15 | 6 | 10.385,54 | 10.542,54                 | 10.868,72             | 1,51%                | 1,82%                 | 1,134         | Όχι                        |
| abs1n20          | 20 | 6 | 14.702,95 | 15.198,49                 | 15.368,02             | 3,37%                | 0,34%                 | 1,414         | Όχι                        |
| abs2n20          | 20 | 6 | 14.646,96 | 14.906,36                 | 15.259,56             | 1,77%                | 1,19%                 | 1,678         | Όχι                        |
| abs3n20          | 20 | 6 | 14.532,91 | 15.325,70                 | 15.537,31             | 5,46%                | 0,76%                 | 1,001         | Όχι                        |
| abs4n20          | 20 | 6 | 14.539,72 | 15.266,26                 | 15.540,53             | 5,00%                | 0,82%                 | 1,377         | Όχι                        |
| abs5n20          | 20 | 6 | 15.896,71 | 16.473,27                 | 16.604,22             | 3,63%                | 0,43%                 | 1,944         | Όχι                        |
| abs1n25          | 25 | 6 | 15.581,47 | 16.422,39                 | 16.706,56             | 5,40%                | 0,89%                 | 2,492         | Όχι                        |
| abs2n25          | 25 | 6 | 16.823,16 | 17.255,76                 | 17.320,95             | 2,57%                | 0,22%                 | 2,489         | Όχι                        |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*        | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητότητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με Z*) |
|------------------|----|---|-----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------|----------------------------|
| abs3n25          | 25 | 6 | 18.098,02 | 18.911,50                 | 19.111,88             | 4,50%                | 0,87%                 | 1,731         | Όχι                        |
| abs4n25          | 25 | 6 | 16.303,69 | 16.871,26                 | 17.143,98             | 3,48%                | 0,87%                 | 3,381         | Όχι                        |
| abs5n25          | 25 | 6 | 19.047,70 | 19.386,60                 | 19.725,92             | 1,78%                | 1,49%                 | 2,907         | Όχι                        |
| abs1n30          | 30 | 6 | 23.183,99 | 23.959,47                 | 24.703,85             | 3,35%                | 1,42%                 | 3,188         | Όχι                        |
| abs2n30          | 30 | 6 | 20.090,29 | 20.810,05                 | 21.006,10             | 3,58%                | 0,42%                 | 3,972         | Όχι                        |
| abs3n30          | 30 | 6 | 23.382,73 | 23.881,21                 | 24.322,76             | 2,13%                | 0,60%                 | 2,772         | Όχι                        |
| abs4n30          | 30 | 6 | 17.649,53 | 18.663,28                 | 18.898,00             | 5,74%                | 0,80%                 | 3,502         | Όχι                        |
| abs5n30          | 30 | 6 | 18.979,93 | 20.037,28                 | 20.258,05             | 5,57%                | 0,74%                 | 4,530         | Όχι                        |

## B.4 Αποτελέσματα ΟΥ — Low-H6

Πίνακας 29. ΟΥ ανά πρόβλημα — Low-H6

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*       | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητότητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με Z*) |
|------------------|----|---|----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------|----------------------------|
| abs1n5           | 5  | 6 | 3.335,24 | 3.348,24                  | 3.349,51              | 0,39%                | 0,12%                 | 0,123         | Όχι                        |
| abs2n5           | 5  | 6 | 2.722,33 | 2.722,33                  | 2.724,51              | 0,00%                | 0,25%                 | 0,184         | Ναι                        |
| abs3n5           | 5  | 6 | 4.776,00 | 4.776,00                  | 4.790,15              | 0,00%                | 0,41%                 | 0,151         | Ναι                        |
| abs4n5           | 5  | 6 | 3.246,66 | 3.246,66                  | 3.268,11              | 0,00%                | 1,54%                 | 0,148         | Ναι                        |
| abs5n5           | 5  | 6 | 2.419,67 | 2.419,67                  | 2.467,46              | 0,00%                | 1,65%                 | 0,189         | Ναι                        |
| abs1n10          | 10 | 6 | 4.499,25 | 4.562,96                  | 4.735,98              | 1,42%                | 1,00%                 | 0,486         | Όχι                        |
| abs2n10          | 10 | 6 | 5.236,98 | 5.244,35                  | 5.473,75              | 0,14%                | 1,97%                 | 0,530         | Όχι                        |
| abs3n10          | 10 | 6 | 4.652,53 | 4.652,53                  | 4.894,40              | 0,00%                | 3,81%                 | 0,421         | Ναι                        |
| abs4n10          | 10 | 6 | 5.104,91 | 5.125,29                  | 5.376,05              | 0,40%                | 1,38%                 | 0,418         | Όχι                        |
| abs5n10          | 10 | 6 | 4.670,76 | 4.708,71                  | 5.036,60              | 0,81%                | 2,09%                 | 0,508         | Όχι                        |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | z*       | Best<br>(Καλύτερο κόστος) | Mean<br>(Μέσο κόστος) | Καλύτερη<br>απόκλιση | CV<br>(Μεταβλητότητα) | s<br>(Χρόνος) | Match<br>(Ταίριασμα με Z*) |
|------------------|----|---|----------|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------|----------------------------|
| abs1n15          | 15 | 6 | 5.462,68 | 5.673,36                  | 6.087,03              | 3,86%                | 2,59%                 | 0,992         | Όχι                        |
| abs2n15          | 15 | 6 | 5.494,74 | 5.824,87                  | 6.031,46              | 6,01%                | 1,51%                 | 1,038         | Όχι                        |
| abs3n15          | 15 | 6 | 6.060,38 | 6.402,00                  | 6.567,94              | 5,64%                | 1,18%                 | 0,891         | Όχι                        |
| abs4n15          | 15 | 6 | 5.504,65 | 6.011,47                  | 6.159,52              | 9,21%                | 1,55%                 | 0,864         | Όχι                        |
| abs5n15          | 15 | 6 | 5.309,48 | 5.343,62                  | 5.710,20              | 0,64%                | 3,58%                 | 1,128         | Όχι                        |
| abs1n20          | 20 | 6 | 6.490,18 | 7.027,18                  | 7.130,52              | 8,27%                | 0,75%                 | 1,274         | Όχι                        |
| abs2n20          | 20 | 6 | 6.082,54 | 6.372,91                  | 6.741,27              | 4,77%                | 3,16%                 | 1,732         | Όχι                        |
| abs3n20          | 20 | 6 | 6.950,20 | 7.766,91                  | 7.956,22              | 11,75%               | 0,92%                 | 1,682         | Όχι                        |
| abs4n20          | 20 | 6 | 7.432,78 | 8.286,50                  | 8.480,91              | 11,49%               | 1,21%                 | 1,860         | Όχι                        |
| abs5n20          | 20 | 6 | 7.210,73 | 7.798,48                  | 7.918,02              | 8,15%                | 0,78%                 | 1,921         | Όχι                        |
| abs1n25          | 25 | 6 | 7.095,86 | 7.878,35                  | 8.205,90              | 11,03%               | 1,62%                 | 2,851         | Όχι                        |
| abs2n25          | 25 | 6 | 7.484,84 | 7.935,36                  | 7.998,17              | 6,02%                | 0,46%                 | 3,189         | Όχι                        |
| abs3n25          | 25 | 6 | 7.728,76 | 8.455,52                  | 8.794,05              | 9,40%                | 1,65%                 | 2,701         | Όχι                        |
| abs4n25          | 25 | 6 | 7.509,02 | 8.153,41                  | 8.364,74              | 8,58%                | 2,01%                 | 3,246         | Όχι                        |
| abs5n25          | 25 | 6 | 7.452,28 | 7.864,77                  | 8.130,69              | 5,54%                | 3,27%                 | 2,998         | Όχι                        |
| abs1n30          | 30 | 6 | 8.319,59 | 9.146,21                  | 9.788,75              | 9,94%                | 3,49%                 | 3,648         | Όχι                        |
| abs2n30          | 30 | 6 | 7.761,53 | 8.445,27                  | 8.688,59              | 8,81%                | 1,16%                 | 5,051         | Όχι                        |
| abs3n30          | 30 | 6 | 8.214,55 | 8.961,90                  | 9.217,21              | 9,10%                | 1,33%                 | 4,286         | Όχι                        |
| abs4n30          | 30 | 6 | 7.574,80 | 8.360,53                  | 8.921,36              | 10,37%               | 1,91%                 | 3,595         | Όχι                        |
| abs5n30          | 30 | 6 | 7.366,47 | 8.284,06                  | 8.558,81              | 12,46%               | 1,50%                 | 4,702         | Όχι                        |

## B.5 Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — High-H3

Πίνακας 30. Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — High-H3

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best  | ML best  | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|----------|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs1n5           | 5  | 3 | 2.149,80 | 2.108,35 | 2.149,80                 | 2.108,55                 | 1,92%                          | 0,00%                    | 0,01%                    |
| abs2n5           | 5  | 3 | 1.959,05 | 1.767,23 | 1.959,05                 | 1.768,29                 | 9,74%                          | 0,00%                    | 0,05%                    |
| abs3n5           | 5  | 3 | 3.265,44 | 2.973,00 | 3.265,44                 | 2.973,00                 | 8,96%                          | 0,00%                    | 0,00%                    |
| abs4n5           | 5  | 3 | 2.034,44 | 1.987,82 | 2.034,44                 | 1.988,24                 | 2,27%                          | 0,00%                    | 0,02%                    |
| abs5n5           | 5  | 3 | 2.362,16 | 2.170,04 | 2.362,16                 | 2.170,04                 | 8,13%                          | 0,00%                    | 0,00%                    |
| abs1n10          | 10 | 3 | 4.970,62 | 4.530,91 | 5.014,79                 | 4.535,22                 | 9,56%                          | 0,57%                    | 0,06%                    |
| abs2n10          | 10 | 3 | 4.803,17 | 4.504,61 | 4.803,17                 | 4.514,92                 | 6,00%                          | 0,00%                    | 1,12%                    |
| abs3n10          | 10 | 3 | 4.289,84 | 4.031,71 | 4.289,84                 | 4.047,65                 | 5,65%                          | 0,00%                    | 1,34%                    |
| abs4n10          | 10 | 3 | 4.347,06 | 3.933,54 | 4.347,06                 | 3.934,56                 | 9,49%                          | 0,00%                    | 0,02%                    |
| abs5n10          | 10 | 3 | 5.048,44 | 4.725,13 | 5.060,95                 | 4.725,13                 | 6,64%                          | 0,09%                    | 0,00%                    |
| abs1n15          | 15 | 3 | 5.713,84 | 5.613,98 | 5.729,61                 | 5.635,41                 | 1,64%                          | 0,25%                    | 0,60%                    |
| abs2n15          | 15 | 3 | 5.822,88 | 5.455,46 | 5.825,09                 | 5.485,49                 | 5,83%                          | 0,18%                    | 1,59%                    |
| abs3n15          | 15 | 3 | 6.711,25 | 6.304,25 | 6.774,17                 | 6.382,69                 | 5,78%                          | 1,45%                    | 2,37%                    |
| abs4n15          | 15 | 3 | 5.285,20 | 5.063,30 | 5.397,38                 | 5.089,05                 | 5,71%                          | 1,02%                    | 1,56%                    |
| abs5n15          | 15 | 3 | 5.283,40 | 4.867,53 | 5.405,66                 | 4.872,79                 | 9,86%                          | 0,83%                    | 0,28%                    |
| abs1n20          | 20 | 3 | 7.471,61 | 6.864,43 | 7.586,87                 | 7.057,94                 | 6,97%                          | 1,94%                    | 3,43%                    |
| abs2n20          | 20 | 3 | 7.424,39 | 7.108,38 | 7.454,84                 | 7.274,06                 | 2,43%                          | 0,42%                    | 2,45%                    |
| abs3n20          | 20 | 3 | 7.953,26 | 7.482,91 | 8.035,74                 | 7.592,03                 | 5,52%                          | 0,84%                    | 2,26%                    |
| abs4n20          | 20 | 3 | 7.321,69 | 7.013,13 | 7.579,04                 | 7.058,43                 | 6,87%                          | 0,87%                    | 0,40%                    |
| abs5n20          | 20 | 3 | 8.462,14 | 8.069,49 | 8.516,72                 | 8.245,90                 | 3,18%                          | 0,83%                    | 1,81%                    |
| abs1n25          | 25 | 3 | 8.792,68 | 8.232,17 | 8.836,41                 | 8.457,60                 | 4,29%                          | 0,61%                    | 2,92%                    |
| abs2n25          | 25 | 3 | 9.318,54 | 8.804,39 | 9.387,50                 | 9.006,30                 | 4,06%                          | 0,57%                    | 2,22%                    |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best   | ML best   | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|-----------|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs3n25          | 25 | 3 | 9.843,60  | 9.511,76  | 10.043,65                | 9.761,34                 | 2,81%                          | 0,92%                    | 1,77%                    |
| abs4n25          | 25 | 3 | 8.681,86  | 8.463,67  | 8.736,90                 | 8.521,40                 | 2,47%                          | 0,81%                    | 0,84%                    |
| abs5n25          | 25 | 3 | 10.857,68 | 10.278,78 | 10.866,05                | 10.636,48                | 2,11%                          | 0,15%                    | 1,72%                    |
| abs1n30          | 30 | 3 | 12.704,03 | 12.207,05 | 12.882,67                | 12.611,56                | 2,10%                          | 0,70%                    | 1,84%                    |
| abs2n30          | 30 | 3 | 11.435,13 | 11.075,41 | 11.525,78                | 11.342,70                | 1,59%                          | 0,58%                    | 1,51%                    |
| abs3n30          | 30 | 3 | 12.614,26 | 12.154,13 | 12.707,23                | 12.427,92                | 2,20%                          | 0,57%                    | 1,57%                    |
| abs4n30          | 30 | 3 | 10.046,87 | 9.757,87  | 10.172,33                | 9.929,45                 | 2,39%                          | 1,15%                    | 1,27%                    |
| abs5n30          | 30 | 3 | 10.208,03 | 9.889,43  | 10.270,55                | 10.087,49                | 1,78%                          | 0,78%                    | 1,73%                    |
| abs1n35          | 35 | 3 | 12.096,02 | 11.877,54 | 12.432,01                | 12.420,02                | 0,10%                          | 1,23%                    | 2,24%                    |
| abs2n35          | 35 | 3 | 11.049,87 | 10.640,27 | 11.125,26                | 10.946,56                | 1,61%                          | 0,64%                    | 1,86%                    |
| abs3n35          | 35 | 3 | 14.552,70 | 13.985,13 | 14.662,89                | 14.441,18                | 1,51%                          | 0,35%                    | 1,87%                    |
| abs4n35          | 35 | 3 | 10.971,26 | 10.591,03 | 11.181,07                | 10.899,49                | 2,52%                          | 0,99%                    | 2,01%                    |
| abs5n35          | 35 | 3 | 11.200,87 | 10.861,19 | 11.446,85                | 11.327,37                | 1,04%                          | 1,29%                    | 1,74%                    |
| abs1n40          | 40 | 3 | 14.285,13 | 13.579,48 | 14.576,79                | 14.122,45                | 3,12%                          | 1,23%                    | 2,11%                    |
| abs2n40          | 40 | 3 | 11.959,08 | 11.554,88 | 12.107,76                | 11.910,57                | 1,63%                          | 0,67%                    | 1,44%                    |
| abs3n40          | 40 | 3 | 14.401,19 | 13.935,87 | 14.547,60                | 14.306,58                | 1,66%                          | 0,63%                    | 1,48%                    |
| abs4n40          | 40 | 3 | 11.825,35 | 11.483,70 | 12.057,68                | 11.875,83                | 1,51%                          | 1,14%                    | 2,08%                    |
| abs5n40          | 40 | 3 | 13.823,02 | 13.205,84 | 14.023,68                | 13.611,51                | 2,94%                          | 1,06%                    | 1,62%                    |
| abs1n45          | 45 | 3 | 14.978,94 | 14.592,44 | 15.113,55                | 14.956,40                | 1,04%                          | 0,77%                    | 1,32%                    |
| abs2n45          | 45 | 3 | 14.175,44 | 13.394,34 | 14.331,95                | 14.038,98                | 2,04%                          | 0,62%                    | 2,30%                    |
| abs3n45          | 45 | 3 | 15.579,87 | 15.041,83 | 15.839,63                | 15.524,20                | 1,99%                          | 0,73%                    | 1,78%                    |
| abs4n45          | 45 | 3 | 14.202,22 | 13.695,22 | 14.402,27                | 14.207,33                | 1,35%                          | 0,76%                    | 1,74%                    |
| abs5n45          | 45 | 3 | 14.077,21 | 13.712,06 | 14.289,77                | 14.017,90                | 1,90%                          | 1,03%                    | 1,81%                    |
| abs1n50          | 50 | 3 | 15.629,78 | 14.885,33 | 15.865,29                | 15.338,46                | 3,32%                          | 0,56%                    | 1,89%                    |
| abs2n50          | 50 | 3 | 15.711,91 | 15.129,25 | 15.923,36                | 15.691,10                | 1,46%                          | 0,80%                    | 2,04%                    |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best   | ML best   | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|-----------|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs3n50          | 50 | 3 | 15.984,58 | 15.336,71 | 16.280,05                | 15.966,71                | 1,92%                          | 0,71%                    | 1,60%                    |
| abs4n50          | 50 | 3 | 17.221,34 | 16.595,25 | 17.386,47                | 17.331,08                | 0,32%                          | 0,29%                    | 2,03%                    |
| abs5n50          | 50 | 3 | 16.464,53 | 15.994,50 | 16.719,28                | 16.460,36                | 1,55%                          | 0,89%                    | 1,37%                    |

## B.6 Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — Low-H3

Πίνακας 31. Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — Low-H3

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best  | ML best  | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|----------|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs1n5           | 5  | 3 | 1.281,68 | 1.235,92 | 1.281,68                 | 1.235,94                 | 3,57%                          | 0,00%                    | 0,00%                    |
| abs2n5           | 5  | 3 | 1.176,63 | 988,68   | 1.176,63                 | 988,90                   | 15,96%                         | 0,00%                    | 0,01%                    |
| abs3n5           | 5  | 3 | 2.020,65 | 1.758,02 | 2.020,65                 | 1.758,02                 | 13,00%                         | 0,00%                    | 0,00%                    |
| abs4n5           | 5  | 3 | 1.449,43 | 1.398,06 | 1.449,43                 | 1.398,10                 | 3,54%                          | 0,00%                    | 0,00%                    |
| abs5n5           | 5  | 3 | 1.165,40 | 999,42   | 1.167,37                 | 999,42                   | 14,39%                         | 0,93%                    | 0,00%                    |
| abs1n10          | 10 | 3 | 2.167,37 | 1.763,15 | 2.204,75                 | 1.763,54                 | 20,01%                         | 2,00%                    | 0,02%                    |
| abs2n10          | 10 | 3 | 2.510,13 | 2.229,25 | 2.510,13                 | 2.229,42                 | 11,18%                         | 0,00%                    | 0,01%                    |
| abs3n10          | 10 | 3 | 2.099,68 | 1.871,17 | 2.099,68                 | 1.908,68                 | 9,10%                          | 0,00%                    | 4,44%                    |
| abs4n10          | 10 | 3 | 2.188,01 | 1.773,00 | 2.188,01                 | 1.773,10                 | 18,96%                         | 0,00%                    | 0,01%                    |
| abs5n10          | 10 | 3 | 2.178,15 | 1.945,19 | 2.234,88                 | 1.945,22                 | 12,96%                         | 0,57%                    | 0,01%                    |
| abs1n15          | 15 | 3 | 2.236,53 | 2.154,62 | 2.263,48                 | 2.166,10                 | 4,30%                          | 0,67%                    | 1,14%                    |
| abs2n15          | 15 | 3 | 2.506,21 | 2.147,87 | 2.506,21                 | 2.197,05                 | 12,34%                         | 0,00%                    | 5,48%                    |
| abs3n15          | 15 | 3 | 2.841,06 | 2.464,36 | 2.949,15                 | 2.544,39                 | 13,72%                         | 3,78%                    | 4,82%                    |
| abs4n15          | 15 | 3 | 2.518,07 | 2.227,82 | 2.605,13                 | 2.257,96                 | 13,33%                         | 1,67%                    | 4,26%                    |
| abs5n15          | 15 | 3 | 2.526,11 | 2.160,61 | 2.667,78                 | 2.169,11                 | 18,69%                         | 1,54%                    | 0,99%                    |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best  | ML best  | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|----------|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs1n20          | 20 | 3 | 2.874,56 | 2.272,35 | 2.932,81                 | 2.377,31                 | 18,94%                         | 2,68%                    | 10,58%                   |
| abs2n20          | 20 | 3 | 2.841,57 | 2.513,29 | 2.884,24                 | 2.647,72                 | 8,20%                          | 1,00%                    | 6,48%                    |
| abs3n20          | 20 | 3 | 3.148,29 | 2.718,32 | 3.210,96                 | 2.812,01                 | 12,42%                         | 1,65%                    | 4,80%                    |
| abs4n20          | 20 | 3 | 3.710,38 | 3.180,60 | 3.769,49                 | 3.217,17                 | 14,65%                         | 0,88%                    | 1,84%                    |
| abs5n20          | 20 | 3 | 3.392,98 | 3.040,97 | 3.403,86                 | 3.169,66                 | 6,88%                          | 0,89%                    | 4,51%                    |
| abs1n25          | 25 | 3 | 3.444,32 | 2.841,15 | 3.478,94                 | 3.039,29                 | 12,64%                         | 1,57%                    | 7,54%                    |
| abs2n25          | 25 | 3 | 3.544,55 | 3.053,53 | 3.591,05                 | 3.267,75                 | 9,00%                          | 1,37%                    | 6,41%                    |
| abs3n25          | 25 | 3 | 3.555,45 | 3.152,98 | 3.709,75                 | 3.437,59                 | 7,34%                          | 2,13%                    | 4,85%                    |
| abs4n25          | 25 | 3 | 3.276,74 | 3.082,72 | 3.319,19                 | 3.127,40                 | 5,78%                          | 2,02%                    | 1,72%                    |
| abs5n25          | 25 | 3 | 3.695,94 | 3.139,50 | 3.711,25                 | 3.534,71                 | 4,76%                          | 0,74%                    | 5,86%                    |
| abs1n30          | 30 | 3 | 3.995,90 | 3.526,74 | 4.167,41                 | 3.858,62                 | 7,41%                          | 1,93%                    | 5,97%                    |
| abs2n30          | 30 | 3 | 3.807,26 | 3.465,76 | 3.919,97                 | 3.690,65                 | 5,85%                          | 1,28%                    | 3,99%                    |
| abs3n30          | 30 | 3 | 3.879,34 | 3.474,99 | 3.981,40                 | 3.838,83                 | 3,58%                          | 2,14%                    | 3,84%                    |
| abs4n30          | 30 | 3 | 3.685,47 | 3.339,56 | 3.791,74                 | 3.587,15                 | 5,40%                          | 2,61%                    | 4,34%                    |
| abs5n30          | 30 | 3 | 3.307,88 | 3.020,19 | 3.381,00                 | 3.245,71                 | 4,00%                          | 2,68%                    | 4,49%                    |
| abs1n35          | 35 | 3 | 3.848,00 | 3.479,72 | 4.100,60                 | 4.032,85                 | 1,65%                          | 3,64%                    | 7,27%                    |
| abs2n35          | 35 | 3 | 4.063,85 | 3.611,08 | 4.156,31                 | 3.942,04                 | 5,16%                          | 0,81%                    | 4,42%                    |
| abs3n35          | 35 | 3 | 4.478,65 | 4.073,11 | 4.583,17                 | 4.597,77                 | -0,32%                         | 1,27%                    | 3,61%                    |
| abs4n35          | 35 | 3 | 3.851,45 | 3.457,31 | 4.056,28                 | 3.771,29                 | 7,03%                          | 2,66%                    | 6,62%                    |
| abs5n35          | 35 | 3 | 3.630,57 | 3.322,51 | 3.871,98                 | 3.736,16                 | 3,51%                          | 2,93%                    | 5,21%                    |
| abs1n40          | 40 | 3 | 4.485,52 | 3.835,03 | 4.669,60                 | 4.433,90                 | 5,05%                          | 2,05%                    | 7,33%                    |
| abs2n40          | 40 | 3 | 4.397,74 | 4.138,94 | 4.580,26                 | 4.404,30                 | 3,84%                          | 1,73%                    | 3,26%                    |
| abs3n40          | 40 | 3 | 4.607,83 | 4.143,98 | 4.799,80                 | 4.593,64                 | 4,30%                          | 2,00%                    | 4,09%                    |
| abs4n40          | 40 | 3 | 3.953,47 | 3.654,14 | 4.184,37                 | 4.134,19                 | 1,20%                          | 3,02%                    | 6,79%                    |
| abs5n40          | 40 | 3 | 4.259,32 | 3.768,30 | 4.486,03                 | 4.103,16                 | 8,53%                          | 2,65%                    | 5,12%                    |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best  | ML best  | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|----------|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs1n45          | 45 | 3 | 4.655,29 | 4.396,31 | 4.836,43                 | 4.715,67                 | 2,50%                          | 2,48%                    | 3,89%                    |
| abs2n45          | 45 | 3 | 4.505,61 | 3.918,35 | 4.832,19                 | 4.439,97                 | 8,12%                          | 2,18%                    | 6,02%                    |
| abs3n45          | 45 | 3 | 4.686,36 | 4.113,24 | 4.891,82                 | 4.604,37                 | 5,88%                          | 2,04%                    | 7,00%                    |
| abs4n45          | 45 | 3 | 4.620,13 | 4.155,94 | 4.840,47                 | 4.736,44                 | 2,15%                          | 2,14%                    | 4,80%                    |
| abs5n45          | 45 | 3 | 4.152,04 | 3.783,31 | 4.331,07                 | 4.167,59                 | 3,77%                          | 4,48%                    | 6,22%                    |
| abs1n50          | 50 | 3 | 4.952,51 | 4.204,79 | 5.242,05                 | 4.713,93                 | 10,07%                         | 2,17%                    | 6,50%                    |
| abs2n50          | 50 | 3 | 5.142,09 | 4.646,19 | 5.432,73                 | 5.183,46                 | 4,59%                          | 2,22%                    | 5,62%                    |
| abs3n50          | 50 | 3 | 5.108,14 | 4.579,56 | 5.378,65                 | 5.130,93                 | 4,61%                          | 2,21%                    | 5,08%                    |
| abs4n50          | 50 | 3 | 5.021,85 | 4.433,12 | 5.187,41                 | 5.259,64                 | -1,39%                         | 0,99%                    | 6,47%                    |
| abs5n50          | 50 | 3 | 4.997,76 | 4.415,25 | 5.270,04                 | 4.943,89                 | 6,19%                          | 2,36%                    | 5,80%                    |

## B.7 Συμπληρωματική σύγκριση OU–ML — High-H6

Πίνακας 32. Συμπληρωματική σύγκριση OU–ML — High-H6

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best  | ML best  | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|----------|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs1n5           | 5  | 6 | 5.955,82 | 5.805,04 | 5.955,82                 | 6.122,01                 | -2,79%                         | 0,00%                    | 1,69%                    |
| abs2n5           | 5  | 6 | 5.045,91 | 4.924,38 | 5.053,15                 | 5.127,01                 | -1,46%                         | 0,18%                    | 2,43%                    |
| abs3n5           | 5  | 6 | 6.956,28 | 6.919,81 | 6.972,70                 | 6.964,38                 | 0,12%                          | 0,30%                    | 0,17%                    |
| abs4n5           | 5  | 6 | 5.163,42 | 5.084,14 | 5.182,20                 | 5.137,16                 | 0,87%                          | 0,87%                    | 1,30%                    |
| abs5n5           | 5  | 6 | 4.581,66 | 4.523,71 | 4.635,65                 | 4.549,19                 | 1,87%                          | 0,98%                    | 0,54%                    |
| abs1n10          | 10 | 6 | 8.967,48 | 9.123,20 | 9.098,90                 | 9.130,88                 | -0,35%                         | 0,44%                    | 0,14%                    |
| abs2n10          | 10 | 6 | 8.569,73 | 8.741,16 | 8.842,01                 | 8.796,94                 | 0,51%                          | 1,42%                    | 1,18%                    |
| abs3n10          | 10 | 6 | 8.509,81 | 8.463,84 | 8.719,27                 | 8.710,66                 | 0,10%                          | 1,38%                    | 2,16%                    |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best   | ML best   | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|-----------|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs4n10          | 10 | 6 | 8.883,29  | 8.536,97  | 9.093,77                 | 8.970,28                 | 1,36%                          | 0,84%                    | 1,62%                    |
| abs5n10          | 10 | 6 | 9.689,59  | 9.798,15  | 9.998,41                 | 9.913,51                 | 0,85%                          | 1,03%                    | 0,77%                    |
| abs1n15          | 15 | 6 | 12.259,61 | 12.248,53 | 12.788,95                | 12.838,89                | -0,39%                         | 1,49%                    | 1,59%                    |
| abs2n15          | 15 | 6 | 12.499,53 | 12.218,95 | 12.561,92                | 12.518,01                | 0,35%                          | 0,30%                    | 0,93%                    |
| abs3n15          | 15 | 6 | 13.898,96 | 13.884,17 | 14.083,58                | 14.016,65                | 0,48%                          | 0,57%                    | 1,07%                    |
| abs4n15          | 15 | 6 | 11.014,51 | 11.069,14 | 11.309,66                | 11.393,65                | -0,74%                         | 1,18%                    | 0,84%                    |
| abs5n15          | 15 | 6 | 10.542,54 | 10.612,27 | 10.868,72                | 10.624,98                | 2,24%                          | 1,82%                    | 0,03%                    |
| abs1n20          | 20 | 6 | 15.198,49 | 15.231,56 | 15.368,02                | 15.374,69                | -0,04%                         | 0,34%                    | 0,27%                    |
| abs2n20          | 20 | 6 | 14.906,36 | 15.034,31 | 15.259,56                | 15.486,26                | -1,49%                         | 1,19%                    | 0,96%                    |
| abs3n20          | 20 | 6 | 15.325,70 | 15.399,36 | 15.537,31                | 15.550,38                | -0,08%                         | 0,76%                    | 0,44%                    |
| abs4n20          | 20 | 6 | 15.266,26 | 15.412,41 | 15.540,53                | 15.542,23                | -0,01%                         | 0,82%                    | 0,37%                    |
| abs5n20          | 20 | 6 | 16.473,27 | 16.486,85 | 16.604,22                | 16.599,71                | 0,03%                          | 0,43%                    | 0,40%                    |
| abs1n25          | 25 | 6 | 16.422,39 | 16.774,74 | 16.706,56                | 16.852,38                | -0,87%                         | 0,89%                    | 0,17%                    |
| abs2n25          | 25 | 6 | 17.255,76 | 17.326,50 | 17.320,95                | 17.414,00                | -0,54%                         | 0,22%                    | 0,17%                    |
| abs3n25          | 25 | 6 | 18.911,50 | 19.231,45 | 19.111,88                | 19.455,55                | -1,80%                         | 0,87%                    | 0,58%                    |
| abs4n25          | 25 | 6 | 16.871,26 | 17.034,45 | 17.143,98                | 17.237,69                | -0,55%                         | 0,87%                    | 0,38%                    |
| abs5n25          | 25 | 6 | 19.386,60 | 19.436,37 | 19.725,92                | 19.698,62                | 0,14%                          | 1,49%                    | 0,84%                    |
| abs1n30          | 30 | 6 | 23.959,47 | 24.318,08 | 24.703,85                | 24.586,21                | 0,48%                          | 1,42%                    | 0,75%                    |
| abs2n30          | 30 | 6 | 20.810,05 | 20.960,83 | 21.006,10                | 21.243,25                | -1,13%                         | 0,42%                    | 0,61%                    |
| abs3n30          | 30 | 6 | 23.881,21 | 24.096,24 | 24.322,76                | 24.371,42                | -0,20%                         | 0,60%                    | 0,52%                    |
| abs4n30          | 30 | 6 | 18.663,28 | 18.851,23 | 18.898,00                | 19.041,87                | -0,76%                         | 0,80%                    | 0,37%                    |
| abs5n30          | 30 | 6 | 20.037,28 | 19.827,03 | 20.258,05                | 20.108,62                | 0,74%                          | 0,74%                    | 0,43%                    |

## B.8 Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — Low-H6

Πίνακας 33. Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML — Low-H6

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best  | ML best  | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|----------|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs1n5           | 5  | 6 | 3.348,24 | 3.192,74 | 3.349,51                 | 3.480,75                 | -3,92%                         | 0,12%                    | 3,62%                    |
| abs2n5           | 5  | 6 | 2.722,33 | 2.592,20 | 2.724,51                 | 2.725,50                 | -0,04%                         | 0,25%                    | 4,90%                    |
| abs3n5           | 5  | 6 | 4.776,00 | 4.772,41 | 4.790,15                 | 4.821,71                 | -0,66%                         | 0,41%                    | 0,19%                    |
| abs4n5           | 5  | 6 | 3.246,66 | 3.175,22 | 3.268,11                 | 3.230,57                 | 1,15%                          | 1,54%                    | 2,14%                    |
| abs5n5           | 5  | 6 | 2.419,67 | 2.413,41 | 2.467,46                 | 2.436,57                 | 1,25%                          | 1,65%                    | 1,24%                    |
| abs1n10          | 10 | 6 | 4.562,96 | 4.796,21 | 4.735,98                 | 4.804,80                 | -1,45%                         | 1,00%                    | 0,44%                    |
| abs2n10          | 10 | 6 | 5.244,35 | 5.438,44 | 5.473,75                 | 5.492,36                 | -0,34%                         | 1,97%                    | 1,94%                    |
| abs3n10          | 10 | 6 | 4.652,53 | 4.647,16 | 4.894,40                 | 4.878,70                 | 0,32%                          | 3,81%                    | 4,02%                    |
| abs4n10          | 10 | 6 | 5.125,29 | 5.120,80 | 5.376,05                 | 5.304,90                 | 1,32%                          | 1,38%                    | 1,66%                    |
| abs5n10          | 10 | 6 | 4.708,71 | 4.839,75 | 5.036,60                 | 5.061,21                 | -0,49%                         | 2,09%                    | 1,79%                    |
| abs1n15          | 15 | 6 | 5.673,36 | 5.574,05 | 6.087,03                 | 6.163,38                 | -1,25%                         | 2,59%                    | 3,29%                    |
| abs2n15          | 15 | 6 | 5.824,87 | 5.862,00 | 6.031,46                 | 6.118,76                 | -1,45%                         | 1,51%                    | 1,60%                    |
| abs3n15          | 15 | 6 | 6.402,00 | 6.462,04 | 6.567,94                 | 6.567,38                 | 0,01%                          | 1,18%                    | 2,57%                    |
| abs4n15          | 15 | 6 | 6.011,47 | 5.909,82 | 6.159,52                 | 6.214,26                 | -0,89%                         | 1,55%                    | 1,92%                    |
| abs5n15          | 15 | 6 | 5.343,62 | 5.643,33 | 5.710,20                 | 5.643,70                 | 1,16%                          | 3,58%                    | 0,01%                    |
| abs1n20          | 20 | 6 | 7.027,18 | 7.102,67 | 7.130,52                 | 7.146,66                 | -0,23%                         | 0,75%                    | 0,23%                    |
| abs2n20          | 20 | 6 | 6.372,91 | 6.601,20 | 6.741,27                 | 6.925,86                 | -2,74%                         | 3,16%                    | 2,56%                    |
| abs3n20          | 20 | 6 | 7.766,91 | 7.931,03 | 7.956,22                 | 8.047,24                 | -1,14%                         | 0,92%                    | 0,89%                    |
| abs4n20          | 20 | 6 | 8.286,50 | 8.326,72 | 8.480,91                 | 8.414,53                 | 0,78%                          | 1,21%                    | 0,57%                    |
| abs5n20          | 20 | 6 | 7.798,48 | 7.903,08 | 7.918,02                 | 8.034,08                 | -1,47%                         | 0,78%                    | 0,72%                    |
| abs1n25          | 25 | 6 | 7.878,35 | 8.271,39 | 8.205,90                 | 8.337,07                 | -1,60%                         | 1,62%                    | 0,36%                    |
| abs2n25          | 25 | 6 | 7.935,36 | 8.056,68 | 7.998,17                 | 8.134,36                 | -1,70%                         | 0,46%                    | 0,32%                    |

| Πρόβλημα εισόδου | n  | H | OU best  | ML best  | OU mean<br>(Μέσο Κόστος) | ML mean<br>(Μέσο κόστος) | ML gain<br>(Μείωση<br>κόστους) | OU CV<br>(Μεταβλητότητα) | ML CV<br>(Μεταβλητότητα) |
|------------------|----|---|----------|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| abs3n25          | 25 | 6 | 8.455,52 | 8.331,23 | 8.794,05                 | 9.068,51                 | -3,12%                         | 1,65%                    | 2,03%                    |
| abs4n25          | 25 | 6 | 8.153,41 | 8.198,74 | 8.364,74                 | 8.402,85                 | -0,46%                         | 2,01%                    | 0,84%                    |
| abs5n25          | 25 | 6 | 7.864,77 | 7.852,47 | 8.130,69                 | 8.135,44                 | -0,06%                         | 3,27%                    | 2,48%                    |
| abs1n30          | 30 | 6 | 9.146,21 | 9.360,98 | 9.788,75                 | 9.683,09                 | 1,08%                          | 3,49%                    | 1,95%                    |
| abs2n30          | 30 | 6 | 8.445,27 | 8.560,91 | 8.688,59                 | 8.923,20                 | -2,70%                         | 1,16%                    | 1,73%                    |
| abs3n30          | 30 | 6 | 8.961,90 | 9.096,98 | 9.217,21                 | 9.391,94                 | -1,90%                         | 1,33%                    | 1,15%                    |
| abs4n30          | 30 | 6 | 8.360,53 | 8.778,88 | 8.921,36                 | 8.941,58                 | -0,23%                         | 1,91%                    | 0,54%                    |
| abs5n30          | 30 | 6 | 8.284,06 | 8.402,37 | 8.558,81                 | 8.560,62                 | -0,02%                         | 1,50%                    | 0,98%                    |

## Παράρτημα Γ — Οδηγίες αναπαραγωγής

### Γ.1 Προαπαιτούμενα

- JDK 17 ή νεότερο και Maven για τη Java εφαρμογή.
- Το περιβάλλον των πειραμάτων ήταν MacBook Air με Apple M4, 24 GB ενιαίας μνήμης και macOS Tahoe.
- NetBeans προαιρετικά, αν η εκτέλεση γίνει από IDE.
- Python 3 για τη στατιστική ανάλυση και τους ακριβείς ελέγχους.
- NumPy και SciPy χρειάζονται μόνο για τον προαιρετικό, συμπληρωματικό έλεγχο ``validation/exact_ml.py``. Τα κύρια προγράμματα CSV χρησιμοποιούν τη βασική βιβλιοθήκη της Python.

### Γ.2 Δομή βασικών αρχείων

Πίνακας 34. Κύριες κλάσεις και βοηθητικά προγράμματα

| Αρχείο                               | Ρόλος                                                                       |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Main.java                            | Μία ή περισσότερες εκτελέσεις επιλεγμένου προβλήματος                       |
| BatchRunner.java                     | Κύρια καμπάνια ΟΥ και προαιρετική καμπάνια ML                               |
| ProblemInstance.java / Customer.java | Αμετάβλητα δεδομένα προβλήματος                                             |
| Solution.java                        | Ημερήσιες διαδρομές· <code>extraFraction</code> μόνο για την προαιρετική ML |
| DiscretePSO.java / Particle.java     | Κύριος βρόχος σμήνους και μνήμη pBest                                       |
| Moves.java / SolutionDifference.java | Κινήσεις αλλαγής και κατεύθυνση προς pBest/gBest                            |
| GreedyBuilder.java / Repairer.java   | Αρχική λύση και διόρθωση παραβιάσεων                                        |
| Evaluator.java / RouteUtils.java     | Κόστος, κανόνες, πλησιέστερος γείτονας και 2-opt                            |
| ArchettiInstanceParser.java          | Ανάγνωση αυθεντικών <code>.dat</code>                                       |
| OutputWriter.java                    | Αναλυτικά TXT/CSV αποτελέσματα                                              |
| analyze_results.py                   | Στατιστικά ανά πρόβλημα, μέγεθος και πολιτική                               |
| compare_with_published.py            | Σύγκριση ΟΥ με δημοσιευμένα $z^*$                                           |
| ablation_analysis.py                 | Ανάλυση full και no-systematic-2opt campaigns                               |
| validation/exact_ou.py               | Ανεξάρτητη ακριβής επίλυση ΟΥ για μικρά προβλήματα                          |
| validation/exact_ml.py               | Προαιρετικός ακριβής έλεγχος ML με γραμμικό πρόγραμμα                       |

### Γ.3 Απλή εκτέλεση

Στο `config.properties` ορίζονται το πρόβλημα εισόδου, η πολιτική και ο αριθμός εκτελέσεων. Παράδειγμα:

```
instance.file=instances/Instances_highcost_H3/abs1n10.dat
replenishment.policy=OU
experiment.runs=1
pso.seed=42
local.search.twoopt=true
```

Η εκτέλεση από NetBeans γίνεται με Run Project/F6. Από γραμμή εντολών μπορεί να χρησιμοποιηθεί Maven ή το παρεχόμενο πρόγραμμα εντολών:

```
./run-mac-linux.sh
run-windows.bat
```

### Γ.4 Πλήρες σύνολο δοκιμών και ανάλυση

```
# Linux / macOS: 30 seeds και 8 threads
./run-campaign.sh 30 8

# Windows
run-campaign.bat 30 8

# Σύγκριση OU με z*
python3 compare_with_published.py results/master_results.csv results/analysis
```

Η `BatchRunner` εκτελεί πρώτα την κύρια καμπάνια OU και, όταν ζητηθεί πλήρης αναπαραγωγή, τη συμπληρωματική καμπάνια ML. Το `results/master_results.csv` έχει μία γραμμή ανά εκτέλεση. Η ταξινόμηση γίνεται στο τέλος, ώστε η παράλληλη σειρά ολοκλήρωσης να μην αλλάζει τη δομή του CSV.

### Γ.5 Δοκιμή αφαίρεσης τμημάτων

```
./run-ablation.sh 30 8      # Linux / macOS
run-ablation.bat 30 8      # Windows

# Ισοδύναμο core command για no-systematic-full-2opt:
java -cp target/classes gr.eap.irp.BatchRunner 30 1 results/no2opt.csv 8 false
```

Για να μετρηθεί η βοήθεια κάθε τμήματος χρησιμοποιούνται τέσσερις τιμές: `no2opt.initialCost` για την απλή αρχική λύση με διόρθωση, `master.initialCost` για την ίδια λύση μαζί με την αρχική 2-opt, `no2opt.finalCost` για τον PSO χωρίς συνεχή πλήρη 2-opt και `master.finalCost` για ολόκληρη τη μέθοδο. Τα δύο CSV πρέπει να χρησιμοποιούν τις ίδιες αρχικές τιμές τυχαιότητας.

## Γ.6 Ακριβείς έλεγχοι

```
python3 validation/exact_ou.py instances/Instances_highcost_H3/abs1n5.dat
# Προαιρετικός συμπληρωματικός έλεγχος ML:
python3 validation/exact_ml.py instances/Instances_highcost_H3/abs1n5.dat
```

Τα προγράμματα τυπώνουν JSON με τη βέλτιστη τιμή, μεταφορά, απόθεμα και πρόγραμμα επισκέψεων. Για την ΟΥ η βέλτιστη τιμή πρέπει να συμφωνεί και με την αντίστοιχη γνωστή τιμή αναφοράς  $z^*$ . Η ακριβής επίλυση δεν συνιστάται για  $n > 5$  λόγω εκθετικής αύξησης.

## Γ.7 Αρχεία εξόδου και έλεγχοι

Πίνακας 35. Κύρια παραγόμενα αρχεία

| Αρχείο/φάκελος                                     | Περιεχόμενο                                                                                          |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| output/<category>/<instance>/<policy>/seed_<seed>/ | Φάκελος μίας εκτέλεσης. Περιέχει την καλύτερη λύση, την πορεία σύγκλισης και τα αποθέματα ανά ημέρα. |
| summary.csv                                        | Μία γραμμή ανά εκτέλεση της Main                                                                     |
| statistics.txt                                     | Συνοπτικές μετρήσεις πολλαπλών εκτελέσεων                                                            |
| results/master_results.csv                         | 4.800 κύριες ΟΥ + 4.800 συμπληρωματικές ML                                                           |
| results/no2opt.csv                                 | 9.600 γραμμές της δοκιμής χωρίς συνεχή πλήρη 2-opt                                                   |
| results/analysis/per_instance.csv                  | Best/mean/std/CV/χρόνος ανά πρόβλημα–πολιτική                                                        |
| results/analysis/gap_vs_published.csv              | Απόκλιση ΟΥ από τη γνωστή βέλτιστη τιμή $z^*$                                                        |
| results/analysis/policy_comparison.csv             | Συμπληρωματική σύγκριση ΟΥ–ML ανά πρόβλημα                                                           |
| results/analysis/ablation.*                        | Συνεισφορά αρχικοποίησης, PSO και 2-opt                                                              |
| sensitivity.csv / sensitivity.md                   | OAT(One at a time) αποτελέσματα και αναγνώσιμη σύνοψη 25 εναλλακτικών ρυθμίσεων                      |

### Δοκιμές διαφορετικών ρυθμίσεων

Τα αρχεία sensitivity.csv και sensitivity.md περιέχουν τη βασική ρύθμιση και 25 δοκιμές ανάλυσης ευαισθησίας. Σε κάθε δοκιμή μεταβάλλεται μόνο μία από τις οκτώ παραμέτρους του PSO, ενώ οι υπόλοιπες παραμένουν σταθερές. Κάθε διαφορετική ρύθμιση εξετάστηκε σε 96 προβλήματα.. Το CSV αποτελεί την αριθμητική πηγή της §5.7. Για πλήρη στατιστική αναπαραγωγή πρέπει να αρχειοθετηθούν επιπλέον οι επιμέρους γραμμές ανά πρόβλημα και αρχική τιμή τυχαιότητας, επειδή το παρόν αρχείο περιέχει συγκεντρωτικές μετρικές.

## Υπεύθυνη Δήλωση Συγγραφέα

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν. 1599/1986, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής μου εργασίας, δεν προσβάλλει κάθε μορφής δικαιώματα διανοητικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας και προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχει έργα ή εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών ή δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής. Οι πηγές που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης.

Ονοματεπώνυμο: Παναγιώτης Καλογνωμάς

Ημερομηνία: 30 Ιουνίου 2026

Υπογραφή: \_\_\_\_\_